משולשים – מדריך למורה

משולש הוא צורה גיאומטרית בסיסית ומוכרת לתלמידים היטב. התלמידים מכירים את המשולש מלימודי הגאומטריה בבי"ס היסודי. על שטח של משולש התלמידים למדו בכיתה ז בפרק השטחים. נזכיר שבפרק השטחים המטרה הייתה לעסוק במשולש כאחד המצולעים, שאת שטחם אנו לומדים לחשב (או משמרים ידע קודם), ולהשתמש בשטח של משולש לפיתוח נוסחאות למציאת שטחים של מצולעים אחרים. הדגש בפרק הנוכחי הוא עיסוק במשולש כצורה גיאומטרית, תוך כדי הכרת תכונותיו באמצעות התנסויות קדם דדוקטיביות. הכרות זו כוללת: מיון משולשים לסוגיהם, סרטוט בעזרת סרגל ומד זווית (במקרים אחדים גם בעזרת סרגל ומחוגה ובאמצעות המחשב), סכום הזוויות במשולש וחישובים. כמו כן הפרק עוסק בתנאים המאפשרים לבנות משולש ובתנאים המאפשרים לבנות משולש יחיד.

פעילות 1 עמ' 155-156: האם מכל שלושה קטעים ניתן לבנות משולש? הפעילות עוסקת באי-שוויון המשולש, ומציגה תופעה מפתיעה: לא מכל שלושה קטעים ניתן לבנות משולש.

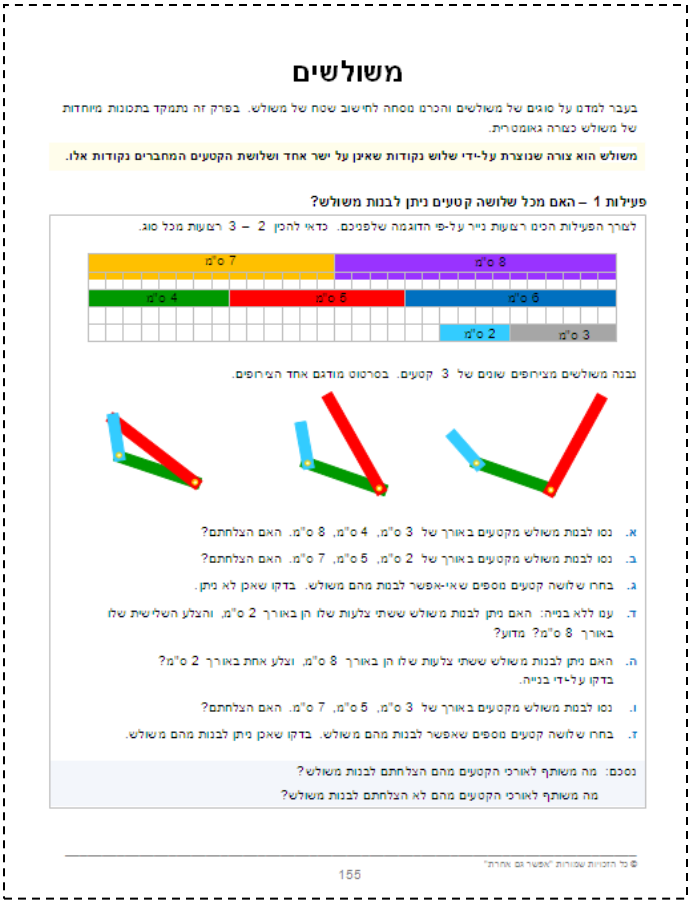
לפעילות זו התלמידים מתבקשים להכין מראש 2 – 3 רצועות נייר צבעוניות באורכים נתונים, על פי הסרטוט בספר. ניתן להכין רצועות בכמות מספקת עבור התלמידים. אם מבצעים את הפעילות בקבוצות קטנות אפשר להכין לכל קבוצה ערכה אחת מקרטון קשיח. דרך נוספת היא להשתמש בערכה של "רצועות לבניית זוויות ומצולעים – כשרים והקשרים" של היחידה לחינוך מתמטי. ניתן להזמין מ-כ. בונוס הפצות.

במהלך הפעילות התלמידים יכולים לעבוד עם ספר פתוח בעמ' 155. אך, שימו לב, עמ' 156 מכיל סיכום של הפעילות ותשובות לשאלות החקר. לחלופין ניתן להשתמש בדף עבודה המתאים לפעילות זו, שניתן להוריד מאתר הספר.

במהלך הפעילות התלמידים מתבקשים לבנות משולשים מקטעים באורכים נתונים. בחלק מהמקרים הם מגלים שלא ניתן לבנות משולש, כי סכום האורכים של שתי צלעות קטן ממש מאורך הצלע השלישית, ואז לא ניתן "לסגור" משולש. במקרה נוסף, סכום שתי צלעות של המשולש שווה בדיוק לאורך הצלע השלישית (שני קטעים מתלכדים עם הקטע השלישי) וגם אז לא נוצר משולש (או יש שיגדירו את המקרה כמשולש מנוון). לדוגמה: שלושה קטעים באורך: 50 ס"מ, 50 ס"מ ו- 100 ס"מ.

התלמידים מתבקשים גם להציע בעצמם אורכים של קטעים מהם ניתן לבנות משולש ואורכי קטעים מהם לא ניתן לבנות משולש.

הצעה נוספת לדיון היא לבחון מקרים קיצוניים כגון,


משולשים

בעבר למדנו על סוגים של משולשים והכרנו נוסחה לחישוב שטח של משולש. בפרק זה נתמקד בתכונות מיוחדות של משולש כצורה גאומטרית.

משולש הוא צורה שנוצרת על-ידי שלוש נקודות שאינן על ישר אחד ושלושת הקטעים המחברים נקודות אלו.

פעילות 1 – האם מכל שלושה קטעים ניתן לבנות משולש?

לצורך הפעילות הכינו רצועות נייר על-פי הדוגמה שלפניכם. כדאי להכין 2 – 3 רצועות מכל סוג.

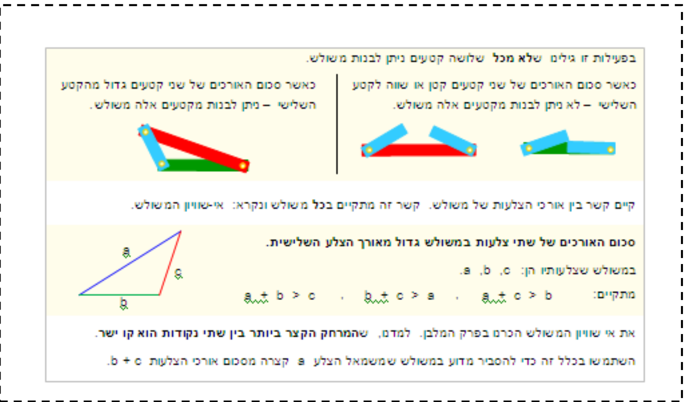
נבנה משולשים מצירופים שונים של 3 קטעים. בסרטוט מודגם אחד הצירופים.

א. נסו לבנות משולש מקטעים באורך של 3 ס"מ, 4 ס"מ, 8 ס"מ. האם הצלחתם?
ב. נסו לבנות משולש מקטעים באורך של 2 ס"מ, 5 ס"מ, 7 ס"מ. האם הצלחתם?
ג. בחרו שלושה קטעים נוספים שאי-אפשר לבנות מהם משולש. בדקו שאכן לא ניתן.
ד. עוד ללא בנייה: האם ניתן לבנות משולש ששתי צלעות שלו הן באורך 2 ס"מ, והצלע השלישית שלו באורך 8 ס"מ? מדוע?
ה. האם ניתן לבנות משולש ששתי צלעות שלו הן באורך 8 ס"מ, וצלע אחת באורך 2 ס"מ? בדקו על-ידי בנייה.
ו. נסו לבנות משולש מקטעים באורך של 3 ס"מ, 5 ס"מ, 7 ס"מ. האם הצלחתם?
ז. בחרו שלושה קטעים נוספים שאפשר לבנות מהם משולש. בדקו שאכן ניתן לבנות מהם משולש.

נסכם: מה משותף לאורכי הקטעים מהם הצלחתם לבנות משולש?
מה משותף לאורכי הקטעים מהם לא הצלחתם לבנות משולש?

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

155


בפעילות זו גילינו **שלא מכל** שלושה קטעים ניתן לבנות משולש.

כאשר סכום האורכים של שני קטעים קטן או שווה לקטע השלישי – לא ניתן לבנות מקטעים אלה משולש.

כאשר סכום האורכים של שני קטעים גדול מהקטע השלישי – ניתן לבנות מקטעים אלה משולש.

קיים קשר בין אורכי הצלעות של משולש. קשר זה מתקיים בכל משולש ונקרא: אי-שוויון המשולש.

סכום האורכים של שתי צלעות במשולש גדול מאורך הצלע השלישית.

במשולש שצלעותיו הן: c, b, a.

מתקיים: $a + c > b$, $b + c > a$, $a + b > c$

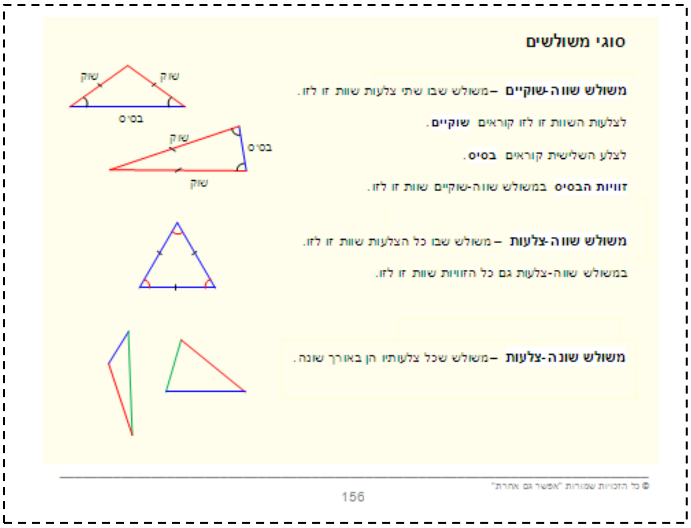
את אי שוויון המשולש הכרנו בפרק המלבן. למדנו, **שהמרחק הקצר ביותר בין שתי נקודות הוא קו ישר.**

השתמשו בכלל זה כדי להסביר מדוע במשולש שמשמאל הצלע a קצרה מסכום אורכי הצלעות b + c.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

האם ניתן לבנות משולש משלושה קטעים שאורכם: 1 ס"מ, 2 ס"מ, ו-100 ס"מ?

הפעילות מסתיימת בדיון: **מה משותף לאורכי הקטעים מהם הצלחתם לבנות משולש? מה משותף לאורכי הקטעים מהם לא הצלחתם לבנות משולש?**



סוגי משולשים

משולש שווה-שוקיים – משולש שבו שתי צלעות שוות זו לזו.

לצלעות השוות זו לזו קוראים **שוקיים**.

לצלע השלישית קוראים **בסיס**.

זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים שוות זו לזו.

משולש שווה-צלעות – משולש שבו כל הצלעות שוות זו לזו.

במשולש שווה-צלעות גם כל הזוויות שוות זו לזו.

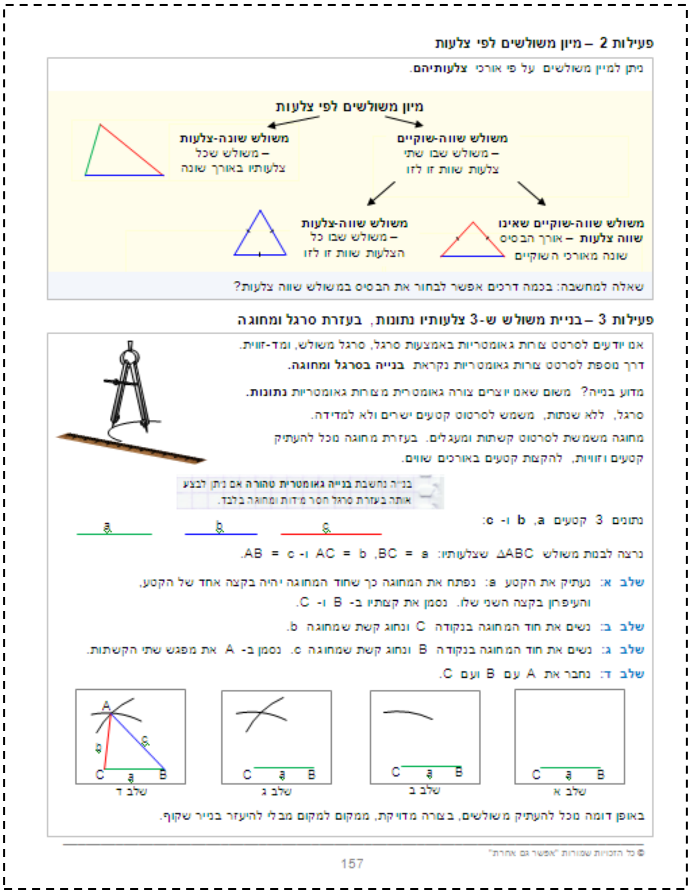
משולש שונה-צלעות – משולש שכל צלעותיו הן באורך שונה.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

156

את **אי-שיוון המשולש** התלמידים כבר הכירו בפרק המלבן, בסעיף "מרחק בין שתי נקודות" עמ' 169. שם, למדנו שהמרחק הקצר ביותר בין שתי נקודות הוא קו ישר. ניתן להיעזר בכך כדי להסביר את אי-שוויון המשולש.

בעמ' 156 יש תזכורת לגבי סוגים שונים של משולשים (לפי צלעות).



פעילות 2 – מיון משולשים לפי צלעות

ניתן למיין משולשים על פי אורכי צלעותיהם.

שאלה למחשבה: בכמה דרכים אפשר לבחור את הבסיס במשולש שווה צלעות?

פעילות 3 – בניית משולש ש-3 צלעותיו נתונות, בעזרת סרגל ומחוגה

אנו יודעים לסרטט צורות גאומטריות באמצעות סרגל, סרגל משולש, ומד-זווית.

דרך נוספת לסרטט צורות גאומטריות נקראת **בנייה בסרגל ומחוגה.**

מדוע בנייה? משום שאנו יוצרים צורה גאומטרית מצורות גאומטריות **נתונות.**

סרגל, ללא שנתות, משמש לסרטוט קטעים ישרים ולא למדידה.

מחוגה משמשת לסרטוט קשתות ומעגלים. בעזרת מחוגה נוכל להעתיק קטעים וזוויות, להקצות קטעים באורכים שווים.

בנייה נחשבת בנייה גאומטרית טהורה אם ניתן לבצע אותה בעזרת סרגל חסר מידות ומחוגה בלבד.

נתונים 3 קטעים a, b ו- c:

נרצה לבנות משולש ΔABC שצלעותיו: a = BC, b = AC ו- c = AB.

שלב א: נעתיק את הקטע a: נפתח את המחוגה כך שחוד המחוגה יהיה בקצה אחד של הקטע, והעיפרון בקצה השני שלו. נסמן את קצותיו ב- B ו- C.

שלב ב: נשים את חוד המחוגה בנקודה C ונחוג קשת שמחוגה b.

שלב ג: נשים את חוד המחוגה בנקודה B ונחוג קשת שמחוגה c. נסמן ב- A את מפגש שתי הקשתות.

שלב ד: נחבר את A עם B ועם C.

באופן דומה נוכל להעתיק משולשים, בצורה מדויקת, ממקום למקום מבלי להיעזר בנייר שקוף.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

157

פעילות 2 עמ' 157 – מיון משולשים לפי צלעות.

הפעילות מציגה תרשים למיון משולשים לפי אורכי הצלעות. נקודה שצריך לחדד עם התלמידים היא, שמשולש שווה-צלעות הוא סוג של משולש שווה-שוקיים. השאלה: בכמה דרכים ניתן לבחור בסיס במשולש שווה-צלעות נועדה לחדד נקודה זו.

פעילות מתאימה עם התלמידים היא לבקש לסרטט מספר משולשים שמתאימים לכל קטגוריה. כדאי לבקש לסרטט משולשים "שונים" ככל האפשר. למשל, משולש שווה-שוקיים שהבסיס שלו פונה "כלפי מעלה".

פעילות 3 עמ' 158 - בניית משולש ש- 3 צלעותיו נתונות, בעזרת סרגל ומחוגה. הפעילות מדגימה את שלבי הבנייה, באמצעות סרגל ומחוגה, של משולש על פי אורכי שלוש צלעות.

אורכי הצלעות נתונים בצורה פרמטרית: a , b , c.

כדאי לחבר פעילות זו לפעילות מס' 1 ולבקש מהתלמידים להציע ערכים אפשריים לאורכי הצלעות.

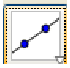
נקודות שכדאי להדגיש:

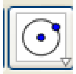
1. ניתן להתחיל את הבנייה מכל אחת משלוש הצלעות a , b , c.
2. שלוש צלעות קובעות את המשולש באופן יחיד. בכך, פעילות זו זורעת זרעים לקראת לימוד הנושא "חפיפת משולשים" בכיתה ח.

הערה: על פי תכנית הלימודים, כלל התלמידים נדרשים לדעת לסרטט משולש בעזרת סרגל ומד זווית, אולם אין דרישה כזו לגבי סרטוט בסרגל ומחוגה.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

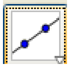
ניתן לבנות משולש על פי שלוש צלעות גם באמצעות תוכנה של גיאומטריה דינמית, למשל GeoGebra.

כדי לבנות צלע באורך נתון נשתמש, בתפריט הישר וחלקיו  באפשרות "קטע באורך נתון מנקודה".

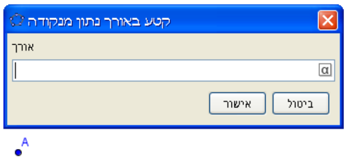
כדי לחוג קשת ברדיוס נתון נשתמש, בתפריט המעגל וחלקיו  באפשרות "מעגל עם מרכז ורדיוס".

לדוגמה, נבנה משולש שצלעותיו באורך 8 יחידות, 6 יחידות ו- 5 יחידות.

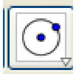
צעד 1: בניית קטע באורך 8 יחידות

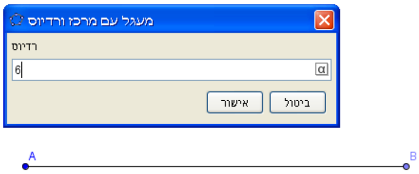
נבחר, בתפריט הישר וחלקיו  באפשרות "קטע באורך נתון מנקודה".

- נסמן נקודה כלשהי בעזרת העכבר.
- תופיע תיבה שבה נרשום את אורך הקטע : 8
- קצות הקטע המתקבל הם שני קדקודים של המשולש.

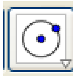


צעד 2: בניית מעגל ברדיוס 6 יחידות

- נבחר בתפריט המעגל וחלקיו  באפשרות "מעגל עם מרכז ורדיוס".
- נסמן את אחד מקצות הקטע כמרכז המעגל.
- תופיע תיבה שבה נרשום את אורך הרדיוס: 6.

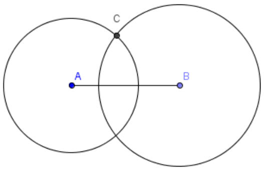


צעד 3: בניית מעגל ברדיוס 5 יחידות

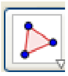
- נבחר בתפריט המעגל וחלקיו  באפשרות "מעגל עם מרכז ורדיוס".
- נסמן את הקצה השני של הקטע כמרכז המעגל.
- תופיע תיבה שבה נרשום את אורך הרדיוס: 5.

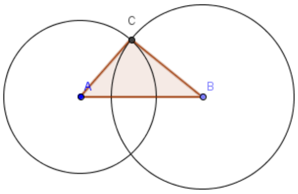
צעד 4: מציאת נקודת חיתוך של המעגלים.

- בתפריט הנקודות נבחר באפשרות "חיתוך שני עצמים".
- נסמן את שני המעגלים. על הצג יופיעו שתי נקודות החיתוך של המעגלים. נבחר באחת מהן כקדקוד השלישי של המשולש.



צעד 5: סרטוט המשולש.

נבחר בתפריט המצולע . נסמן את שלושת הקדקודים של המשולש ונחזור אל הקדקוד הראשון. המשולש יופיע על הצג.



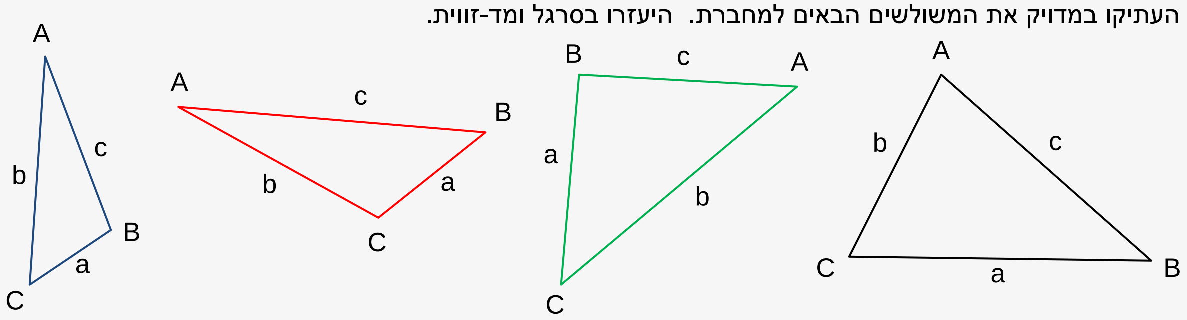
לאחר ההתנסות בסביבה הממוחשבת, תוכלו לדון עם התלמידים מה קורה לבנייה זאת כשהצלעות הן 1 ס"מ, 1 ס"מ ו-100 ס"מ?

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

תרגילים עמ' 158 – 159

את התרגילים 3 – 7 ניתן ומומלץ לבצע גם באמצעות תוכנת גאומטריה דינמית כדוגמת GeoGebra

1. העתיקו במדויק את המשולשים הבאים למחברת. היעזרו בסרגל ומד-זווית.



2. העתיקו את המשולשים מתרגיל 1 בעזרת סרגל ומחוגה. ניתן להציע לתלמידים מתקדמים.

3. בנו, אם אפשר, משולשים שצלעותיהם נתונות. אם אי-אפשר לבנות משולש כזה, הסבירו מדוע.

א. 5 ס"מ, 6 ס"מ, 8 ס"מ.
אפשר

ב. 3 ס"מ, 7 ס"מ, 10 ס"מ.
אי אפשר

ג. 4 ס"מ, 4 ס"מ, 6 ס"מ.
אפשר

ד. 6 ס"מ, 6 ס"מ, 4 ס"מ.
אפשר

ה. 4 ס"מ, 4 ס"מ, 9 ס"מ.
אי אפשר

ו. 5 ס"מ, 6 ס"מ, 2 ס"מ.
אפשר

4. במחסן יש שלוש קופסאות עם שלושה סוגי מוטות: בקופסה הראשונה מוטות באורך 1 ס"מ, בקופסה השנייה מוטות באורך 2 ס"מ, ובקופסה השלישית מוטות באורך 3 ס"מ.

כמה משולשים **שונים** ניתן לבנות מהמוטות שבקופסאות?

3 שווי צלעות, 4 שווי שוקיים (2,2,3 ; 3,3,2 ; 3,3,1 ; 2,2,1). תרגיל 10 הוא תרגיל ברוח דומה.

5. סרטטו משולש שונה-צלעות, משולש ישר-זווית, ומשולש קהה-זווית, שבכל אחד מהם יש צלע באורך 7 ס"מ.

6. סרטטו משולש שווה-שוקיים שאורך השוק שלו 4 ס"מ. כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתון זה?

7. אורכי שתיים מצלעות המשולש הן: 9 ס"מ = **a**, ו- 15 ס"מ = **b**. אורך הצלע השלישית הוא **c**.

ענו על השאלות הבאות ונמקו את תשובתכם.

א. האם ייתכן: 5 ס"מ = c ? **לא**

ב. האם ייתכן: 20 ס"מ = c ? **כן**

ג. האם ייתכן: 9 ס"מ = c ? **כן**

ד. האם ייתכן: 6 ס"מ = c ? **לא**

ה. האם ייתכן: 17 ס"מ = c ? **כן**

ו. האם ייתכן: 25 ס"מ = c ? **לא**

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

עמ' 159

.8 נתונות שתי צלעות באורך 12 ס"מ ו- 21 ס"מ. אורך הצלע השלישית הוא **c**.

א. תנו שתי דוגמאות אפשריות לאורך של **c**. הראו על-ידי סרטוט שהמשולשים אפשריים. **20 , 12**

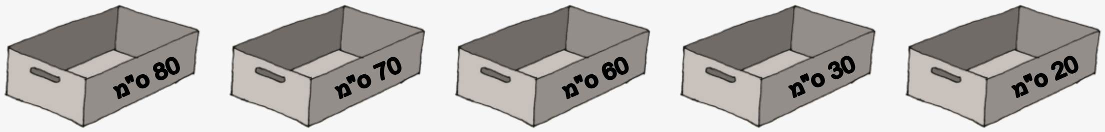
ב. תנו שתי דוגמאות לאורך קטע שלא יכול להיות צלע שלישית. נמקו את תשובתכם. **לדוגמה: 8 או 5**

ג. כמה משולשים שונים ניתן לבנות, אם נתונות שתי צלעות באורך 12 ס"מ ו- 21 ס"מ? **אינסוף**

.9 **א.** במשולש שווה-שוקיים אורך אחת הצלעות הוא 24 ס"מ ואורך הצלע השנייה הוא 12 ס"מ.
מהו אורך הצלע השלישית במשולש? **24 ס"מ**

ב. במשולש שווה-שוקיים נתון: אורך צלע אחת הוא **x** ס"מ ואורך צלע שנייה הוא **2x** ס"מ.
מהו אורך השוק של המשולש? **2x**

.10 במחסן יש חמישה ארגזים בהם נמצאים מוטות באורכים שונים כמתואר בסרטוט.



(1) (2) (3) (4) (5)

א. בוחרים שלושה מוטות, אחד מארגז. האם תמיד ניתן לבנות משולש ממוטות אלה? נמקו.

לא. דוגמה: 80 ס"מ, 30 ס"מ, 20 ס"מ לא משולש

ב. בוחרים שלושה מוטות, אחד מכל ארגז. רשמו אילו סוגים שונים של משולשים ניתן לבנות?

מתקבלים משולשים שוני צלעות. נמנה אותם באופן שיטתי. נתחיל מהמוט הקצר ביותר 20 ס"מ, ונבדוק מהם המוטות שניתן לצרף לו כצלעות נוספות, נעבור למשולשים שיש בהם צלע באורך 30 ס"מ ואין בהם צלע באורך 20 ס"מ, וכן הלאה. התהליך מתואר בטבלה הבאה.

צלע קצרה	צלע בינונית	צלע ארוכה	הערות
~~20 ס"מ~~	~~30 ס"מ~~	~~60 ס"מ~~	לא מתקיים אי שוויון המשולש. אין טעם לבחון מוט ארוך יותר מ- 60 ס"מ כצלע ארוכה.
20 ס"מ	60 ס"מ	70 ס"מ	✓ ניתן לבנות משולש.
~~20 ס"מ~~	~~60 ס"מ~~	~~80 ס"מ~~	לא מתקיים אי שוויון המשולש. אין טעם לבחון מוט ארוך יותר מ- 80 ס"מ כצלע ארוכה.
20 ס"מ	70 ס"מ	80 ס"מ	✓ ניתן לבנות משולש.
30 ס"מ	60 ס"מ	70 ס"מ	✓ ניתן לבנות משולש.
30 ס"מ	70 ס"מ	80 ס"מ	✓ ניתן לבנות משולש.
60 ס"מ	70 ס"מ	80 ס"מ	✓ ניתן לבנות משולש.

ג. כמה סוגים שונים של משולשים מצאתם? **5**

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

ד. בוחרים שני מוטות מארגז מס' 1. מאילו ארגזים ניתן לקחת מוט שלישי כך שניתן יהיה לבנות ממוטות אלה משולש? נמקו. **מארגז 2.** סכום האורכים של שני מוטות מארגז מס' 1 הוא 40 ס"מ, לכן, ניתן לבנות משולש רק עם צלע באורך 30 ס"מ מארגז 2.

ה. בוחרים שני מוטות מארגז מסוים. ידוע שניתן לבנות משולש משני מוטות אלה ומוט נוסף שניתן לקחת מ**כל** ארגז. מאיזה ארגז לקחו את שני המוטות הראשונים? רשמו את כל האפשרויות.

אפשר לקחת מוטות מארגזים 3, 4, 5.

סעיף זה עוסק במניה שיטתית והוא מיועד לתלמידים מתקדמים. נפסול את האפשרות שהמוטות נבחרו מארגז 1, כי אי אפשר, למשל, להוסיף להם מוט מארגז 3 כך שייוצר משולש. משיקולים דומים נפסול את האפשרות ששני המוטות הם מארגז 2.

אם בוחרים שני מוטות מארגזים 3 , 4 או 5, ניתן להתאים להם מוט מ**כל** ארגז כדי לסגור משולש.

אפשר לרשום את כל האפשרויות של המשולשים שמתקבלים (כל המידות בס"מ):

60 , 60 , 20	70 , 70 , 20	80 , 80 , 20
60 , 60 , 30	70 , 70 , 30	80 , 80 , 30
60 , 60 , 60	70 , 70 , 60	80 , 80 , 60
60 , 60 , 70	70 , 70 , 70	80 , 80 , 70
60 , 60 , 80	70 , 70 , 80	80 , 80 , 80

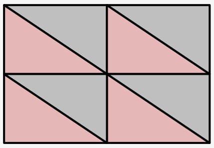
עמ' 159

11. במשולש ישר-זווית, ששטחו 60 סמ"ר, יש ניצב שאורכו 8 ס"מ. מה אורך הניצב השני? **15 ס"מ**

12. רוצים לחלק מלבן שמידותיו 6 ס"מ ו- 4 ס"מ למשולשים ישרי-זווית שאחד הניצבים באורך 3 ס"מ והגובה לניצב זה באורך 2 ס"מ. כמה משולשים כאלו יהיו במלבן? **8 משולשים**

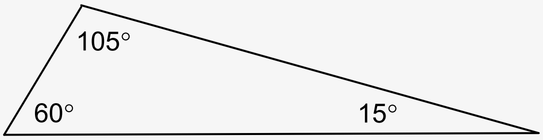
כדאי לציין כי לא די בכך שנראה ששטח המלבן שווה ל- 8 פעמים שטח המשולש, אלא יש להראות גם שהחלוקה אפשרית. כדי לבצע את החלוקה יש להביא בחשבון שבמשולש ישר זווית כל ניצב הוא גובה לניצב השני.

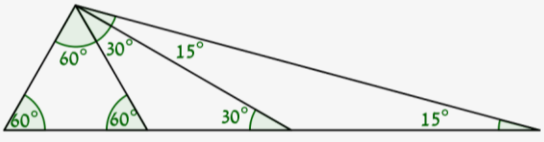
חלוקה אפשרית:



13. חלקו משולש בעל זוויות שמידותיהן 15°, 105°, 60° לשלושה משולשים שווי-שוקיים.

תרגיל זה מיועד לתלמידים מתעניינים ומתקדמים. ניתן להיעזר בתכנת גאומטריה דינאמית כמו GeoGebra לחלוקת המשולש. להלן הפתרון.





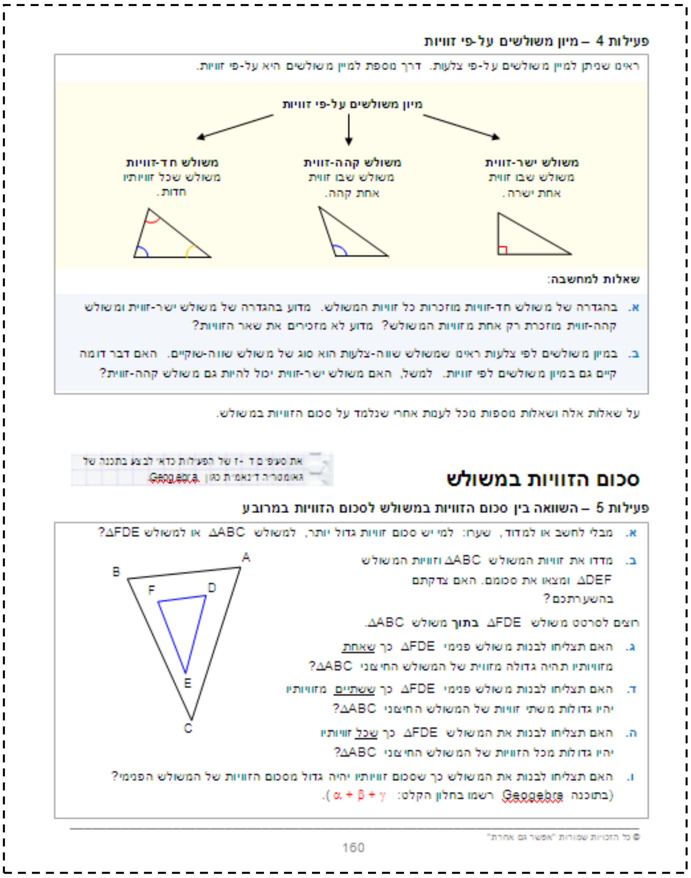
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

פעילות 4 עמ' 160 – מיון משולשים על-פי זוויות

זוהי פעילות המשך לפעילות 2, בה עסקנו במיון משולשים על פי אורכי הצלעות שלהם. פעילות זו עוסקת במיון משולשים על פי זוויות. יחד עם התרשים של מיון משולשים על פי זוויות מוצגות מספר שאלות למחשבה:

- בהגדרה של משולש חד-זוויות מוזכרות כל זוויות המשולש. מדוע בהגדרה של משולש ישר-זווית ומשולש קהה-זווית מוזכרת רק אחת מזוויות המשולש? מדוע לא מזכירים את שאר הזוויות?
- במיון משולשים לפי צלעות ראינו שמשולש שווה-צלעות הוא סוג של משולש שווה-שוקיים. האם דבר דומה קיים גם במיון משולשים לפי זוויות. למשל, האם משולש ישר-זווית יכול להיות גם משולש קהה-זווית?

שאלות אלה מקשרות בין מיון המשולשים על פי תכונותיהם לבין הנושא הבא – סכום הזוויות במשולש.



פעילות 4 – מיון משולשים על-פי זוויות

ראינו שניתן למיין משולשים על-פי צלעות. דרך נוספת למיין משולשים היא על-פי זוויות.

שאלות למחשבה:

א. בהגדרה של משולש חד-זוויות מוזכרות כל זוויות המשולש. מדוע בהגדרה של משולש ישר-זווית ומשולש קהה-זווית מוזכרת רק אחת מזוויות המשולש? מדוע לא מזכירים את שאר הזוויות?

ב. במיון משולשים לפי צלעות ראינו שמשולש שווה-צלעות הוא סוג של משולש שווה-שוקיים. האם דבר דומה קיים גם במיון משולשים לפי זוויות. למשל, האם משולש ישר-זווית יכול להיות גם משולש קהה-זווית?

על שאלות אלה ושאלות נוספות נוכל לענות אחרי שנלמד על סכום הזוויות במשולש.

סכום הזוויות במשולש

את סעיפים ד - ז של הפעילות כדאי לבצע בתכנה של גאומטריה דינאמית כגון Geogebra.

פעילות 5 – השוואה בין סכום הזוויות במשולש לסכום הזוויות במרובע

א. מבלי לחשב או למדוד, שערו: למי יש סכום זוויות גדול יותר, למשולש ΔABC או למשולש ΔFDE?

ב. מדדו את זוויות המשולש ΔABC וזוויות המשולש ΔDEF ומצאו את סכומם. האם צדקתם בהשערתכם?

חצים לסרטט משולש ΔFDE **בתוך** משולש ΔABC.

ג. האם תצליחו לבנות משולש פנימי ΔFDE כך ש<u>אחת</u> מזוויותיו תהיה גדולה מזווית של המשולש החיצוני ΔABC?

ד. האם תצליחו לבנות משולש פנימי ΔFDE כך ש<u>שתיים</u> מזוויותיו יהיו גדולות משתי זוויות של המשולש החיצוני ΔABC?

ה. האם תצליחו לבנות את המשולש ΔFDE כך ש<u>כל</u> זוויותיו יהיו גדולות מכל הזוויות של המשולש החיצוני ΔABC?

ו. האם תצליחו לבנות את המשולש כך שסכום זוויותיו יהיה גדול מסכום הזוויות של המשולש הפנימי? (בתוכנה Geogebra רשמו בחלון הקלט: $\alpha + \beta + \gamma$).

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

160

סכום הזוויות במשולש

אחת המטרות של הוראת המתמטיקה קשורה בהנחלת יופייה של המתמטיקה ובחינוך התלמידים להיות ערים לתופעות גאומטריות מפליאות ומפתיעות.

תופעת סכום הזוויות במשולש כוללת בתוכה שתי תופעות מופלאות. ראשית, סכום הזוויות של כל המשולשים, גדולים כקטנים, שווי צלעות ושוני צלעות, "רחבים" ו"צרים" הוא **קבוע**. שנית, סכום מידותיהן של זוויות המשולש שווה למידתה של זווית שטוחה.

התלמידים למדו בבית הספר היסודי שסכום הזוויות במשולש הוא 180°. עובדה זו כשלעצמה אינה מהווה חידוש עבורם. לכן מטרת הסעיף הזה היא לחזור אל תופעה מפתיעה זו ולהתבונן בה דרך תוצאותיה, למשל:

- לא קיים משולש עם שתי זוויות ישרות.
- לא קיים משולש עם שתי זוויות קהות, ובפרט, זוויות הבסיס של משולש שווה שוקיים תמיד חדות.
- לא קיים משולש שכל זוויותיו גדולות מכל הזוויות של משולש אחר.

פעילות 5, משולבת עבודה עם תוכנת גאומטריה דינמית נועדה להזכיר את התופעה, שמשמשת תחילה כהסבר מדוע לא ניתן לבנות משולש שכל זוויותיו גדולות מכל זוויותיו של משולש אחר. פעילויות 6 ו- 7 מציגות **המחשות** של התופעה על ידי קיפולי נייר. פעילויות 8-9 מספקות **הסבר** לתופעה ופעילות 10 דנה במסקנות.

פעילות 5 עמ' 160. מטרת הפעילות היא להציג את העובדה שסכום הזוויות במשולש הוא 180°.

סעיפים ג – ו מומלץ לבצע בעזרת תוכנה של גאומטריה דינאמית, כמו למשל GeoGebra.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

התלמידים מתבקשים לסרטט משולש קטן **בתוך** משולש גדול, במטרה להדגיש שסכום הזוויות לא תלוי בגודל המשולש. אין צורך להעתיק במדויק את המשולש המופיע בספר – די לסרטט משולש כלשהו ומשולש נוסף בתוכו.

סדר השאלות מדורג. תחילה מוצגות שתי שאלות שהתשובה להן חיובית.

אפשר, כמובן, לבנות משולש שאחת מזוויותיו גדולה מאחת הזוויות של משולש אחר (**סעיף ג**).

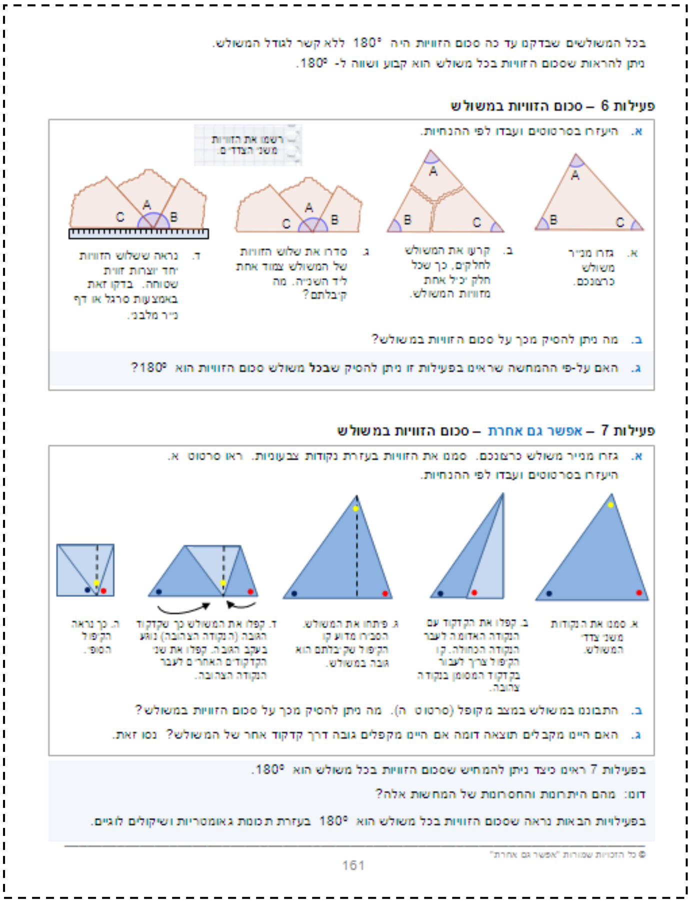
אפשר גם לבנות משולש ששתיים מזוויותיו גדולות משתי זוויות של משולש אחר (**סעיף ד**).

סעיפים ג ו- ד מטרתם לגרום לתלמידים לעצור רגע ולחשוב, לפני שהם מסיקים שלא ניתן לסרטט משולש שכל זוויותיו גדולות מכל הזוויות של משולש אחר (**סעיף ה**), וגם לא משולש שסכום זוויותיו גדול מסכום הזוויות של משולש אחר (**סעיף ו**) כיוון שסכום הזוויות במשולש קבוע.

למשתמשים בתוכנה GeoGebra: על מנת למצוא את סכום הזוויות במשולש שזוויותיו הן α , β , γ יש להקליד בחלון הקלט: $\alpha + \beta + \gamma$.

פעילות 6 עמ' 161 סכום הזוויות במשולש. מטרת הפעילות היא להמחיש, באמצעות קריעת משולש מנייר והרכבת שלוש זוויות לאורך קו ישר, שסכום הזוויות במשולש הוא 180°. מסרטטים משולש כלשהו על דף נייר וגוזרים (חשוב לדייק). מסמנים את שמות הקדקודים בקדקודי המשולש הגזור **משני צדי המשולש**. הדבר יקל על מעקב אחר זוויות המשולש. קורעים, או חותכים, את המשולש לשלושה חלקים, כך שכל חלק מכיל זווית אחת של המשולש. לאחר מכן מצמידים את הזוויות זו לזו וניתן לראות שסכומן שווה לזווית שטוחה - 180°. מומלץ להיעזר בסרגל כדי לוודא שאכן קיבלנו קו ישר.

מומלץ לבקש מהתלמידים לסרטט משולשים שונים: חד-זוויות, קהה-זווית, ישר-זווית. גיוון בסוגים של המשולשים, ואקראיות באופן החלוקה של כל משולש לשלושה חלקים, תורמים להמחשת הכלליות של התופעה. יתרון נוסף של הפעילות הוא בכך שאין בה צורך למדוד זוויות. כך גם מתבטל הצורך לדייק במדידה.


בכל המשולשים שבדקנו עד כה סכום הזוויות היה 180° ללא קשר לגודל המשולש.
ניתן להראות שסכום הזוויות בכל משולש הוא קבוע ושווה ל- 180°.

פעילות 6 – סכום הזוויות במשולש

א. היעזרו בסרטוטים ועבדו לפי ההנחיות.

ב. מה ניתן להסיק מכך על סכום הזוויות במשולש?

ג. האם על-פי ההמחשה שראינו בפעילות זו ניתן להסיק שבכל משולש סכום הזוויות הוא 180°?

פעילות 7 – אפשר גם אחרת – סכום הזוויות במשולש

א. גזרו מנייר משולש כרצונכם. סמנו את הזוויות בעזרת נקודות צבעוניות. ראו סרטוט א.
היעזרו בסרטוטים ועבדו לפי ההנחיות.

ב. התבוננו במשולש במצב מקופל (סרטוט ה). מה ניתן להסיק מכך על סכום הזוויות במשולש?

ג. האם היינו מקבלים תוצאה דומה אם היינו מקפלים גובה דרך קדקוד אחר של המשולש? נסו זאת.

בפעילות 7 ראינו כיצד ניתן להמחיש שסכום הזוויות בכל משולש הוא 180°.

דונו: מהם היתרונות והחסרונות של המחשות אלה?

בפעילויות הבאות נראה שסכום הזוויות בכל משולש הוא 180° בעזרת תכונות גאומטריות ושיקולים לוגיים.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

161

פעילות 7 עמ' 161 - אפשר גם אחרת – סכום הזוויות במשולש. הפעילות מציגה דרך נוספת להמחשת סכום הזוויות במשולש, באמצעות קיפולי נייר. גם כאן, מתחילים ממשולש כלשהו, שגוזרים מדף נייר, ומסמנים את קדקודיו באותיות או בנקודות הצבעוניות. יש לסמן את הזוויות משני צדי הדף כדי שניתן יהיה לראות את הסימון גם לאחר הקיפול. מסמנים את אחד הגבהים בעזרת קיפולי נייר (הזדמנות לחזור על החומר שנלמד בפרקים הקודמים). מקפלים את הקדקוד המסומן בנקודה הצהובה עד שייגע בעקב הגובה. מקפלים את שני הקדקודים לעבר הנקודה הצהובה ורואים כי שלוש הזוויות נצמדות זו לזו ומהוות ביחד זווית שטוחה. ניתן לפתוח ולסגור את המשולש כדי להיווכח שהזוויות שמהוות עכשיו, ביחד,

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

זווית שטוחה, הן הזוויות של המשולש. ניתן לחזור על הפעילות, כשבשלב הראשון מסמנים גובה אחר, ולראות שהזוויות ייצמדו לצלע אחרת במשולש.

השלב של מציאת גובה על ידי קיפולי נייר הוא שלב עזר, מטרתו להביא את קדקוד הזווית בדיוק אל עקב הגובה. דרך נוספת לעשות זאת היא למצוא את אמצעי הצלעות בעזרת קיפולי נייר ולקפל לאורך קטע האמצעים (נציין שהתלמידים עדיין לא מכירים את המושג קטע אמצעים).

פעילויות 6 ו- 7 משרתות מטרה דומה. אנו משאירים לשיקול דעתו של המורה את ההחלטה אם לבצע את שתיהן, או אחת מהן, לבחירתו.

פעילות 8 – 9 עמ' 162 מציגות, מבלי לומר זאת במפורש, **הוכחות לכך שסכום הזוויות במשולש הוא 180°.**

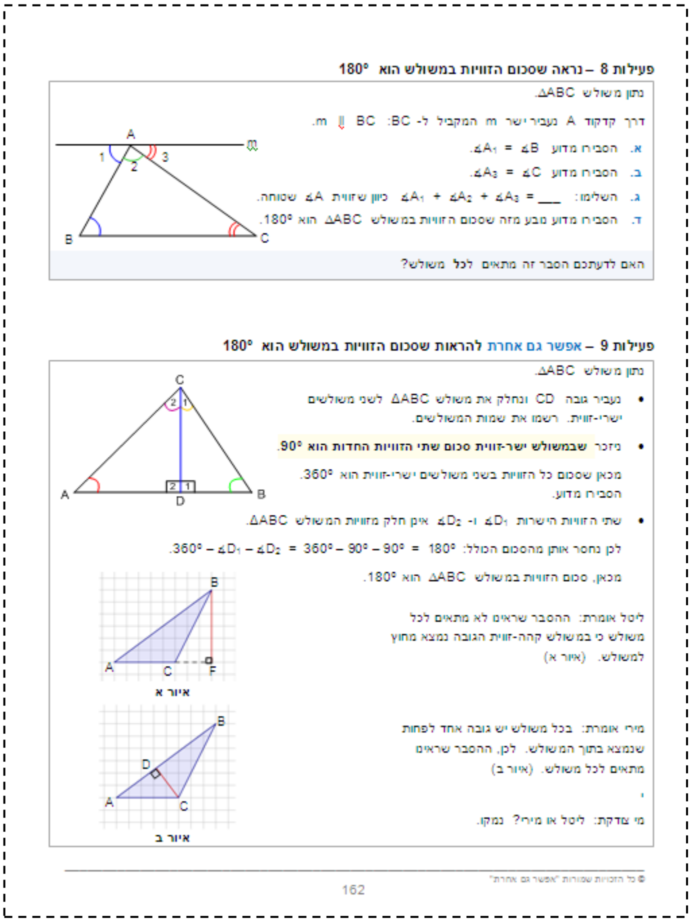
לעומת פעילויות 6 ו- 7 שעוסקות בהמחשות, פעילויות 8 ו- 9 מציגות הוכחות גיאומטריות למשפט.

ההוכחה **בפעילות 8** היא הוכחה קלאסית המבוססת על בניית עזר - ישר העובר דרך אחד מקדקודי המשולש והוא מקביל לצלע ממול. בעזרת התכונות של זוויות מתחלפות, מראים שסכום הזוויות במשולש שווה לזווית שטוחה.

השאלה בסוף הפעילות נועדה לפתוח דיון על כלליות ההוכחה. האם היא מתאימה לכל משולש? דרך אחרת להתייחס לעניין הכלליות היא לשאול מה ישתנה ומה יישאר קבוע בהוכחה אם נעביר מקביל לצלע אחרת? או אם נסרטט משולש אחר?

בפעילות 9 מוצגת הוכחה נוספת. מחלקים את המשולש על ידי גובה לשני משולשים ישרי זווית. למדנו בספר של כיתה ז חלק ב בעמ' 244 כי סכום הזוויות החדות במשולש ישר-זווית הוא 90°. לכן סכום הזוויות בשני המשולשים יחד הוא 360°. מסכום זה נחסיר פעמיים את המידות של הזוויות הישרות, שאינן חלק מזוויות המשולש ונקבל שסכום הזוויות במשולש הוא 180°.

בסוף הפעילות מופיעה התייחסות למידת הכלליות של הוכחה זו בשאלה של ליטל: האם ההוכחה מתאימה לכל משולש או למשולש חד-זוויות בלבד? שאלה זו מספקת הזדמנות להיזכר בכך שבכל משולש קיים גובה פנימי אחד לפחות.



פעילות 8 – נראה שסכום הזוויות במשולש הוא 180°

נתון משולש ΔABC.

דרך קדקוד A נעביר ישר m המקביל ל- BC: $BC \parallel m$.

א. הסבירו מדוע $\measuredangle A_1 = \measuredangle B$.

ב. הסבירו מדוע $\measuredangle A_3 = \measuredangle C$.

ג. השלימו: $\measuredangle A_1 + \measuredangle A_2 + \measuredangle A_3 =$ ___ כיוון שזווית $\measuredangle A$ שטוחה.

ד. הסבירו מדוע נובע מזה שסכום הזוויות במשולש ΔABC הוא 180°.

האם לדעתכם הסבר זה מתאים לכל משולש?

פעילות 9 – אפשר גם אחרת להראות שסכום הזוויות במשולש הוא 180°

נתון משולש ΔABC.

- נעביר גובה CD ונחלק את משולש ΔABC לשני משולשים ישרי-זווית. רשמו את שמות המשולשים.
- ניזכר **שבמשולש ישר-זווית סכום שתי הזוויות החדות הוא 90°.**

  מכאן שסכום כל הזוויות בשני משולשים ישרי-זווית הוא 360°. הסבירו מדוע.
- שתי הזוויות הישרות $\measuredangle D_1$ ו- $\measuredangle D_2$ אינן חלק מזוויות המשולש ΔABC.

  לכן נחסיר אותן מהסכום הכולל: $180^o = 360^o - 90^o - 90^o = 360^o - \measuredangle D_1 - \measuredangle D_2$.

  מכאן, סכום הזוויות במשולש ΔABC הוא 180°.

ליטל אומרת: ההסבר שראינו לא מתאים לכל משולש כי במשולש קהה-זווית הגובה נמצא מחוץ למשולש. (איור א)

איור א

מירי אומרת: בכל משולש יש גובה אחד לפחות שנמצא בתוך המשולש. לכן, ההסבר שראינו מתאים לכל משולש. (איור ב)

איור ב

מי צדקת: ליטל או מירי? נמקו.

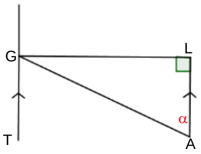
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

162

תזכורת לפעילות בספר כיתה ז – חלק ב -עמ' 244:

האם היינו זקוקים למידת הזווית $\measuredangle GAL$ כדי לחשב את סכום הזוויות החדות במשולש ישר הזווית?

נסמן את הזווית $\measuredangle GAL$ ב- α.



א. בטאו באמצעות α את מידת הזווית $\measuredangle TGA$.

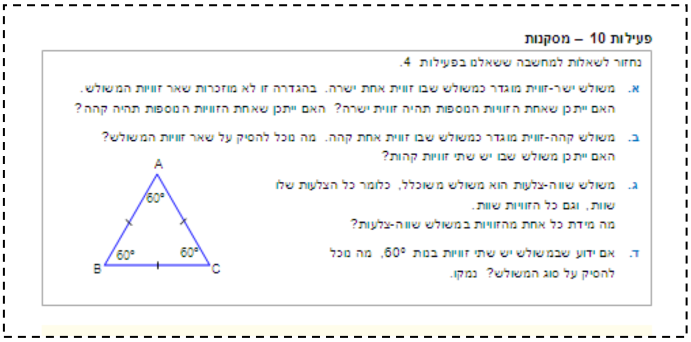
ב. בטאו באמצעות α את מידת הזווית $\measuredangle AGL$.

ג. חשבו את סכום הזוויות $\measuredangle GAL + \measuredangle AGL$.

בפעילות זו גילינו: **סכום הזוויות החדות במשולש ישר זווית הוא 90°.**

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

מגוון ההמחשות וההוכחות המוצגות בספר נועדו להעשיר את הדיון בתופעה שסכום הזוויות במשולש הוא 180°. אנחנו משאירים למורה להחליט באילו פעילויות לבחור ובאיזו מידה להעמיק את הדיון עם התלמידים. בכל מקרה, אנו ממליצים להציג יותר מדרך הוכחה (או המחשה) אחת.



פעילות 10 – מסקנות

נחזור לשאלות למחשבה ששאלנו בפעילות 4.

א. משולש ישר-זווית מוגדר כמשולש שבו זווית אחת ישרה. בהגדרה זו לא מוזכרות שאר זוויות המשולש. האם ייתכן שאחת הזוויות הנוספות תהיה זווית ישרה? האם ייתכן שאחת הזוויות הנוספות תהיה קהה?

ב. משולש קהה-זווית מוגדר כמשולש שבו זווית אחת קהה. מה נוכל להסיק על שאר זוויות המשולש? האם ייתכן משולש שבו יש שתי זוויות קהות?

ג. משולש שווה-צלעות הוא משולש משוכלל, כלומר כל הצלעות שלו שוות, וגם כל הזוויות שוות. מה מידת כל אחת מהזוויות במשולש שווה-צלעות?

ד. אם ידוע שבמשולש יש שתי זוויות בנות 60°, מה נוכל להסיק על סוג המשולש? נמקו.

פעילות 10 עמ' 163 מציגה מסקנות שניתן להסיק מכך שסכום הזוויות במשולש הוא 180°. ביניהן: שכל זווית במשולש שווה-צלעות היא 60°. משולש שווה צלעות הוא משולש משוכלל שבו כל הצלעות שוות וכל הזוויות שוות. מאחר ושלוש הזוויות שוות וסכומן קבוע נובע שהמידה של כל זווית היא 60°. (נציין שלא ניתן להסיק מסקנה זו אם לא יודעים מראש שבמשולש שווה צלעות גם כל הזווית שוות זו לזו).

הפעילות גם חוזרת אל שאלות שעלו בפעילות 4, בראשית הפרק, שדנה במיון משולשים לפי זוויות.

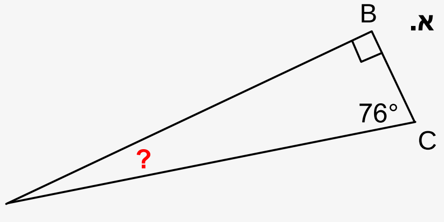
כעת נוכל לציין שבהגדרה של משולש ישר-זווית מוזכרת רק זווית ישרה ושתי הזוויות האחרות חייבות להיות חדות. בדומה, בהגדרת משולש קהה-זווית מוזכרת רק זווית קהה אחת ושתי הזוויות האחרות חייבות להיות חדות. כמו כן, יש בידינו כלים לדעת שלא ייתכן משולש שבו יש שתי זוויות ישרות או קהות או אחת קהה ואחת ישרה.

בעמ' 163 – 167 מופיעים תרגילים מגוונים בנושא סכום הזוויות במשולש.

תרגילים

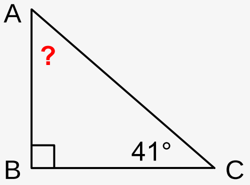
14. בכל אחד מהמשולשים שלפניכם, חשבו את מידת הזווית המסומנת בסימן שאלה.

א.



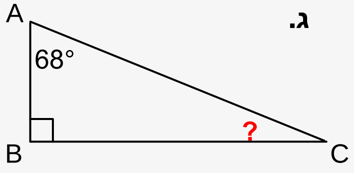
14°

ב.



49°

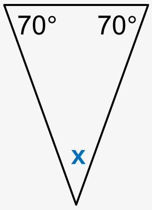
ג.



22°

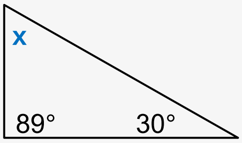
15. בכל אחד מן המשולשים הנתונים, חשבו את מידת הזווית המסומנת ב- **x**.

א.



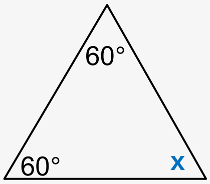
40°

ב.



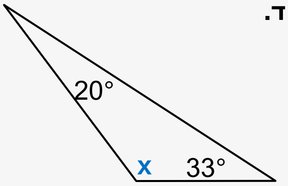
61°

ג.



60°

ד.



127°

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

16. במשולש ΔRBK נתון: $\measuredangle R = 80°, \measuredangle B = 75°$. האם המשולש הוא קהה-זווית, ישר-זווית או חד-זוויות?

משולש חד-זוויות

17. א. סרטטו שני משולשים שונים, בעלי זוויות בנות: $40°$ ו- $60°$. במה המשולשים שונים זה מזה?

ב. סרטטו שני משולשים שונים בעלי זוויות בנות: $55°$, $85°$. במה המשולשים שונים זה מזה?

18. בכל הסעיפים שלפניכם ענו על השאלות ונמקו את תשובתכם:

א. האם ייתכן משולש שיש בו שתי זוויות ישרות? **לא**

ב. האם ייתכן משולש שיש בו שתי זוויות קהות? **לא**

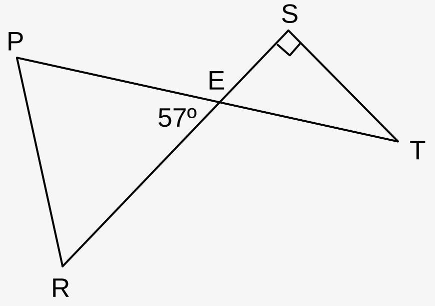
ג. האם ייתכן משולש שיש בו זווית אחת ישרה וזווית אחת קהה? **לא**

ד. האם ייתכן משולש שיש בו שתי זוויות בנות $10°$ כל אחת? **כן**

ה. האם ייתכן משולש שכל זוויותיו שוות? **כן**

19. הקטעים PT ו- RS נחתכים בנקודה E.

נתון: $\measuredangle PER = 57°$, $RS \perp ST$.



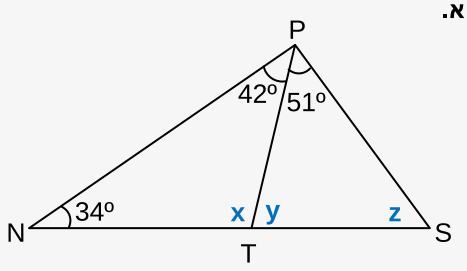
א. מצאו את מידת הזווית $\measuredangle T$. **$\measuredangle T = 33°$**

ב. כמו כן נתון: מידת זווית $\measuredangle P$ גדולה פי שניים ממידת זווית $\measuredangle T$ ($\measuredangle P = 2 \cdot \measuredangle T$).

מצאו את מידת זווית $\measuredangle R$. **$\measuredangle R = 57°$**

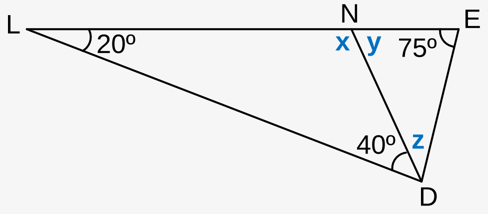
20. בכל אחד מהמשולשים שלפניכם, מצאו את מידות הזוויות המסומנות ב- x , y ו- z.

א.



x = 104° , y = 76° , z = 53°

ב.



x = 120° , y = 60° , z = 45°

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

כפולות של 20 זה מספרים
שמתחלקים ב- 20 ללא שארית.

21. א. תנו דוגמה למשולש שמקיים את התנאים הבאים:

(1) יש בו שתי זוויות שוות. (2) המידות של כל הזוויות הן כפולות של 20°.

לדוגמא: 80° , 20° , 20°; 140°, 20°, 20° ; 100°, 40°, 40° ; 60°, 60°, 60°

ב. האם תוכלו לתת דוגמה למשולש נוסף, שונה מהקודם, המקיים את התנאים האלה?

ג. כמה דוגמאות שונות נוספות ניתן לתת? נמקו. **יש בסה"כ 4 אפשרויות.**

22. א. תנו דוגמה למשולש ישר-זווית שבו מידת אחת הזוויות החדות גדולה פי 2 ממידת הזווית החדה השנייה.

$90°$, $60°$, $30°$

ב. האם תוכלו לתת דוגמה נוספת למשולש כזה? נמקו. **יש רק אפשרות אחת.**

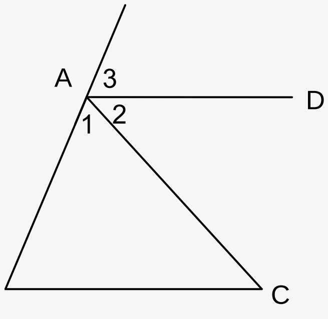
23. א. תנו דוגמה למשולש קהה-זווית שבו המידות של כל הזוויות הן כפולות של 30°. **$30°$, $30°$, $120°$**

ב. האם תוכלו לתת דוגמה נוספת למשולש כזה? נמקו. זו התשובה היחידה: כדי להבטיח זווית-קהה יש לבחור כפולה של $30°$ גדולה מ- $90°$. הזווית הקטנה ביותר המקיימת את הדרישות היא בת $120°$. נותרו $60°$ לשתי הזוויות האחרות. האפשרות היחידה היא ששתיהן בנות $90°$.

24. א. תנו דוגמה למשולש ישר-זווית שבו המידות של הזוויות החדות הן כפולות של 15°. **$15°$, $75°$, $90°$**

ב. תנו דוגמה למשולש נוסף, שונה מהקודם, המקיים תנאי זה. **$30°$, $60°$, $90°$**

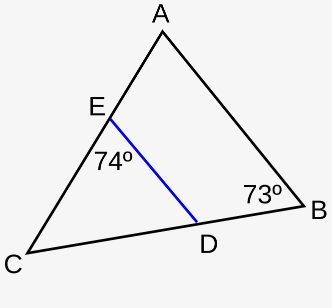
ג. כמה דוגמאות נוספות של משולש שמקיים תנאי זה תוכלו לתת? נמקו. **$45°$, $45°$, $90°$**



25. נתון: BC ll AD, $∡C = 53°$, $∡B = 69°$.

חשבו את הזוויות: $∡A_1$, $∡A_2$, $∡A_3$. נמקו את צעדיכם.

$∡A_1=58°$, $∡A_2=53°$, $A_3=69°$



26. במשולש ΔABC נתון: ED ll AB.

$∡CED = 74°$, $∡ABC = 73°$

מצאו את מידות הזוויות:

א. $∡A$. **$∡A=74°$**

ב. $∡C$. **$∡C=33°$**

ג. $∡EDC$. **$∡EDC=73°$**

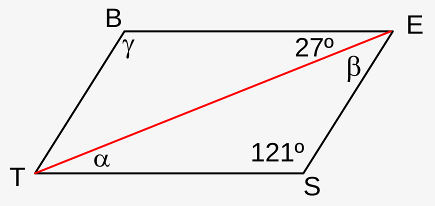
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

עמ' 166

27. נתון: BEST מקבילית. כלומר: BE ll TS, BT ll ES.

על-פי הנתונים שבסרטוט, מצאו את מידות הזוויות: γ, β, α.

נמקו את צעדיכם. α=27°, β=32° , γ=121°

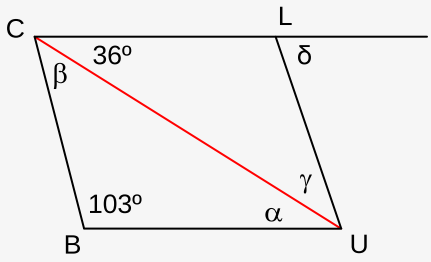


28. המרובע CLUB הוא מקבילית. כלומר: CB ll LU, CL ll UB.

על-פי הנתונים בסרטוט מצאו את מידות הזוויות: δ, γ, β, α.

נמקו את צעדיכם.

α=36°, β=41° , γ=41° , δ=77°



פעילות 11 עמ' 166 - מיון משולשים לפי צלעות וגם לפי זוויות. מטרת הפעילות היא לשלב בין שני סוגי מיונים של משולשים: לפי זוויות ולפי צלעות. התלמידים מתבקשים למלא את הטבלה בפעילות ולצרף סרטוט המחשה לכל תא שבו קיים משולש מהסוג המבוקש. ניתן לבצע פעילות זו כתרגיל של עבודה עצמית או קבוצתית. מומלץ להיעזר בדף העבודה המתאים לפעילות, אותו ניתן להוריד מהאתר.

פעילות 11 – מיון משולשים לפי צלעות וגם לפי זוויות

למדנו למיין משולשים לפי צלעות או לפי זוויות. בתרגיל זה נשלב את שני המיונים.

בטבלה שלפניכם, בכל תא מופיע נתון על צלעות ונתון על זוויות במשולש. עבור כל אחד מהתאים בצעו:

א. אם זה אפשרי, סרטטו משולש ששני הנתונים מתקיימים בו.

ב. אם לא קיים משולש שיכול לקיים את שני הנתונים, הסבירו מדוע קבעתם כך.

ג. עבור התאים בהם הצלחתם לסרטט משולש, ציינו האם מדובר בסוג אחד של משולש או שיש סוגים רבים של משולשים שיכולים לקיים את שני הנתונים.

מיון משולשים לפי צלעות / מיון משולשים לפי זוויות	משולש שווה-צלעות	משולש שווה-שוקיים	משולש שונה-צלעות
משולש חד-זוויות	✓	✓	✓
משולש קהה-זווית	**לא קיים**	✓	✓
משולש ישר-זווית	**לא קיים**	✓	✓

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

עמ' 166

29. עבור כל אחת מהטענות שלפניכם קבעו האם היא נכונה או לא. נמקו את תשובתכם.

א. אם במשולש שתי זוויות חדות גם הזווית השלישית חדה. נכון / לא נכון **לא נכון**

ב. במשולש ישר-זווית, כל אחת מהזוויות החדות שווה ל- 45°. נכון / לא נכון **לא נכון**

ג. במשולש ישר-זווית שתי הזוויות האחרות הן זוויות חדות. נכון / לא נכון **נכון**

ד. בכל משולש, לפחות שתיים מהזוויות הן זוויות חדות. נכון / לא נכון **נכון**

עמ' 167

30. איזו מבין הטענות הבאות **אינה נכונה**?

א. קיים משולש ישר-זווית ובו זווית בת 60°. **נכון**

ב. קיים משולש שווה-שוקיים ובו זוויות הבסיס קהות. **לא נכון**

ג. קיים משולש שווה-שוקיים, בו זווית הראש קהה. **נכון**

ד. קיים משולש בו אחת הזוויות היא בת 1°. **נכון**

31. נתון משולש שאורכי הצלעות שלו הם: 8 ס"מ, 11 ס"מ ו- 15 ס"מ.

א. האם ייתכן שיש לו 3 זוויות שוות? הסבירו. **לא**

ב. בנו את המשולש שצלעותיו נתונות, באמצעות סרגל ומחוגה.

32. במשולש שווה-שוקיים ΔGFH נתון כי זווית $\measuredangle H = 100^o$. איזו מבין הטענות שלפניכם **אינה** נכונה?

א. $\measuredangle G < \measuredangle H$. **נכון**

ב. $\measuredangle F < 90^o$. **נכון**

ג. ΔGFH - משולש קהה-זווית. **נכון**

ד. $\measuredangle F + \measuredangle G > \measuredangle H$. **לא נכון**

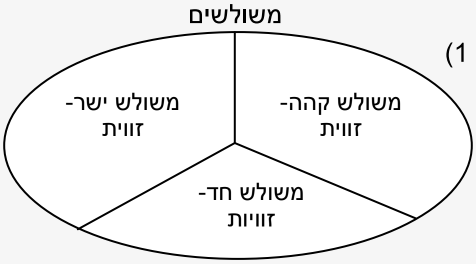
מטרת תרגיל 33 היא להציע דרך נוספת להציג את מיון המשולשים לפי צלעות ולפי זוויות. היתרון של דיאגרמת וון הוא ביכולת להמחיש קשרים בין הקבוצות, כמו קשרי הכלה או לחילופין מצבים בהם מדובר בקבוצות זרות. למשל, בתרשים מימין, המייצג מיון משולשים לפי זוויות, מדובר בשלוש קבוצות זרות: לא ייתכן משולש קהה-זווית שהוא גם ישר-זווית וכו'. בתרשים משמאל, המייצג מיון לפי צלעות, קל מאוד לראות שמשולש שווה-צלעות הוא סוג של משולש שווה שוקיים. בסעיף א התלמידים מתבקשים להסביר מה מייצג כל תרשים ובסעיף ב למיין משולשים בשתי דרכים: על פי צלעות ועל פי זוויות. תרגיל זה מתאים כסיכום, אך ניתן להציגו בשלב מוקדם יותר כדי להמחיש את ההבחנה בין שני המיונים, השימוש של כל מיון והאופן שבו הם משלימים זה את זה.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

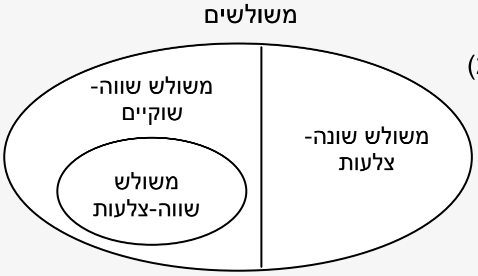
33. כדי לזכור את הקשרים בין הסוגים השונים של משולשים עמית סרטט את שני התרשימים הבאים.

א. עבור כל תרשים הסבירו מה הוא מייצג והאם התרשים נכון.

1)

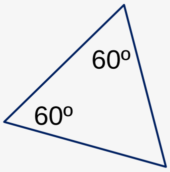


2)



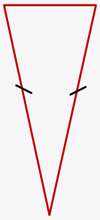
ב. מיינו את המשולשים שלפניכם בשתי דרכים: על-פי צלעות ועל-פי זוויות. היעזרו בתרשימים של עמית.

1)

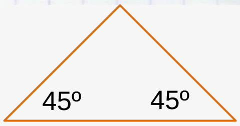


2)

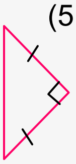
3)



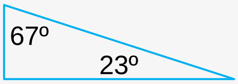
4) לפי הצורך היעזרו במדידות



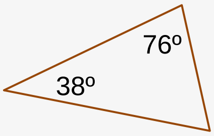
5)



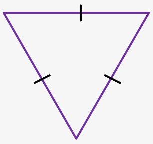
6)



7)



8)



שוני-צלעות: 2,7; שווי שוקיים: 3,4,5; שווי-צלעות: 1,8; חדי-זוויות: 1,3,7,8; קהה-זווית: 2; ישרי זווית: 4,5,6;

זווית חיצונית למשולש

פעילות 12 מציגה את המושג זווית חיצונית במשולש ומשפט שימושי:

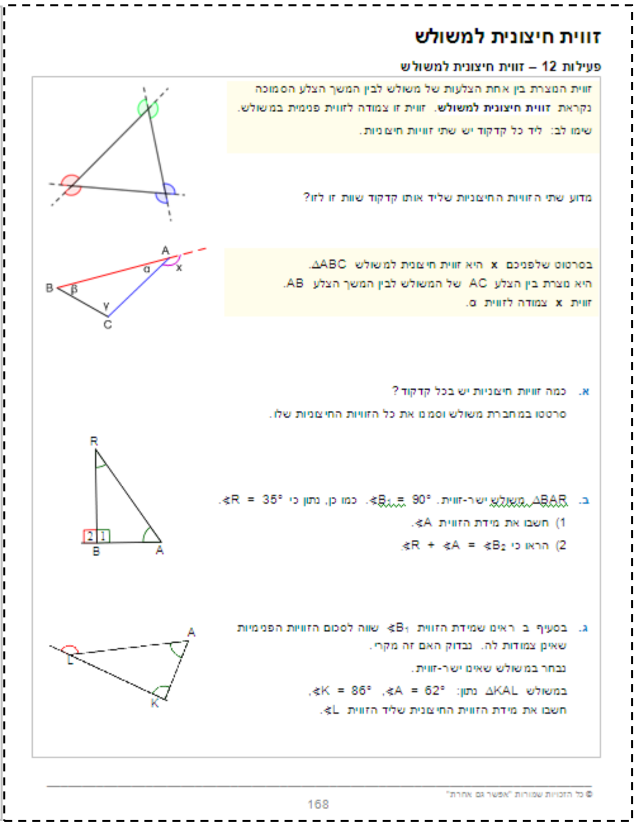
המידה של זווית חיצונית במשולש שווה לסכום המידות של הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

סעיף א מדגיש את קיומן של שתי זוויות חיצוניות בכל קדקוד.

התרגילים החישוביים מהווים הכנה לקראת המקרה הכללי, והם בנויים באופן הדרגתי:

- בסעיף ב מחשבים זווית חיצונית של **משולש ישר זווית** ומגלים באמצעות חישוב שהיא שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
- בסעיף ג בודקים מספרית אם התופעה מתקיימת גם **במשולש נוסף, שאינו ישר זווית**.
- בסעיף ד כל תלמיד בודק אם התופעה מתקיימת **במשולש שהוא מסרטט בעצמו**.
- בסעיף ה מוכיחים את המשפט.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"



זווית חיצונית למשולש

פעילות 12 – זווית חיצונית למשולש

זווית המוצרת בין אחת הצלעות של משולש לבין המשך הצלע הסמוכה נקראת **זווית חיצונית למשולש**. זווית זו צמודה לזווית פנימית במשולש.

שימו לב: ליד כל קדקוד יש שתי זוויות חיצוניות.

מדוע שתי הזוויות החיצוניות שליד אותו קדקוד שוות זו לזו?

בסרטוט שלפניכם x היא זווית חיצונית למשולש ΔABC.
היא מוצרת בין הצלע AC של המשולש לבין המשך הצלע AB.
זווית x צמודה לזווית α.

א. כמה זוויות חיצוניות יש בכל קדקוד?
סרטטו במחברת משולש וסמנו את כל הזוויות החיצוניות שלו.

ב. ΔBAR משולש ישר-זווית. $\sphericalangle B_1 = 90°$. כמו כן, נתון כי $\sphericalangle R = 35°$.
1) חשבו את מידת הזווית $\sphericalangle A$.
2) הראו כי $\sphericalangle B_2 = \sphericalangle R + \sphericalangle A$

ג. בסעיף ב ראינו שמידת הזווית $\sphericalangle B_1$ שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה. נבדוק האם זה מקרי.
נבחר במשולש שאינו ישר-זווית.
במשולש ΔKAL נתון: $\sphericalangle A = 62°$, $\sphericalangle K = 86°$.
חשבו את מידת הזווית החיצונית שליד הזווית $\sphericalangle L$.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"
168

ד. סרטטו משולש נוסף במחברת.

מדדו את הזוויות הפנימיות ואת הזוויות החיצוניות ורשמו אותן בסרטוט.

האם גם במשולש שסרטטתם כל זווית חיצונית שווה לסכום שתי הזוויות שאינן צמודות לה?

ה. נתבונן במשולש ΔABC.

נסמן שתי זוויות פנימיות של המשולש, $\sphericalangle A = \alpha$ ו- $\sphericalangle B = \beta$

בטאו את מידת הזווית $\sphericalangle C_1$ באמצעות α ו- β.

בטאו את מידת הזווית $\sphericalangle C_2$ באמצעות α ו- β.

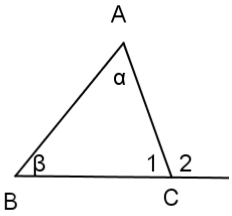
הזווית $\sphericalangle C_2$ היא

זווית חיצונית למשולש ΔABC.

בפעילות זו גילינו כי מידת הזווית

$\sphericalangle C_2$ שווה לסכום הזוויות $\sphericalangle A$

$\sphericalangle B$ +.



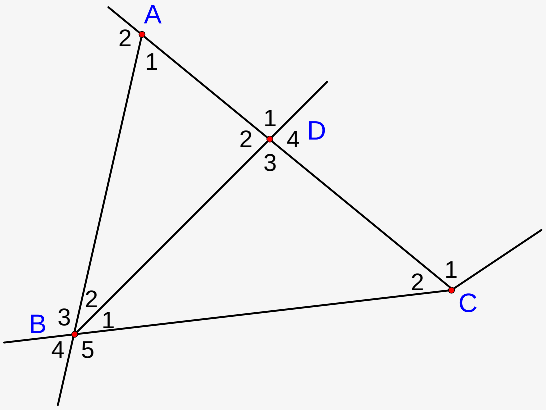
המידה של זווית חיצונית במשולש שווה לסכום המידות של הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

תרגילים - עמ' 169

34. היגדים שלפניכם מתייחסים לסרטוט משמאל.

עבור כל אחד מהם רשמו האם הוא נכון או לא נכון. נמקו את תשובותיכם.

תרגיל זה מדגיש שהמושג זווית מתייחס למשולש נתון. בסעיפי התרגיל מופיעות זוויות שהן זוויות חיצוניות באחד המשולשים ואינן זוויות חיצוניות במשולש אחר. הבחנה זו דרושה בהמשך בתרגילי חישוב.



א. $\sphericalangle D_1$ חיצונית למשולש ΔABD. **נכון.**

ב. $\sphericalangle C_1$ חיצונית למשולש ΔBDC. **לא נכון.**

ג. $\sphericalangle B_5$ חיצונית למשולש ΔBDC. **לא נכון.**

ד. $\sphericalangle B_5$ חיצונית למשולש ΔACB. **נכון.**

ה. $\sphericalangle B_3$ חיצונית למשולש ΔABD. **לא נכון.**

ו. $\sphericalangle D_2$ חיצונית למשולש ΔBDC. **נכון.**

ז. $\sphericalangle D_4$ חיצונית למשולש ΔABD. **לא נכון.**

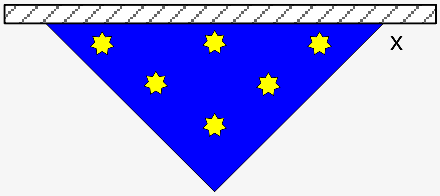
ח. $\sphericalangle D_4$ חיצונית למשולש ΔBDC. **נכון.**

ט. הוסיפו שני היגדים נכונים ושני היגדים שגויים. מטרת סעיף ט הוא לתת לתלמידים הזדמנות לבנות דוגמאות ואי דוגמאות למושג זווית חיצונית למשולש.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

35. משפחה רכשה שטיח שצורתו משולש ישר-זווית שהניצבים שלו שווים.

השטיח הוצמד לקיר, כמו בציור.



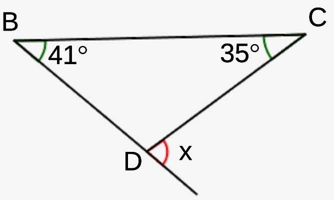
א. מהי מידת הזווית **x** הנוצרת בין השטיח לקיר? **135°**

ב. כיצד תשתנה מידת הזווית **x** אם השטיח יהיה בצורת משולש שווה-צלעות? **120°**

תרגילים - עמ' 170

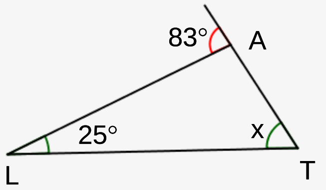
36. בכל אחד מן המשולשים הבאים חשבו את המידה של הזווית המסומנת ב- **x** על-פי שאר הנתונים בסרטוט.

א.



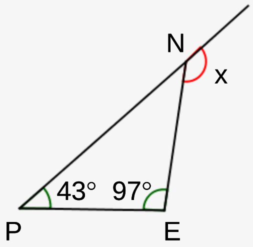
x = 76°

ב.



x = 62°

ג.



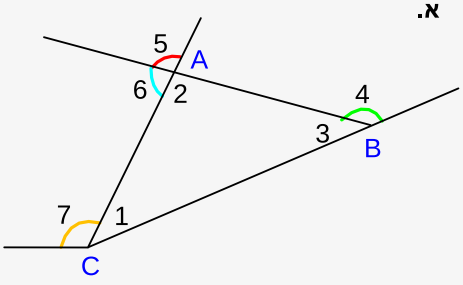
x = 140°

37. בכל אחד מהסרטוטים שלפניכם זוויות המסומנות במספרים.

מיינו את כל הזוויות בסרטוט לזוויות חיצוניות למשולש כלשהו, ולכאלה שאינן זוויות חיצוניות לשום משולש.

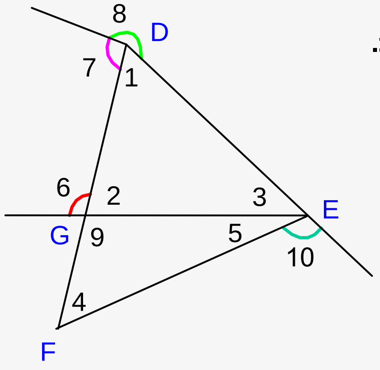
עבור הזוויות החיצוניות - רשמו לאיזה משולש.

א.



∡6 ו- ∡4 חיצוניות למשולש ΔABC
שאר הזוויות בסרטוט אינן זוויות חיצונית למשולש זה.

ב.



∡6 ו- ∡9 חיצוניות למשולש ΔGDE
∡10 חיצונית למשולש ΔFDE
∡2 חיצונית למשולש ΔGFE

שאר הזוויות בסרטוט אינן זוויות חיצוניות לשום משולש.

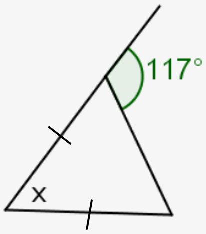
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

38. חשבו את הזוויות המסומנות באותיות. שימו לב לסימון של קטעים שווים או זוויות שוות.

סעיפים ב – ג הם דו שלביים. הנתונים שבידי התלמידים מאפשרים לחשב את מידתה של אחת הזוויות המבוקשות.

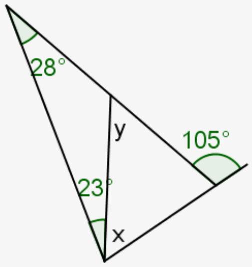
בתרגילים מסוג זה תלמידים יכולים לחשב את מידת הזווית הצמודה לזווית החיצונית, ובכך לעקוף את השימוש בתכונת הזווית החיצונית למשולש. חשוב לערוך דיון בתשובות ולהציג פתרונות של תלמידים אחדים, ולהציג את תכונת הזווית החיצונית במשולש ככלי שימושי שיכול לקצר את תהליך החישוב.

א.



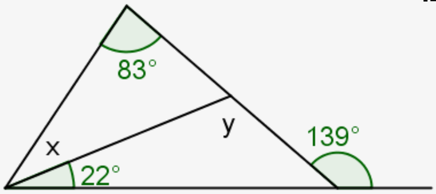
x=54°

ג.



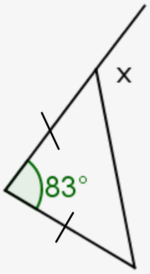
x=54° y=51°

ב.



x=34° y=117°

ד.



x=131.5°

עמ' 171 - חוצה-זווית במשולש

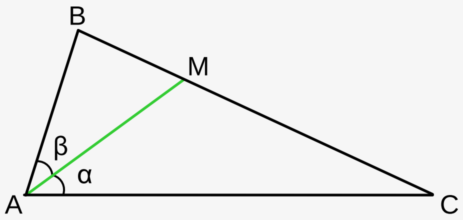
התלמידים מכירים את המושג "חוצה זווית" מהפרק על זוויות. הסעיף הנוכחי דן ביישום של מושג זה במשולש, בשילוב עם תרגילים על סכום הזוויות במשולש.

חוצה-זווית במשולש

חוצה-זווית במשולש הוא קטע שקצה אחד שלו בקדקוד הזווית וקצה שני בצלע שמולה. חוצה הזווית מחלק את הזווית שליד הקדקוד של המשולש לשתי זוויות שוות.

לדוגמה: במשולש ΔABC הקטע AM הוא חוצה הזווית $\measuredangle A$.

כלומר, $\beta = \alpha$.

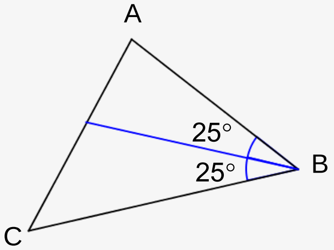


בפרק על זוויות הגדרנו את **חוצה הזווית** כקרן העוברת בקדקוד הזווית ומחלקת את הזווית לשתי זוויות השוות זו לזו. חוצה זווית במשולש הוא קטע מחוצה הזווית של זווית זו.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

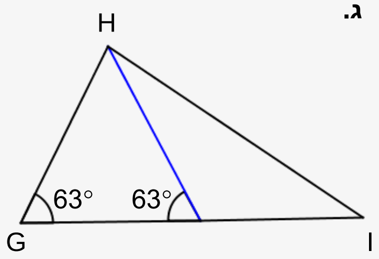
39. בכל סרטוט קבעו האם הקטע הכחול המודגש הוא חוצה-זווית, אינו חוצה-זווית או לא ניתן לקבוע.
הסבירו את תשובתכם.

א.



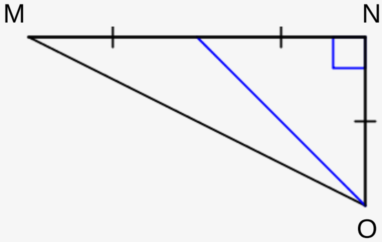
חוצה זווית

ג.



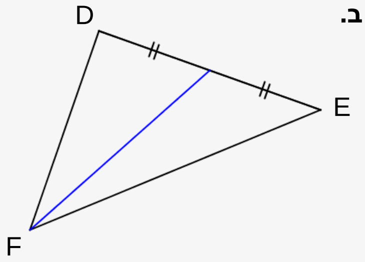
לא ניתן לקבוע

ה.



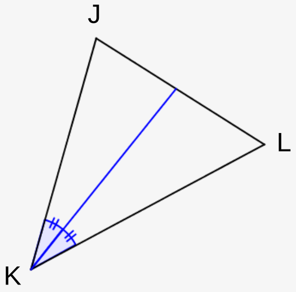
אינו חוצה זווית

ב.



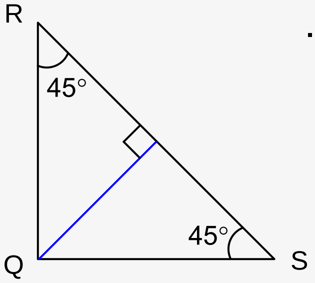
לא ניתן לקבוע

ד.



חוצה זווית

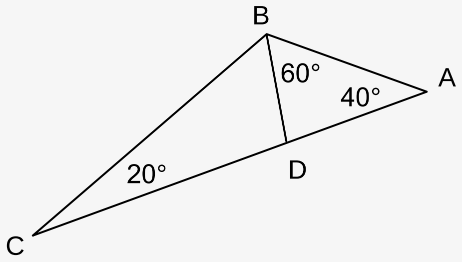
ו.



חוצה זווית

40. על-פי הנתונים בסרטוט קבעו האם BD הוא חוצה זווית
במשולש ΔABC. נמקו את תשובתכם.

חוצה זווית



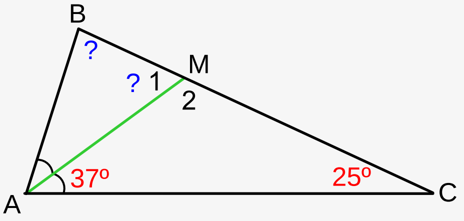
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

עמ' 172

41. נתון: AM חוצה-זווית $\measuredangle A$ במשולש ΔABC.

א. מצאו את מידות הזוויות: $\measuredangle B$ ו- $\measuredangle M_1$.

ב. מצאו דרך נוספת לפתור תרגיל זה.



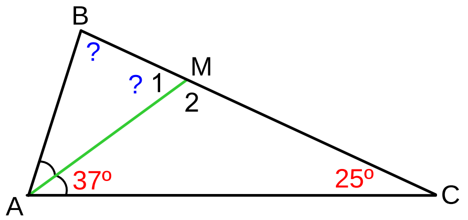
$\measuredangle B = 81^o$,$\measuredangle M_1 = 62^o$

סעיף ב של תרגיל זה מבקש להציע פתרון נוסף לשאלה. תרגילים רבים בגאומטריה ניתן לפתור ביותר מדרך אחת. מטרת הסעיף היא לשדר מסר זה באופן מפורש לתלמידים, אולם מומלץ להעביר אותו בהזדמנויות נוספות. להלן הצעה לפעילות או לתרגיל בעל אופי "אחר" שניתן לעשות סביב שאלה זו.

פתרון בעיות בדרכים שונות

נתון: AM חוצה-זווית $\measuredangle A$ במשולש ΔABC.

מצאו את מידות הזוויות: $\measuredangle B$ ו- $\measuredangle M_1$.



מאור וגיל פתרו את השאלה בדרכים שונות, וגם רשמו את פתרונם באופן שונה. קראו את הפתרונות.

הפתרון של מאור:

בגלל ש- AM הוא חוצה-זווית, הזווית $\measuredangle A$ המלאה שווה ל- $\measuredangle BAC = 74^o$.

במשולש ΔABC, הזווית $\measuredangle B$ משלימה את הזווית $\measuredangle A$ ו- $\measuredangle C$ ל- $180°$.

לכן $\measuredangle B = 180^o - 25^o - 74^o = 81^o$.

במשולש ΔABM הזווית $\measuredangle B$ משלימה את הזוויות $\measuredangle M_1$ ו- $\measuredangle BAM$ ל- $180°$.

לכן: $\measuredangle M_1 = 180° - 37° - 81° = 62°$.

הפתרון של גיל:

במשולש ΔAMC: $\measuredangle M_2 + 37^o + 25^o = 180^o$ כי סכום זוויות במשולש הוא 180°.

נחלץ את הזווית $\measuredangle M_2$ ונקבל: $\measuredangle M_2 = 118^o$.

אז: $\measuredangle M_1 = 180^o - 118^o = 62^o$ כי סכום זוויות צמודות הוא 180°.

$\measuredangle BAM = \measuredangle MAC = 37^o$ כי AM חוצה-זווית $\measuredangle A$.

ב- ΔBAM: $\measuredangle B + 37^o + 62^o = 180^o$ - סכום זוויות במשולש הוא 180°.

נחלץ את הזווית $\measuredangle M_1$ ונקבל: $\measuredangle M_1 = 81^o$.

א. האם שני הפתרונות נכונים? הסבירו.

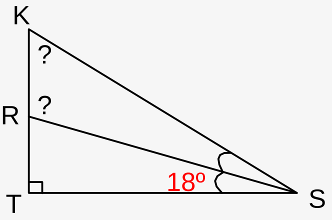
ב. במה דומים הפתרונות של מאור וגיל ובמה הם שונים?

42. ΔKTS הוא משולש ישר-זווית, $\measuredangle T = 90^o$.

SR חוצה את הזווית $\measuredangle S$.

נתון: $\measuredangle RST = 18^o$.

מצאו את הזוויות $\measuredangle SKR$ ו- $\measuredangle KRS$. **$\measuredangle SKR = 54^o$, $\measuredangle KRS = 108^o$**



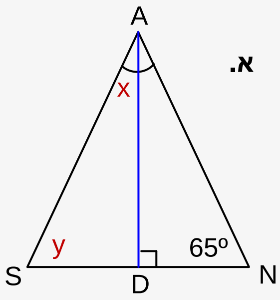
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

עמ' 172

.43 בכל המשולשים שלפניכם AD חוצה את הזווית $\measuredangle A$.

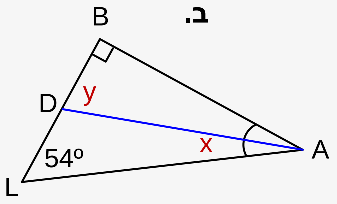
מצאו את מידות הזוויות המסומנות ב- **x** וב- **y**. נמקו את צעדיכם.

א.



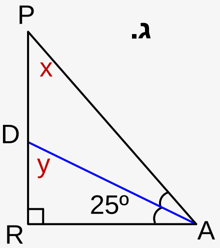
x = 25° ,y = 65°

ב.



x = 18° ,y = 72°

ג.



x = 40° ,y = 65°

מטרת תרגיל 44 היא לעסוק במסקנות שניתן להסיק כאשר נתון שקטע מסוים הוא משולש ומסקנות שאינן נובעות בהכרח מתוך הנתונים. לא הוצגו מצבים של "בהכרח לא נובע". ניתן להחליף את ניסוח השאלה בניסוח רך יותר ולשאול בכל סעיף: "האם ייתכן?" או "האם ניתן לקבוע בוודאות?"

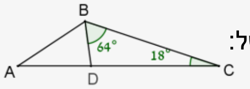
.44 נתון כי BD חוצה את הזווית $\measuredangle B$ במשולש ΔABC. עבור כל אחד מסעיפים, רשמו האם המסקנה נובעת מהנתונים בהכרח. אם כן, הסבירו. אם לא, סרטטו משולש עבורו המסקנה אינה מתקיימת.

א. AD = CD **לא בהכרח**

ב. $BD \perp AC$ **לא בהכרח**

ג. $\measuredangle BCD < \measuredangle CBD$ **לא בהכרח**

למשל:



ד. $\measuredangle ABD = \measuredangle DBC$ **נובע**

ה. $\measuredangle DBC < \measuredangle ABC$ **נובע**

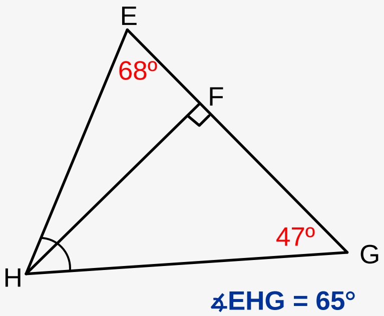
ו. $\measuredangle ADB = \measuredangle CDB$ **לא בהכרח**

עמ' 173

.45 בכל הסעיפים שלפניכם מצאו את הזוויות המבוקשות. נמקו את החישובים שלכם.

א. HF גובה לצלע EG.

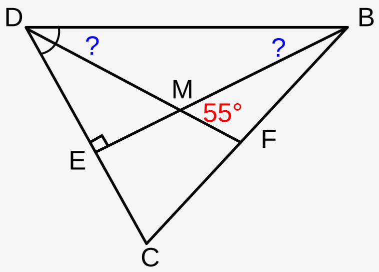
$\measuredangle EHG = ?$



$\measuredangle EHG = 65°$

ב. BE גובה לצלע DC. DF חוצה-זווית $\measuredangle D$.

$\measuredangle MDB = ?$ $\measuredangle DBM = ?$



$\measuredangle DBM = 20°$, $\measuredangle MDB = 35°$

סעיף ב מורכב יותר מסעיף א הן מבחינת הסרטוט והן מבחינת מספר השלבים הדרושים לפתרון.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

עמ' 173

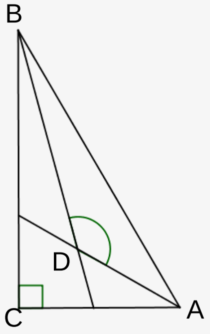
שאלה 46 היא שאלת חקר, אותה מומלץ לבצע תוך שימוש בתוכנה של גאומטריה דינאמית.

החקירה מובילה לגילוי של תופעה מפתיעה: **חוצי הזוויות החדות במשולש ישר זווית נפגשים בזווית קבועה, השווה ל- 135°.** התלמידים יכולים לבצע את החקירה על פי הספר. סעיף א מציג שלוש דוגמאות ספציפיות של משולשים ישרי-זווית. במהלך הפתרון מתגלה שבכל המקרים, הזווית הנוצרת בין חוצי הזוויות החדות היא 135°. בסעיף ב, בעזרת תוכנה של גאומטריה דינאמית בודקים מקרים רבים נוספים ומשתכנעים בכך שהתופעה איננה מקרית. בסעיף ג התלמידים מוכיחים את המסקנה. בביצוע הפעילות ניתן להיעזר ביישומון שבנוי בתוכנה GeoGebra, אותו ניתן למצוא באתר הספר.

אפשר להרחיב את השאלה עוד יותר ולשאול האם התופעה מתקיימת גם במשולש שאינו ישר-זווית.

אם ניקח משולשים עם זווית קבועה אחרת ונעביר שני חוצי זווית נוכל לגלות כי כאשר נשנה את שתי הזוויות האחרות על ידי גרירת קדקודים הזווית שבין הזוויות תישאר קבועה. מידת הזווית שבין חוצי הזוויות היא $90^o+\alpha/2$.

46. שאלת חקר



נתון: ΔABC משולש ישר זווית ($\measuredangle ACB = 90^o$).

חוצי הזוויות החדות של המשולש נפגשים בנקודה D.

א. חשבו את מידת הזווית $\measuredangle ADB$ אם נתון:

1) $\measuredangle B = 45^o$, $\measuredangle A = 45^o$.

2) $\measuredangle B = 30^o$, $\measuredangle A = 60^o$.

3) $\measuredangle B = 22^o$, $\measuredangle A = 68^o$.

ב. בוודאי שמתם לב לחוקיות בתשובות לשאלות בסעיף הקודם. ניתן לבדוק אם הקשר מקרי באמצעות תוכנה של גאומטריה דינאמית, למשל Geogebra. חקרו על פי השלבים הבאים:

1) סרטטו משולש ישר זווית. העבירו בו חוצי הזוויות החדות, וסמנו את נקודת המפגש שלהן ב - D.

2) מדדו את הזוויות $\measuredangle A$, $\measuredangle B$, $\measuredangle ADB$ באמצעות התוכנה.

3) שנו את המשולש על ידי גרירת הקדקודים (שימו לב שהמשולש נשאר ישר זווית).

בדקו: אילו זוויות השתנו? אילו זוויות נשארו קבועות?

ג. ניצן טוענת שהתופעה שגילינו אינה מקרית ומתקיימת בכל משולש ישר זווית.

ניצן חישבה את מידת הזווית $\measuredangle ADB$ ללא שימוש במידות הזוויות החדות.

ניצן סימנה: $\measuredangle DAB = \alpha$, $\measuredangle DBA = \beta$ וטענה:

$2\alpha + 2\beta =$ ______

$\alpha + \beta =$ ______

$\measuredangle ADB =$ _______

השלימו את החסר והסבירו את החישוב של ניצן.

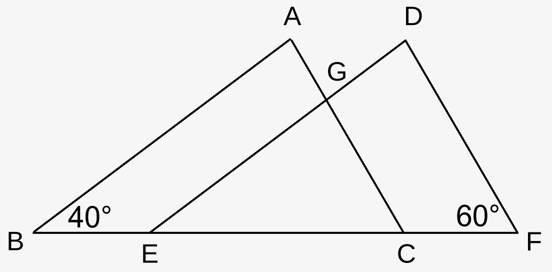
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

תרגילים נוספים – עמ' 174

47. הנקודות B, E, C, F נמצאות על קו ישר.

נתון: DF II AC, AB II DE.

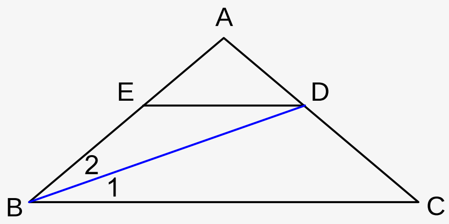
מהו הגודל של זווית $\measuredangle EGC$? $\measuredangle EGC = 80°$



48. במשולש ΔABC נתון: ED II BC.

BD חוצה-זווית B.

הסבירו מדוע $\measuredangle B_2 = \measuredangle EDB$.

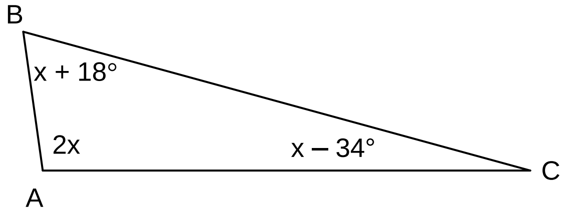


דוגמה פתורה

זוויות המשולש ΔABC נתונות על-ידי ביטויים אלגבריים:

$\measuredangle C = x - 34°$, $\measuredangle B = x + 18$, $\measuredangle A = 2x$.

מצאו את **x** ואת זוויות המשולש.



פתרון:

סכום הזוויות במשולש 180°:

$$\underbrace{2x}_{\measuredangle A} + \underbrace{x + 18°}_{\measuredangle B} + \underbrace{x - 34°}_{\measuredangle C} = 180°$$

נכנס איברים דומים ונפתור את המשוואה:

$$4x - 16° = 180°$$

$$4x = 196°$$

$$\boxed{x = 49°}$$

נציב $x = 49°$ ונקבל:

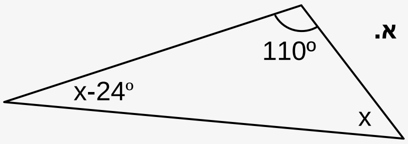
$$\measuredangle A = 2x = 2 \cdot 49° = 98°$$

$$\measuredangle B = x + 18° = 49° + 18° = 67°$$

$$\measuredangle C = x - 34° = 49° - 34° = 15°$$

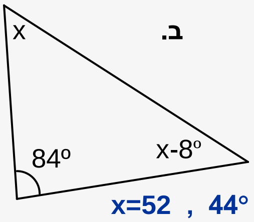
49. בכל אחד מהמשולשים שלפניכם מצאו את x ואת המידות של כל הזוויות. היעזרו בנתונים שבסרטוט.

א.



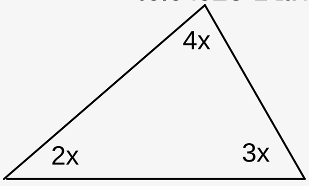
x=47 , 47°, 110°, 23°

ב.



x=52 , 44°, 52°, 84°

ג.



x= 20 , 40°, 60°, 80°

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

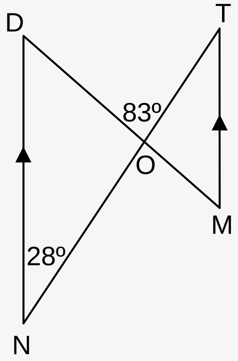
עמ' 175

.50 בכל אחד מהסעיפים, זוויות המשולש נתונות כביטויים אלגבריים. מצאו את זוויות המשולש.

א. ∡L = x + 27°, ∡E = 2x, ∡T = 78°. **∡L = 52° , ∡E = 50°**

ב. ∡K = x + 15°, ∡A = 4x, ∡M = 30°. **∡A = 108° , ∡K = 42°**

ג. ∡C = 3x + 4°, ∡B = 4x, ∡A = x. **∡A = 22° , ∡B = 88° , ∡C = 70°**



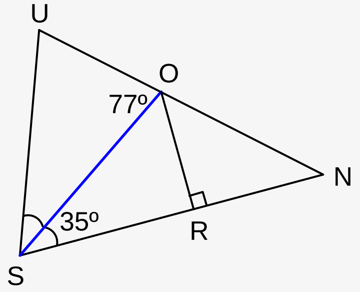
.51 הקטעים TN ו- DM נחתכים בנקודה O.

נתון: TM ll DN, ∡DOT = 83º, ∡DNO = 28º .

מצאו את מידות הזוויות במשולש ΔTOM.

הדרכה:
א. מצאו את הזווית ∡OTM.
ב. מצאו את הזווית ∡TOM.

∡OTM = 28°, ∡TOM = 97°



.52 במשולש ΔSUN נתון: SO חוצה-זווית ∡S,

OR - אנך לצלע SN.

∡SOU = 77º, ∡OSR = 35º.

מצאו את מידות הזוויות: ∡SUO, ∡ONR, ∡RON.

∡SUO = 68°, ∡ONR = 42°, ∡RON = 48°

.53 לפניכם מפת כבישים.

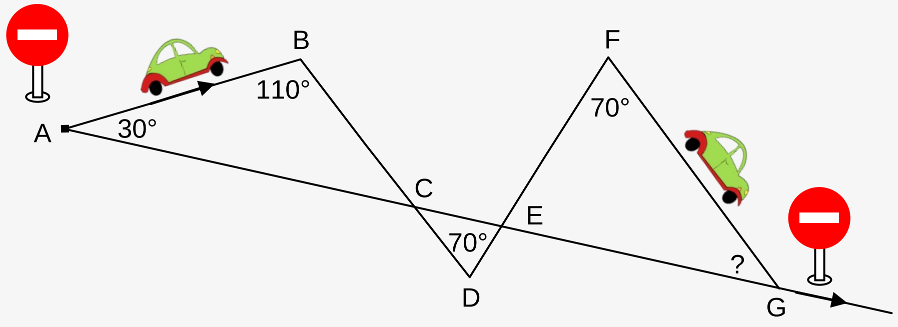
קטע הכביש AG סגור לרגל תיקונים. הדרך החלופית מתרחקת ומתקרבת אל הדרך הסגורה, ולפעמים חוצה אותה ויוצרת משולשים, כמו בסרטוט.

החצים מתארים את כיוון הנסיעה ולא ישרים מקבילים.

כל קטעי הדרך, הקצרים והארוכים, הם כבישים ישרים.

היציאה הראשונה היא בזווית 30° ביחס לכביש המקורי (ראו בסרטוט).

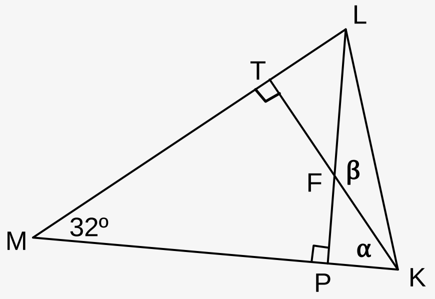
על-פי הנתונים חַשבו את הזווית שבה חוזר קטע הכביש החלופי האחרון אל הדרך הסגורה (∡G). **∡G = 40°**



© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

עמ' 176

תרגילים 55-54 הם תרגילים מורכבים, הן מבחינת הסרטוט והן מבחינת מספר השלבים הדרושים לפתרון. המפתח לפתרון התרגיל הוא זיהוי של משולש בו יש מספיק נתונים לביצוע החישוב.

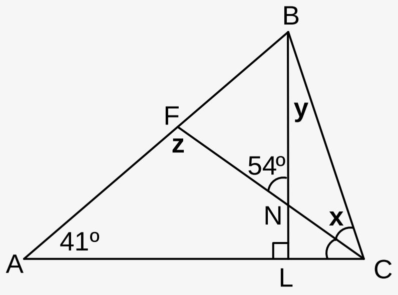


.54 במשולש ΔKLM נתון: KT - גובה לצלע LM,
LP - גובה לצלע KM. $\measuredangle KML = 32^o$.

מצאו את הזוויות המסומנות באותיות **α** ו- **β**.

נמקו את כל החישובים שלכם.

α=58º, β=148º. תחילה מוצאים את α ממשולש ישר זווית ΔMTK.



.55 במשולש ΔABC נתון: CF - חוצה את הזווית $\measuredangle C$.
BL - גובה לצלע AC. $\measuredangle BAL = 41^o$, $\measuredangle FNB = 54^o$.

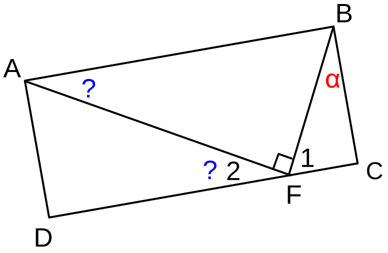
א. מצאו את הזווית $\measuredangle NCB$ (הזווית **x**). **$\measuredangle NCB = 36°$**

מתחילים ממשולש ישר זווית ΔNLC בו ידועה גם זווית 54° (קדקודית ל- $\measuredangle BNF$).

ב. מצאו את הזוויות **y** ו- **z**. **z = 103° , y = 18°**

דוגמה פתורה

נתון: ABCD הוא מלבן. $\measuredangle FBC = \alpha$.



א. בטאו באמצעות **α** את הזווית $\measuredangle FAB$.

פתרון:

- $\alpha + \measuredangle ABF = 90^o$ הסבירו מדוע.
- $\measuredangle FAB + \measuredangle ABF = 90^o$ הסבירו מדוע.

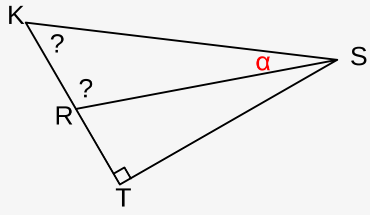
ולכן: $\measuredangle FAB = \alpha$.

ב. בטאו באמצעות **α** את הזווית $\measuredangle F_2$. פתרון: $\measuredangle F_2 = \alpha$ הסבירו מדוע.

.56 בכל אחד מהסעיפים שלפניכם בטאו באמצעות **α** את הזווית המבוקשת.

א. SR חוצה-זווית $\measuredangle S$.

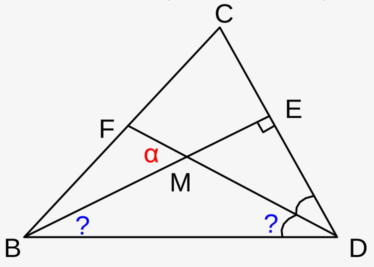
$\measuredangle TKS = ?$ $\measuredangle KRS = ?$



$\measuredangle KRS = 90° + \alpha$, $\measuredangle TKS = 90° – \alpha$

ב. DF חוצה-זווית $\measuredangle D$. BE גובה לצלע CD.

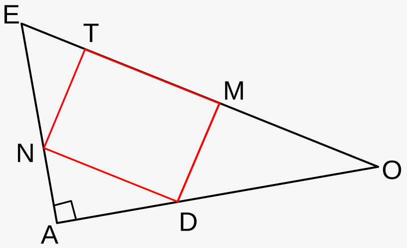
$\measuredangle MDB = ?$ $\measuredangle EBD = ?$



$\measuredangle EBD = 2\alpha – 90°$, $\measuredangle MDB = 90° – \alpha$

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

עמ' 177



57. בתוך משולש ישר-זווית EAO ‏($\measuredangle A = 90^o$) חסום מלבן NTMD.

א. $\measuredangle O = 35^o$. מצאו את המידות של כל הזוויות של המשולשים: ΔNET, ‏ΔDAN ו- ΔOMD .

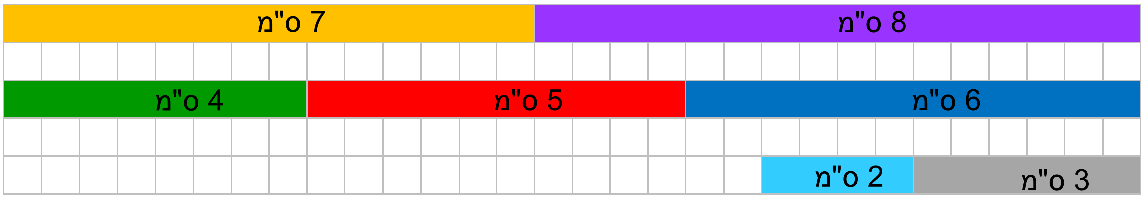
מה גיליתם? **כל המשולשים ישרי זווית, ובעלי זוויות 35°, 55°**

ב. נבדוק - האם זה מקרי? נסמן: $\measuredangle O = \alpha$.

בטאו באמצעות α את זוויות המשולשים ΔNET, ‏ΔDAN ו- ΔOMD. מה גיליתם? **כל המשולשים ישרי זווית, ובעלי זוויות α, ‏$90^\circ - \alpha$**

כמה משולשים שונים אפשר לבנות על-פי הנתונים?

לצורך הפעילויות הבאות היעזרו ברצועות נייר שהכנתם עבור פעילות 1. הכינו כ- 10 עותקים מכל רצועה.



פעילויות 13-15 מרחיבות את נושא המשולש מעבר לתוכנית הלימודים לכתה ז ומטרתן לזרוע זרעים לקראת לימוד הנושא "חפיפת משולשים" בכיתה ח.

השאלה המרכזית בכל הפעילויות אלו היא: כמה משולשים שונים אפשר לבנות על פי הנתונים המסוימים? בפרט, נשאלת השאלה אם הנתונים קובעים את המשולש באופן יחיד.

הציוד הדרוש לביצוע הפעילות:

- רצועות נייר צבעוניות במידות הנתונות כמו בפעילות 1 ובסרטוט לעיל: כ- 10 רצועות מכל סוג. ניתן לבקש מהתלמידים להכין את הרצועות מראש, או להכין רצועות עבורם (ערכת רצועות לקבוצה), או להצטייד בערכת *רצועות לבניית זוויות ומצולעים – כשרים והקשרים.*
- מד זווית, סרגל, כלי כתיבה, דבק רגיל או נייר דבק, מספריים.
- ניתן גם להיעזר בנייר שקוף עליו ידביקו התלמידים את המשולשים וכך יוכלו לבדוק האם הם חופפים על ידי הנחת המשולשים זה על גבי זה.
- אם לא משתמשים בנייר שקוף, אפשר להדביק את המשולשים שנוצרו על נייר רגיל ולגזור אותם.

בניית המשולשים, על פי הנתונים, נעשית בצורה הדרגתית. אפשר להזכיר לתלמידים שבפעילות 3 בנינו משולש בעזרת סרגל ומחוגה על פי 3 צלעות נתונות וראינו שמתקבל משולש יחיד. בפעילויות 12-14 נבדוק האם אפשר לקבל מושלש יחיד עם פחות נתונים או על פי נתונים אחרים, וגם באילו מצבים מתקבלים משולשים רבים.

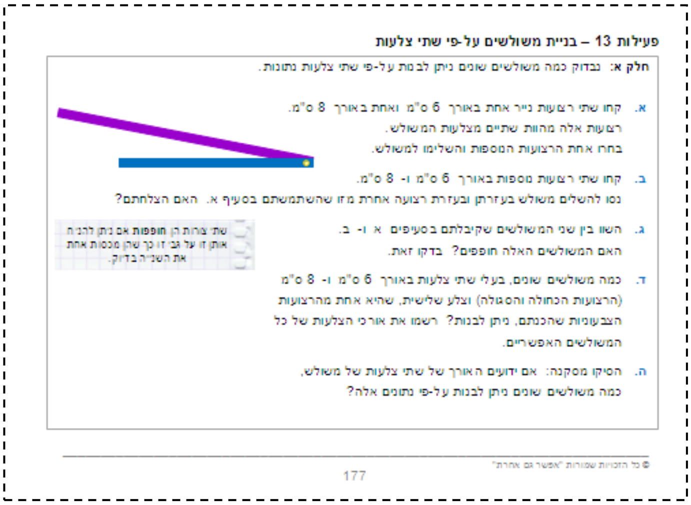
הפעילויות בספר מכילות את ההנחיות לתלמידים וגם סיכום המסקנות. ניתן להיעזר בדפי עבודה מתאימים לפעילות על מנת לא לחשוף את המסקנות של הפעילות בטרם עת.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

ניתן לבצע את הבניות המופיעות בפעילויות 13-15 באמצעות תוכנה דינמית כגון GeoGebra. בנייה באמצעות התוכנה יכולה להתבצע לאחר הבנייה באמצעות רצועות הנייר או במקום הבנייה באמצעות רצועות הנייר. אפשרות נוספת היא להשתמש בתוכנה, באמצעות מקרן, בדיון המסכם את הפעילות.

פעילות 13 עמ' 177 - בניית משולשים על-פי שתי צלעות כוללת שני חלקים. **בחלק א** בונים משולש על פי שתי צלעות נתונות בלבד ורואים שניתן לקבל משולשים שונים ורבים על פי נתונים אלה. **בחלק ב** של הפעילות מוסיפים נתון: בניית משולש על פי שתי צלעות והזווית ביניהן.

מסקנה: **כאשר נתונות רק שתי צלעות של משולש, ניתן לבנות משולשים שונים רבים. כאשר נתונות שתי צלעות והזווית ביניהן, מתקבל משולש יחיד.**


פעילות 13 – בניית משולשים על-פי שתי צלעות

חלק א: נבדוק כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי שתי צלעות נתונות.

א. קחו שתי רצועות נייר אחת באורך 6 ס"מ ואחת באורך 8 ס"מ.
רצועות אלה מהוות שתיים מצלעות המשולש.
בחרו אחת הרצועות הנוספות והשלימו למשולש.

ב. קחו שתי רצועות נוספות באורך 6 ס"מ ו- 8 ס"מ.
נסו להשלים משולש בעזרתן ובעזרת רצועה אחרת מזו שהשתמשתם בסעיף א. האם הצלחתם?

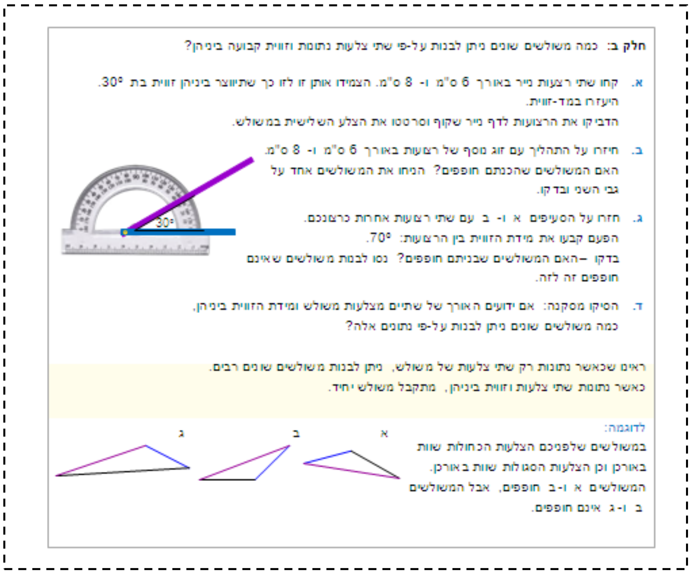
ג. השוו בין שני המשולשים שקיבלתם בסעיפים א ו- ב.
האם המשולשים האלה חופפים? בדקו זאת.

ד. כמה משולשים שונים, בעלי שתי צלעות באורך 6 ס"מ ו- 8 ס"מ (הרצועות הכחולה והסגולה) וצלע שלישית, שהיא אחת מהרצועות הצבעוניות שהכנתם, ניתן לבנות? רשמו את אורכי הצלעות של כל המשולשים האפשריים.

ה. הסיקו מסקנה: אם ידועים האורך של שתי צלעות של משולש, כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתונים אלה?

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

177


חלק ב: כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי שתי צלעות נתונות וזווית קבועה ביניהן?

א. קחו שתי רצועות נייר באורך 6 ס"מ ו- 8 ס"מ. הצמידו אותן זו לזו כך שתיווצר ביניהן זווית בת 30°.
היעזרו במד-זווית.
הדביקו את הרצועות לדף נייר שקוף וסרטטו את הצלע השלישית במשולש.

ב. חיזרו על התהליך עם זוג נוסף של רצועות באורך 6 ס"מ ו- 8 ס"מ.
האם המשולשים שהכנתם חופפים? הניחו את המשולשים אחד על גבי השני ובדקו.

ג. חזרו על הסעיפים א ו- ב עם שתי רצועות אחרות כרצונכם.
הפעם קבעו את מידת הזווית בין הרצועות: 70°.
בדקו – האם המשולשים שבניתם חופפים? נסו לבנות משולשים שאינם חופפים זה לזה.

ד. הסיקו מסקנה: אם ידועים האורך של שתיים מצלעות משולש ומידת הזווית ביניהן, כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתונים אלה?

ראינו שכאשר נתונות רק שתי צלעות של משולש, ניתן לבנות משולשים שונים רבים.
כאשר נתונות שתי צלעות וזווית ביניהן, מתקבל משולש יחיד.

לדוגמה:
במשולשים שלפניכם הצלעות הכחולות שוות באורכן וכן הצלעות הסגולות שוות באורכן.
המשולשים א ו-ב חופפים, אבל המשולשים ב ו-ג אינם חופפים.

פעילות 14 עמ' 178 - כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי צלע אחת? או על-פי צלע אחת וזווית אחת? התלמידים מגיעים למסקנה: **כאשר נתונה רק צלע אחת של משולש או צלע אחת וזווית שצמודה לצלע זו, ניתן לבנות משולשים שונים רבים בעלי נתונים אלה. משולשים אלה לא בהכרח חופפים.**

פעילות 14 – כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי צלע אחת? או על-פי צלע אחת וזווית אחת?

א. עם מבלי לבנות: כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי צלע אחת בלבד?

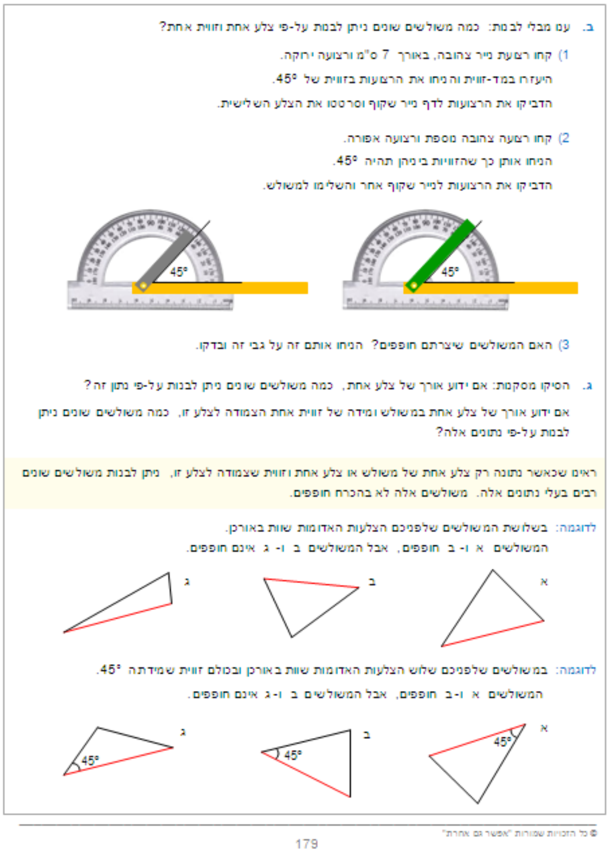
1) קחו שתי רצועות נייר אדומות, באורך של 5 ס"מ. היעזרו בשאר הרצועות שבידכם ונסו לבנות שני משולשים **שונים**, בהם צלע אחת היא הצלע האדומה (ראו דוגמה). הדביקו את המשולשים למחברת.

2) נסו לבנות שני משולשים אחרים, בהם יש צלע אחת באורך 5 ס"מ (הרצועה האדומה) ושתי צלעות אחרות שונות בשני המשולשים. האם תוכלו לבנות באופן זה משולשים חופפים? הסבירו.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

178

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"



ב. עם מבלי לבנות: כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי צלע אחת וזווית אחת?

1) קחו רצועת נייר צהובה, באורך 7 ס"מ ורצועה ירוקה.
היעזרו במד-זווית והניחו את הרצועות בזווית של 45°.
הדביקו את הרצועות לדף נייר שקוף וסרטטו את הצלע השלישית.

2) קחו רצועה צהובה נוספת ורצועה אפורה.
הניחו אותן כך שהזוויות ביניהן תהיה 45°.
הדביקו את הרצועות לנייר שקוף אחר והשלימו למשולש.

3) האם המשולשים שיצרתם חופפים? הניחו אותם זה על גבי זה ובדקו.

ג. הסיקו מסקנות: אם ידוע אורך של צלע אחת, כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתון זה?
אם ידוע אורך של צלע אחת במשולש ומידה של זווית אחת הצמודה לצלע זו, כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתונים אלה?

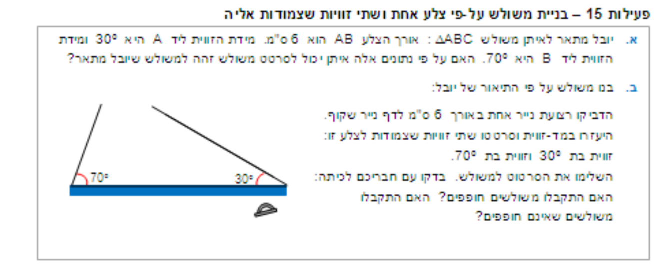
ראינו שכאשר נתונה רק צלע אחת של משולש או צלע אחת וזווית שצמודה לצלע זו, ניתן לבנות משולשים שונים רבים בעלי נתונים אלה. משולשים אלה לא בהכרח חופפים.

לדוגמה: בשלושת המשולשים שלפניכם הצלעות האדומות שוות באורכן.
המשולשים א ו- ב חופפים, אבל המשולשים ב ו- ג אינם חופפים.

לדוגמה: במשולשים שלפניכם שלוש הצלעות האדומות שוות באורכן ובכולם זווית שמידתה 45°.
המשולשים א ו-ב חופפים, אבל המשולשים ב ו-ג אינם חופפים.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"
179

פעילות 15 עמ' 180 – בניית משולש על-פי צלע אחת ושתי זוויות שצמודות אליה. בסעיף א מוצגת השאלה: כמה משולשים שונים ניתן לבנות על פי צלע באורך 6 ס"מ ושתי זווית הצמודות אליה אחת בית 30° ואחת בת 70°. לאחר מכן התלמידים מתנסים בבניה בפועל ומגלים שמתקבל משולש יחיד.



פעילות 15 – בניית משולש על-פי צלע אחת ושתי זוויות שצמודות אליה

א. יובל מתאר לאיתן משולש ΔABC : אורך הצלע AB הוא 6 ס"מ. מידת הזווית ליד A היא 30° ומידת הזווית ליד B היא 70°. האם על פי נתונים אלה איתן יכול לסרטט משולש זהה למשולש שיובל מתאר?

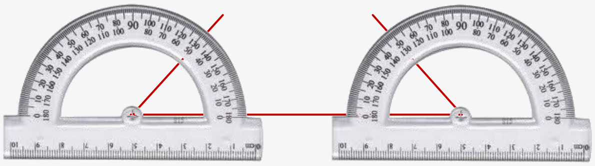
ב. בנו משולש על פי התיאור של יובל:
הדביקו רצועת נייר אחת באורך 6 ס"מ לדף נייר שקוף.
היעזרו במד-זווית וסרטטו שתי זוויות שצמודות לצלע זו:
זווית בת 30° וזווית בת 70°.
השלימו את הסרטוט למשולש. בדקו עם חבריכם לכיתה:
האם התקבלו משולשים חופפים? האם התקבלו משולשים שאינם חופפים?

תרגילים בעמ' 180 – 181 הם ברוח של הפעילויות 13-15.

תרגילים – עמ' 180

58. סרטטו משולש שווה-שוקיים ששתיים מזוויותיו הן בנות 50° ואורך הצלע ביניהן הוא 6 ס"מ.

הדרכה:



א. סרטטו תחילה את הצלע באורך 6 ס"מ.

ב. בעזרת מד-זווית סרטטו שתי זוויות בהן קרן אחת היא הצלע באורך 6 ס"מ.

ג. האריכו את קרני הזוויות עד לנקודת המפגש.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

עמ' 177

59. סרטטו משולש שבו ידוע כי מידה של זווית אחת היא 40°, מידה של זווית שנייה היא 60°, ואורך הצלע ביניהן הוא 5 ס"מ. כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתונים אלה?

60. סרטטו משולש שבו צלע אחת באורך 12 ס"מ, וצלע שנייה באורך 9 ס"מ. כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתונים אלה?

61. סרטטו משולש שבו צלע אחת באורך 8 ס"מ, צלע שנייה באורך 3.5 ס"מ, והזווית ביניהן היא 80°. כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתונים אלה?

עמ' 181

תרגיל 62 משלב בתוכו היבטים שנלמדו במספר סעיפים במהלך הפרק: אי-שיוויון המשולש – האם ניתן לבנות משולש מקטעים באורך נתון. בנוסף, במהלך הבניה, התלמידים מגלים שחלק מהמשולשים שהם בנו הם משולשים ישרי-זווית. בכך, תרגיל זה מהווה הטרמה לקראת הלימוד של משפט פיתגורס בכיתה ח. בהקשר של הפרק הנוכחי, הסעיפים בהם מתקבל משולש ישר-זווית נועדו לסמן שקיימים קשרים בין אורכי צלעות למידות של הזוויות במשולש. את חלקם הכרנו בפרק זה וחלקם נלמד בהמשך. לתרגיל זה קיים דף עבודה, עם הטבלה בה ניתן לסכם את התוצאות.

62. בכל אחת משורות הטבלה נתונים שלושה קטעים.

א. עליכם לקבוע אם אפשר לבנות מן הקטעים האלה משולש.

ב. אם אפשר לבנות משולש, סרטטו את המשולש וגם קבעו האם המשולש הוא שווה-שוקיים.

	קטעים נתונים בס"מ			אפשר לבנות משולש	אי-אפשר לבנות משולש	אפשר לבנות משולש שווה-שוקיים
	c	b	a			
א.	3	2	1	x	✓	x
ב.	4	3	2	✓	x	x
ג.	5	4	3	✓	x	x
ד.	13	12	5	✓	x	x
ה.	2	1	1	x	✓	x
ו.	2	2	1	✓	x	✓
ז.	6	8	10	✓	x	x
ח.	10	8	2	x	✓	x
ט.	8	15	17	✓	x	x

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

ודאי שמתם לב שבחלק מהמקרים קיבלתם משולשים ישרי -זווית. זאת משום שקיים קשר בין אורכי צלעות של משולש, לבין המידות של הזוויות שלו.

כבר במצרים הקדומה ידעו כי משולשים שאורכי צלעותיהם הם 3, 4 ו- 5 (בכל יחידת אורך) הם משולשים ישרי - זווית. גם משולשים שאורכי צלעותיהם הם כפולות של מספרים אלו הם משולשים ישרי -זווית.

למשל: 6, 8 ו- 10 יחידות אורך, 15, 20, ו- 25 יחידות אורך ועוד.

עמ' 181

63. סרטטו בעזרת סרגל ומחוגה משולש שווה-צלעות שאורך הצלע שלו הוא 5 ס"מ.

סרטוט בעזרת סרגל ומחוגה אינו חובה עבור כלל התלמידים. מיועד לתלמידים מתעניינים ומתקדמים.

64. א. סרטטו בעזרת סרגל ומחוגה משולש שווה-שוקיים שאורך צלע אחת שלו 6 ס"מ ואורך צלע שנייה 3 ס"מ.

ב. האם יש אפשרות נוספת? הסבירו.

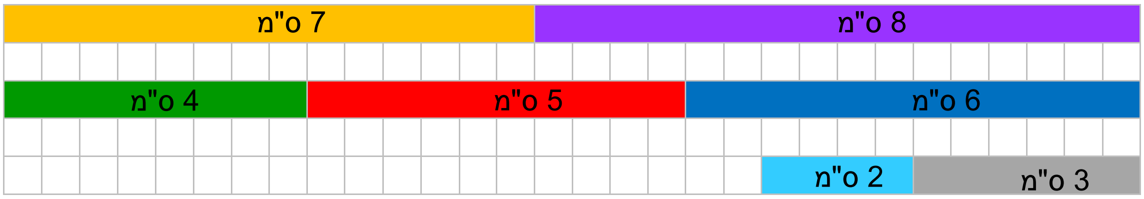
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

נספחים

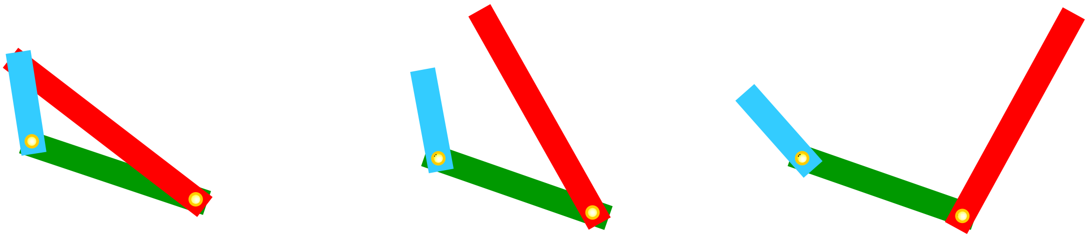
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

דף עבודה לפעילות 1, עמ' 155 – האם מכל שלושה קטעים ניתן לבנות משולש?

לצורך הפעילות הכינו רצועות נייר על-פי הדוגמה שלפניכם. כדאי להכין 2 – 3 רצועות מכל סוג.



נבנה משולשים מצירופים שונים של 3 קטעים. בסרטוט מודגם אחד הצירופים.



א. נסו לבנות משולש מקטעים באורך של 3 ס"מ, 4 ס"מ, 8 ס"מ. האם הצלחתם?

ב. נסו לבנות משולש מקטעים באורך של 2 ס"מ, 5 ס"מ, 7 ס"מ. האם הצלחתם?

ג. בחרו שלושה קטעים נוספים שאי-אפשר לבנות מהם משולש. בדקו שאכן לא ניתן.

ד. ענו ללא בנייה: האם ניתן לבנות משולש ששתי צלעות שלו הן באורך 2 ס"מ, והצלע השלישית שלו באורך 8 ס"מ? מדוע?

ה. האם ניתן לבנות משולש ששתי צלעות שלו הן באורך 8 ס"מ, וצלע אחת באורך 2 ס"מ? בדקו על-ידי בנייה.

ו. נסו לבנות משולש מקטעים באורך של 3 ס"מ, 5 ס"מ, 7 ס"מ. האם הצלחתם?

ז. בחרו שלושה קטעים נוספים שאפשר לבנות מהם משולש. בדקו שאכן ניתן לבנות מהם משולש.

נסכם: מה משותף לאורכי הקטעים מהם הצלחתם לבנות משולש?
מה משותף לאורכי הקטעים מהם לא הצלחתם לבנות משולש?

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

דף עבודה לפעילות 11, עמ' 166 – מיון משולשים לפי צלעות וגם לפי זוויות

למדנו למיין משולשים לפי צלעות או לפי זוויות. בתרגיל זה נשלב את שני המיונים.

בטבלה שלפניכם, בכל תא מופיע נתון על צלעות ונתון על זוויות במשולש. עבור כל אחד מהתאים בצעו:

א. אם זה אפשרי, סרטטו משולש ששני הנתונים מתקיימים בו.

ב. אם לא קיים משולש שיכול לקיים את שני הנתונים, הסבירו מדוע קבעתם כך.

ג. עבור התאים בהם הצלחתם לסרטט משולש, ציינו האם מדובר בסוג אחד של משולש או שיש סוגים רבים של משולשים שיכולים לקיים את שני הנתונים.

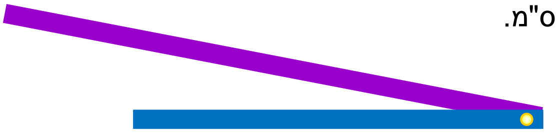
מיון משולשים לפי צלעות / מיון משולשים לפי זוויות	משולש שווה-צלעות	משולש שווה-שוקיים	משולש שונה-צלעות
משולש חד-זוויות			
משולש קהה-זווית			
משולש ישר-זווית			

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

דף עבודה לפעילות 13, עמ' 177 – בניית משולשים על-פי שתי צלעות

כמה משולשים שונים אפשר לבנות על-פי הנתונים?

חלק א: נבדוק כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי שתי צלעות נתונות.



א. קחו שתי רצועות נייר אחת באורך 6 ס"מ ואחת באורך 8 ס"מ.
רצועות אלה מהוות שתיים מצלעות המשולש.
בחרו אחת הרצועות הנוספות והשלימו למשולש.

ב. קחו שתי רצועות נוספות באורך 6 ס"מ ו- 8 ס"מ.
נסו להשלים משולש בעזרתן ובעזרת רצועה אחרת מזו שהשתמשתם בסעיף א. האם הצלחתם?

שתי צורות הן **חופפות** אם ניתן להניח אותן זו על גבי זו כך שהן מכסות אחת את השנייה בדיוק.

ג. השוו בין שני המשולשים שקיבלתם בסעיפים א ו- ב.
האם המשולשים האלה חופפים? בדקו זאת.

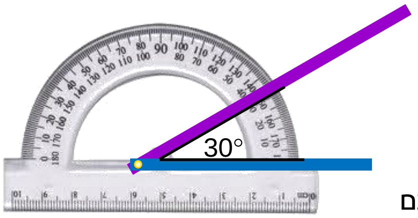
ד. כמה משולשים שונים, בעלי שתי צלעות באורך 6 ס"מ ו- 8 ס"מ (הרצועות הכחולה והסגולה) וצלע שלישית, שהיא אחת מהרצועות הצבעוניות שהכנתם, ניתן לבנות? רשמו את אורכי הצלעות של כל המשולשים האפשריים.

ה. הסיקו מסקנה: אם ידועים האורך של שתי צלעות של משולש,
כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתונים אלה?

חלק ב: כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי שתי צלעות נתונות וזווית קבועה ביניהן?

א. קחו שתי רצועות נייר באורך 6 ס"מ ו- 8 ס"מ. הצמידו אותן זו לזו כך שתיווצר ביניהן זווית בת 30°.
היעזרו במד-זווית.
הדביקו את הרצועות לדף נייר שקוף וסרטטו את הצלע השלישית במשולש.

ב. חיזרו על התהליך עם זוג נוסף של רצועות באורך 6 ס"מ ו- 8 ס"מ.
האם המשולשים שהכנתם חופפים? הניחו את המשולשים אחד על גבי השני ובדקו.



ג. חזרו על הסעיפים א ו- ב עם שתי רצועות אחרות כרצונכם.
הפעם קבעו את מידת הזווית בין הרצועות: 70°.
בדקו – האם המשולשים שבניתם חופפים? נסו לבנות משולשים שאינם חופפים זה לזה.

ד. הסיקו מסקנה: אם ידועים האורך של שתיים מצלעות משולש ומידת הזווית ביניהן,
כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתונים אלה?

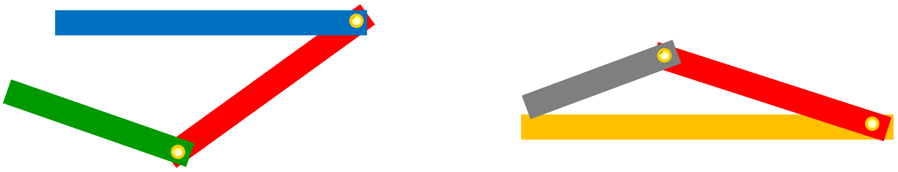
ראינו שכאשר נתונות רק שתי צלעות של משולש, ניתן לבנות משולשים שונים רבים.
כאשר נתונות שתי צלעות וזווית ביניהן, מתקבל משולש יחיד.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

דף עבודה לפעילות 14 – כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי צלע אחת? או על-פי צלע אחת וזווית אחת?

א. ענו מבלי לבנות: כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי צלע אחת בלבד?

1) קחו שתי רצועות נייר אדומות, באורך של 5 ס"מ. היעזרו בשאר הרצועות שבידכם ונסו לבנות שני משולשים **שונים**, בהם צלע אחת היא הצלע האדומה (ראו דוגמה). הדביקו את המשולשים למחברת.



2) נסו לבנות שני משולשים אחרים, בהם יש צלע אחת באורך 5 ס"מ (הרצועה האדומה) ושתי צלעות אחרות שונות בשני המשולשים. האם תוכלו לבנות באופן זה משולשים חופפים? הסבירו.

ב. ענו מבלי לבנות: כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי צלע אחת וזווית אחת?

1) קחו רצועת נייר צהובה, באורך 7 ס"מ ורצועה ירוקה.

היעזרו במד-זווית והניחו את הרצועות בזווית של 45°.

הדביקו את הרצועות לדף נייר שקוף וסרטטו את הצלע השלישית.

2) קחו רצועה צהובה נוספת ורצועה אפורה.

הניחו אותן כך שהזוויות ביניהן תהיה 45°.

הדביקו את הרצועות לנייר שקוף אחר והשלימו למשולש.

3) האם המשולשים שיצרתם חופפים? הניחו אותם זה על גבי זה ובדקו.

ג. הסיקו מסקנות: אם ידוע אורך של צלע אחת, כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתון זה?

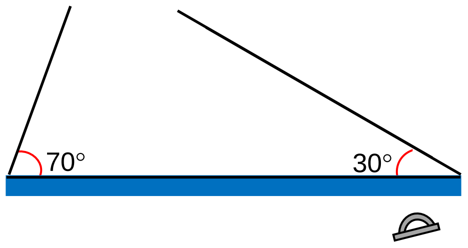
אם ידוע אורך של צלע אחת במשולש ומידה של זווית אחת הצמודה לצלע זו, כמה משולשים שונים ניתן לבנות על-פי נתונים אלה?

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

דף עבודה לפעילות 15, עמ' 180 – בניית משולש על-פי צלע אחת ושתי זוויות שצמודות אליה

א. יובל מתאר לאיתן משולש ΔABC: אורך הצלע AB הוא 6 ס"מ. מידת הזווית ליד A היא 30° ומידת הזווית ליד B היא 70°. האם על פי נתונים אלה איתן יכול לסרטט משולש זהה למשולש שיובל מתאר?

ב. בנו משולש על פי התיאור של יובל:



הדביקו רצועת נייר אחת באורך 6 ס"מ לדף נייר שקוף.
היעזרו במד-זווית וסרטטו שתי זוויות שצמודות לצלע זו:
זווית בת 30° וזווית בת 70°.
השלימו את הסרטוט למשולש. בדקו עם חבריכם לכיתה:
האם התקבלו משולשים חופפים? האם התקבלו
משולשים שאינם חופפים?

בדקו עם חבריכם לכיתה: האם התקבלו משולשים חופפים? האם התקבלו משולשים שאינם חופפים?

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

דף עבודה לתרגיל 62 עמ' 181

62. בכל אחת משורות הטבלה נתונים שלושה קטעים.

א. עליכם לקבוע אם אפשר לבנות מן הקטעים האלה משולש.
ב. אם אפשר לבנות משולש, סרטטו את המשולש וגם קבעו האם המשולש הוא שווה-שוקיים.

	קטעים נתונים בס"מ			אפשר לבנות משולש	אי-אפשר לבנות משולש	אפשר לבנות משולש שווה-שוקיים
	c	b	a			
א.	3	2	1			
ב.	4	3	2			
ג.	5	4	3			
ד.	13	12	5			
ה.	2	1	1			
ו.	2	2	1			
ז.	6	8	10			
ח.	10	8	2			
ט.	8	15	17			

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

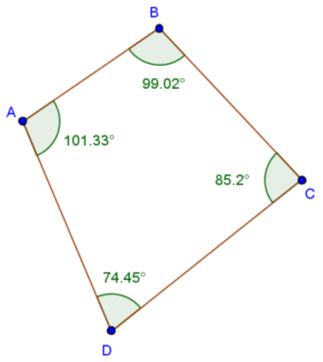
על זוויות במרובעים

הפרק נפתח בשתי פעילויות העוסקות בסכום זוויות במרובע, האחת משולבת מחשב והשנייה מבוססת על חישוב זוויות במשולש.

למרות שניתן להניח שלפחות חלק מהתלמידים, אשר יודעים כבר כי סכום הזוויות במשולש הוא 180°, לא יראו בעובדה שסכום הזוויות במרובע הוא 360° חידוש יוצא דופן, ההבחנה כי **בעת גרירת הקדקודים הזוויות עצמן משתנות אך סכומן נשאר קבוע** היא מרשימה, ומצטרפת לשורה של תופעות יפות שהפעילויות בגאומטריה מדגישות.

פעילות 2 תומכת בחינוך לחיפוש הכללות ובדיקתן. במקרה זה, נעשית גם הכללה ממלבן למרובע כללי וגם הכללה ממרובעים שזוויותיהן נתונות לכל המרובעים.

פעילות 1 – פעילות מחשב לסכום המידות של הזוויות במרובע



סרטטו במחשב מרובע.

תנו לזוויות שסימנתם את השמות α, β, γ, ו- δ. מדדו את כל הזוויות.

מצאו את סכום המידות של הזוויות.

(בתוכנה GeoGebra רשמו בחלון הקלט: $\alpha + \beta + \gamma + \delta$.)

מה קיבלתם?

הציגו את סכום המידות של הזוויות במקום בולט על צג המחשב.

גררו קדקודים שונים של המרובע. האם השתנו מידות של זוויות?

האם סכום המידות של הזוויות השתנה?

נסו ליצור מרובע שבו סכום המידות של הזוויות גדול יותר מ- 360°. האם הצלחתם?

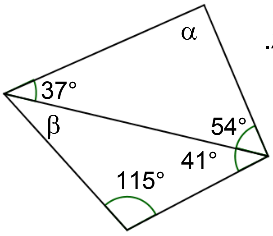
פעילות 2 – סכום הזוויות במרובע

למדנו שסכום הזוויות במלבן הוא 360°.

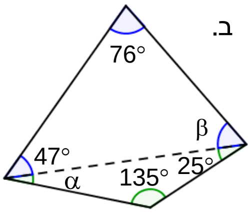
בפעילות זו נבדוק – האם תכונה זו ייחודית למלבן?

בכל אחד מהסרטוטים הבאים חשבו את מידת הזוויות.

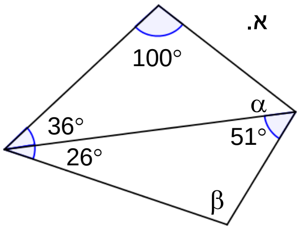
ג.



ב.



א.

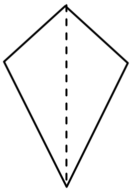


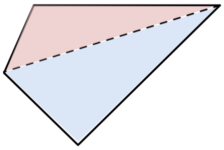
יש אומר שאין צורך לחשב את מידות כל הזוויות בסרטוטים כדי לדעת את סכום הזוויות במרובע:

אפשר לחשב את סכום הזוויות במרובע על-ידי חלוקת המרובע בעזרת אלכסון, מתקבלים שני משולשים.

סכום הזוויות של המרובע שווה לסכום הזוויות של שני המשולשים ביחד.

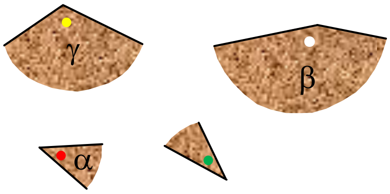
לכן בכל מרובע סכום הזוויות הוא 360°.





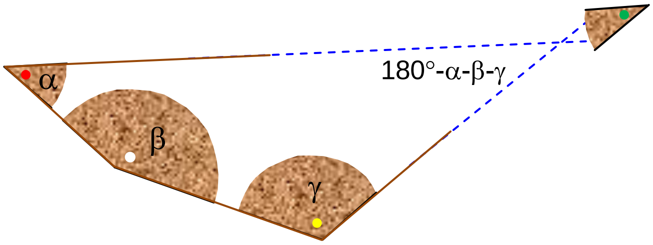
סכום הזוויות במרובע: בכל מרובע סכום הזוויות הוא 360°.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"



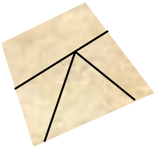
פעילות 3 היא פעילות מפתיעה שנוצרה בהשראת פעילות שהתקיימה במוזיאון העיצוב בחולון, בה יצרו את הפינות של כל מסגרת מארבעה פלחים של בולי עץ, שנוצרו באמצעות 4 חיתוכים שנפגשים בנקודה אחת. **למרות שבולי העץ נחתכים ללא תכנון מוקדם, תמיד ניתן ליצור מהם 4 זוויות של מסגרת מרובעת** (במגבלה אחת: כל הזוויות של הפלחים צריכות להיות שונות מ-180° כדי שייווצר קדקוד.)

ברור שסכום המידות של הזוויות סביב נקודה שווה לסכום המידות של זוויות המרובע.



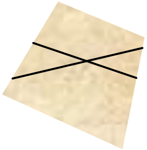
בכל זאת, נדרשת הצבה מתאימה של הפלחים הגזורים במישור כדי שיתקבל מרובע. למשל, אם נציב את הפלחים כמו באיור להלן, לא נוכל להאריך את הקווים ולסרטט מרובע.
ההצדקה לכך היא שתמיד נצליח ליצור מרובע שזוויותיו הן הזוויות שנוצרו סביב נקודת המפגש של הפלחים:

ברור שאפשר להניח שלושה פלחים בדרך המודגמת בפעילות. אם נאריך את הצלעות לקבלת קדקוד רביעי, מידת הזווית שבקדקוד זה תהיה $180°-\alpha-\beta-\gamma$. זו בדיוק הזווית של הפלח הנותר ולכן נוכל להשלים ולבנות את המסגרת.

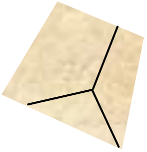


מכל 4 פלחים ניתן ליצור מסגרות השונות זו מזו הן באורכי הצלעות והן בסידור הזוויות, ולכן ניתן ליצור מגוון מעניין של מסגרות.

המגבלה היחידה היא שכל הזוויות של הפלחים, הנוצרים על ידי החיתוך, צריכות להיות שונות מ- 180°. אחרת לא ייווצר קדקוד. ארבעת ה"פלחים" באיור משמאל אינם יכולים לשמש קדקודי מסגרת.



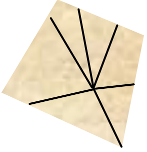
בכתה ט', אחרי שלומדים משפטים על מקבילית וטרפז, אפשר להרחיב את הפעילות הזאת, ולהראות שכאשר פיסת החומר נחתכת באמצעות **שני** קווים ישרים שחותכים זה את זה, ניתן ליצור מארבעת החיתוכים מקביליות וטרפזים, **ולא ניתן ליצור מרובעים אחרים**.



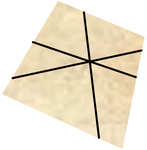
אפשר לבצע את הפעילות עם חומרים שונים.

תשובות לשאלות שלא נידונו לעיל:

אי אפשר לחתוך את פיסת הנייר לשלושה פלחים ולבנות מהם מסגרת משולשת כיוון שסכום הזוויות במשולש הוא 180°.



גם חיתוך פיסת הנייר ל- 6 פלחים לא מבטיח שנוכל ליצור שתי מסגרות משולשות כיוון שלא מובטח שניתן ליצור מ- 6 הזוויות שתי קבוצות של זוויות שסכום מידותיהן הוא 180°.



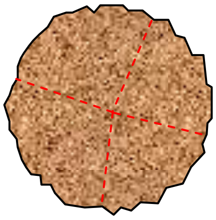
אם נחתוך את פיסת הנייר ל- 6 פלחים באמצעות שלושה חיתוכים ישרים ייוצרו **3 זוגות של זוויות קדקודיות**. לכן, נוכל ליצור שתי קבוצות של זוויות שסכום מידותיהן הוא 180° ולהרכיב שתי מסגרות משולשות

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

פעילות 3 – מסגרות ממוחזרות

בסדנת האמנים "מסגרת ממוחזרת" מצאו דרך ייחודית ליצור מסגרות מרובעות לשלטים מחומרים ממוחזרים.

את פינות המסגרת לשלט הסדנה שלהם יצרו משארית של שעם.



1

תחילה סימנו על פלח השעם ארבעה קטעים שמחברים נקודה פנימית עם ארבע נקודות על היקף השעם (איור 1).

אחר כך חתכו את השעם לפי הסימון וקיבלו ארבעה פלחי שעם (איור 2).

2

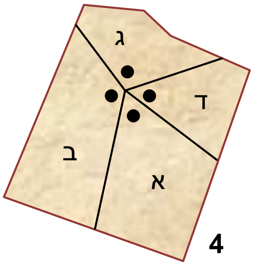
מארבעת פלחי השעם יצרו פינות למסגרת מרובעת שהכינו לשלט הסדנה (איור 3).

אמני הסדנה מבטיחים ליצור מסגרת מרובעת מכל שארית חומר שתבחרו.

3

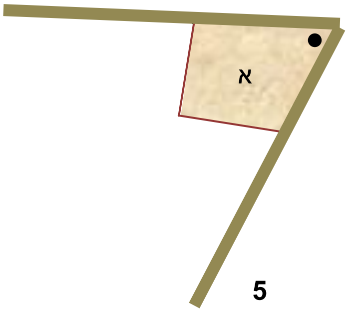
נסו בעצמכם **להכין מסגרת ממוחזרת:**

- קחו פיסת נייר.
- סמנו 4 קטעים שיוצאים מנקודה אחת אל היקף פיסת הנייר.
  סמנו את ארבעת הזוויות הפנימיות כדי להבחין ביניהן לבין זוויות אחרות (ראו איור 4).



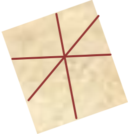
4

- חתכו לאורך הקטעים.
- הפרידו את ארבעת החלקים שנוצרו.
- הניחו שני קווי מסגרת לאורך שוקי הזווית המסומנת (ראו איור 5).
- הצמידו זווית מסומנת נוספת לכל אחד מקווי המסגרת.



5

- נסו להשלים את בניית המסגרת המרובעת, בעזרת הזווית המסומנת הרביעית. האם הצלחתם?
- נסו ליצור מסגרת מרובעת שונה עם אותן 4 זוויות. האם הצלחתם?
- האם ניתן לחתוך פיסת נייר לשלושה פלחים ולהרכיב בעזרתם מסגרת משולשת? הסבירו את תשובתכם.
- האם ניתן לחתוך פיסת נייר לשישה פלחים ולהרכיב בעזרתם שתי מסגרות משולשות? הסבירו. את תשובתכם.
- האם תשתנה תשובתכם, אם חיתוך הפלחים יעשה על-ידי שלושה חיתוכים בלבד, דרך נקודה אחת.



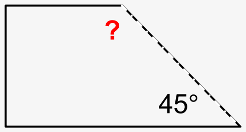
6

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

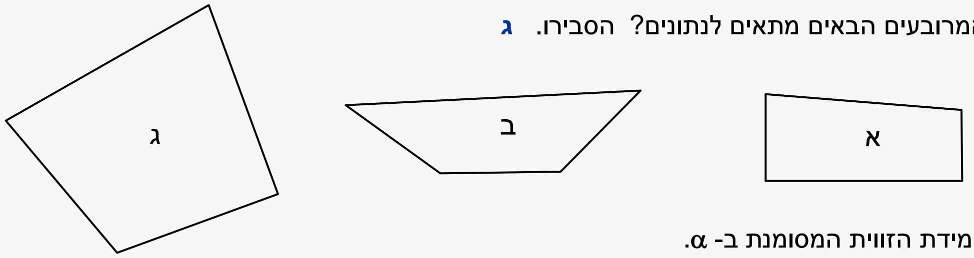
תרגילים

תרגילים 1- 3 הם תרגילי חישוב פשוטים

1. אריאל לקח דף מלבני וגזר אותו לאורך קו ישר, בזווית של 45° מצלע המלבן.
הנה המרובע שנותר בידו.
חַשבו את מידת הזווית המסומנת בסימן שאלה. **135°**

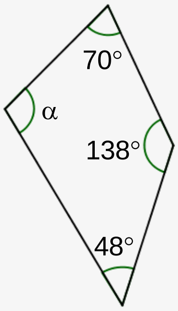


2. במרובע מסוים יש שתי זוויות בנות 80° כל אחת, וזווית בת 110°.
א. מה מידת הזווית הרביעית? **90°**
ב. מי מהמרובעים הבאים מתאים לנתונים? הסבירו. **ג**



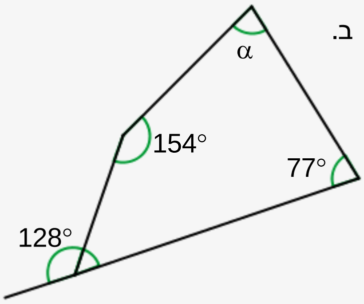
3. מצאו את מידת הזווית המסומנת ב- α.

א.



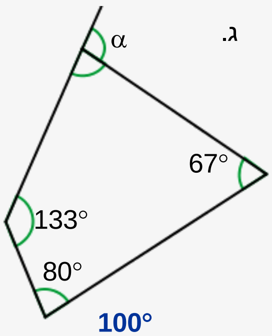
104°

ב.



77°

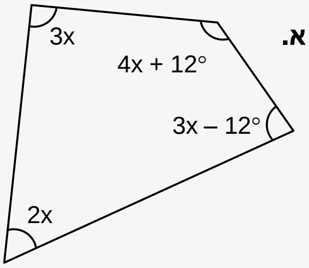
ג.



100°

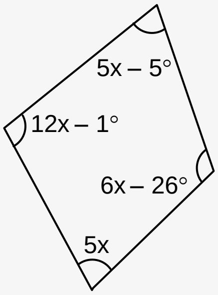
4. מצאו את x ואת המידות של כל זוויות המרובעים המסורטטים.

א.



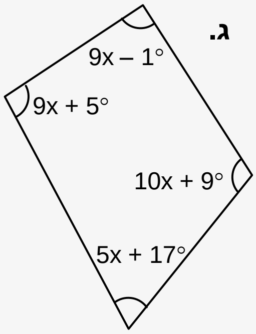
x = 30° הזוויות: 132°, 78°, 90°, 60°

ב.



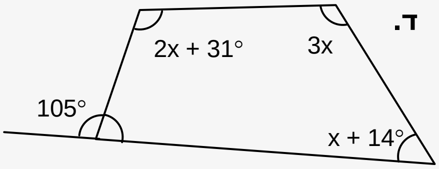
x = 15° הזוויות: 116°, 70°, 100°, 74°

ג.



x = 10° הזוויות: 89°, 109°, 95°, 67°

ד.



x = 40° הזוויות : 120°, 111°, 75°, 54°

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

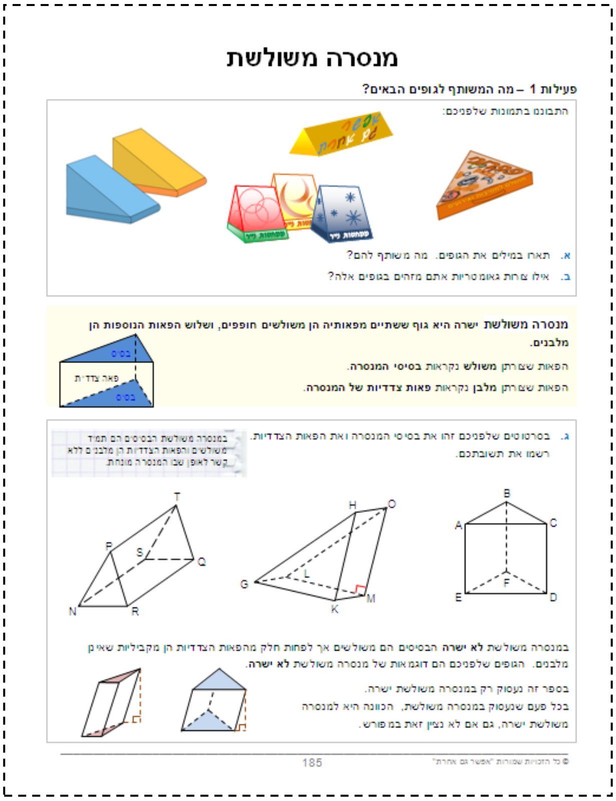
מנסרה משולשת

במהלך כיתה ז התלמידים הכירו גופים הנדסיים רבים ובעיקר העמיקו את הידע שלהם בנושא מלבן ומשולש.

מנסרה משולשת ישרה היא גוף ששתיים מפאותיה הן משולשים חופפים ושלוש הפאות הנוספות הן מלבנים. הפאות שצורתן משולש נקראות בסיסי המנסרה. הפאות שצורתן מלבן נקראות פאות צדדיות של המנסרה.

בכך, המנסרה מספקת אפשרות ליישום הידע על משולש ומלבן בגוף תלת ממדי. התלמידים כבר למדו על תיבה כגוף תלת ממדי המורכב ממלבנים. במנסרה משולשת הבסיסים הם משולשים. בסעיף זה התלמידים מכירים את המושג מנסרה משולשת ומושגים נלווים כמו בסיס ופאה, שטח פנים ונפח של מנסרה משולשת.

בפעילות 1 עמ' 185 - מה משותף לגופים הבאים?



מנסרה משולשת

פעילות 1 – מה המשותף לגופים הבאים?

התבוננו בתמונות שלפניכם:

א. תארו במילים את הגופים. מה משותף להם?

ב. אילו צורות גאומטריות אתם מזהים בגופים אלה?

מנסרה משולשת ישרה היא גוף ששתיים מפאותיה הן משולשים חופפים, ושלוש הפאות הנוספות הן מלבנים.

הפאות שצורתן **משולש** נקראות **בסיסי המנסרה**.

הפאות שצורתן **מלבן** נקראות **פאות צדדיות של המנסרה**.

ג. בסרטוטים שלפניכם זהו את בסיסי המנסרה ואת הפאות הצדדיות. רשמו את תשובתכם.

במנסרה משולשת הבסיסים הם תמיד משולשים והפאות הצדדיות הן מלבנים ללא קשר לאופן שבו המנסרה מונחת.

במנסרה משולשת **לא ישרה** הבסיסים הם משולשים אך לפחות חלק מהפאות הצדדיות הן מקביליות שאינן מלבנים. הגופים שלפניכם הם דוגמאות של מנסרה משולשת **לא ישרה**.

בספר זה נעסוק רק במנסרה משולשת ישרה.

בכל פעם שנעסוק במנסרה משולשת, הכוונה היא למנסרה משולשת ישרה, גם אם לא נציין זאת במפורש.

185

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

התלמידים מחפשים מה משותף לאוסף של חפצים מוכרים מחיי היום יום, ומתבקשים לזהות צורות גאומטריות מוכרות בתוך הגופים. המטרה היא לזהות שכל הגופים בנויים משני משולשים ושלושה מלבנים. השם שניתן לגוף כזה הוא מנסרה משולשת. כמו בפעילויות אחרות רבות, גם במקרה זה, ההתנסות קודמת למתן ההגדרה ותפקיד ההגדרה הוא לתת שם לקבוצת עצמים בעלי תכונה משותפת.

בסעיף ג, מיד לאחר ההגדרה, התלמידים מתנסים בזיהוי של בסיסים ופאות צדדיות בסרטוטים של מנסרות. הדגש הוא על כך שהבסיסים הם תמיד בצורת משולש והפאות הצדדיות הן מלבנים, ללא קשר לאופן שבו המנסרה מונחת.

ניתן להיעזר ביישומון "מנסרה משולשת" באתר הספר על מנת להציג לתלמידים מגוון של מנסרות משולשות. ביישומון מופיעה מנסרה משולשת אותה ניתן להזיז, לשנות ולסובב. אפשר להפוך את ההדגמה לפעילות על ידי כך שבכל פעם שמשנים את המנסרה מבקשים מהתלמידים לזהות מהם הבסיסים ומהן הפאות.

המידע, בתחתית עמוד 185, מתייחס למנסרה לא ישרה ומציג שני סרטוטים של מנסרות כאלה. הנושא של מנסרה לא ישרה לא נכלל בחומר הלימוד והמטרה בהצגתו היא חידוד ההגדרה.

ההגדרה של מנסרה משולשת ישרה מופיעה בעמוד הבא:

מנסרה ישרה היא גוף שבנוי משני מצולעים חופפים ושאר הפאות הן מלבנים. תיבה וקובייה גם הן מנסרות.

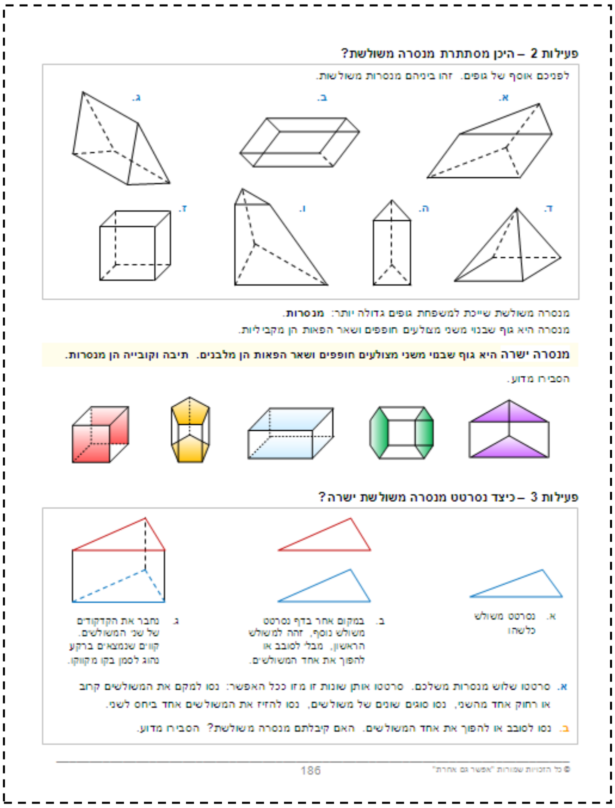
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

בפעילות 2 עמ' 186 - היכן מסתתרת מנסרה משולשת?

התלמידים לומדים לזהות מנסרה משולשת מתוך אוסף של גופים תלת ממדיים. בסעיף ד – מוצגת פירמידה, שעלולה לבלבל את התלמידים בכך שהיא בנויה ממשולשים וריבוע. בסעיף ו – מוצגת פירמידה משולשת קטומה. גוף זה עלול לבלבל אף יותר: יש כאן שני בסיסים מקבילים שהם משולשים והפאות הם טרפזים. זו ההזדמנות להדגיש שהגדרה של מנסרה משולשת: "הבסיסים הם משולשים **חופפים**".

בפעילות 3 עמ' 186 - כיצד נסרטט מנסרה משולשת ישרה?

התלמידים לומדים שיטה לסרטוט של מנסרה משולשת ישרה. כדאי לסרטט את המנסרות על נייר משובץ.


פעילות 2 – היכן מסתתרת מנסרה משולשת?

לפניכם אוסף של גופים. זהו ביניהם מנסרות משולשות.

מנסרה משולשת שייכת למשפחת גופים גדולה יותר: **מנסרות.**

מנסרה היא גוף שבנוי משני מצלעים חופפים ושאר הפאות הן מקביליות.

מנסרה ישרה היא גוף שבנוי משני מצולעים חופפים ושאר הפאות הן מלבנים. תיבה וקובייה הן מנסרות.

הסבירו מדוע.

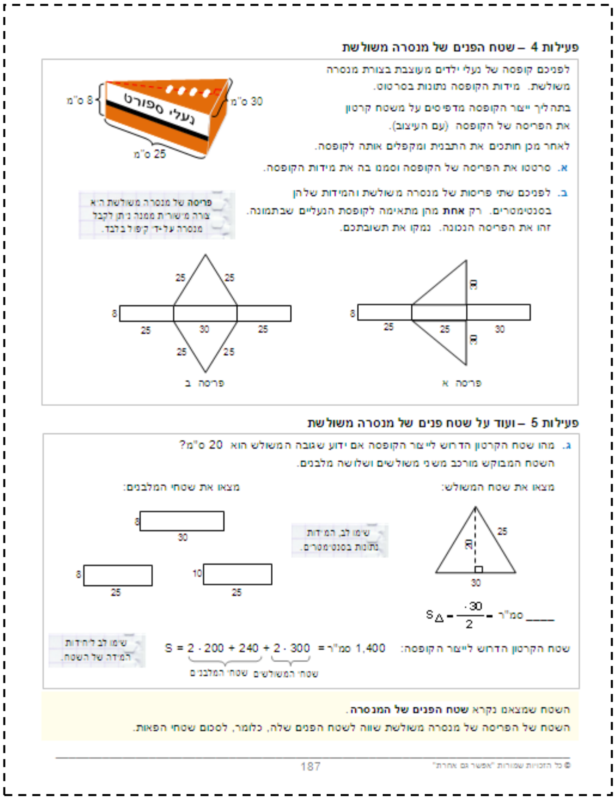
פעילות 3 – כיצד נסרטט מנסרה משולשת ישרה?

א. סרטטו שלוש מנסרות משלכם. סרטטו אותן שונות זו מזו ככל האפשר: נסו למקם את המשולשים קרוב או רחוק אחד מהשני, נסו סוגים שונים של משולשים, נסו להזיז את המשולשים אחד ביחס לשני.

ב. נסו לסובב או להפוך את אחד המשולשים. האם קיבלתם מנסרה משולשת? הסבירו מדוע.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת" 186

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"



פעילות 4 – שטח הפנים של מנסרה משולשת

לפניכם קופסה של נעלי ילדים מעוצבת בצורת מנסרה משולשת. מידות הקופסה נתונות בסרטוט.

בתהליך ייצור הקופסה מדפיסים על משטח קרטון את הפריסה של הקופסה (עם העיצוב).

לאחר מכן חותכים את התבנית ומקפלים אותה לקופסה.

א. סרטטו את הפריסה של הקופסה וסמנו בה את מידות הקופסה.

ב. לפניכם שתי פריסות של מנסרה משולשת והמידות שלהן בסנטימטרים. רק **אחת** מהן מתאימה לקופסת הנעליים שבתמונה. זהו את הפריסה הנכונה. נמקו את תשובתכם.

פריסה של מנסרה משולשת היא צורה מישורית ממנה ניתן לקבל מנסרה על-ידי קיפול בלבד.

פעילות 5 – ועוד על שטח פנים של מנסרה משולשת

ג. מהו שטח הקרטון הדרוש לייצור הקופסה אם ידוע שגובה המשולש הוא 20 ס"מ?

השטח המבוקש מורכב משני משולשים ושלושה מלבנים.

מצאו את שטח המשולש: $S_{\triangle} = \frac{\ \cdot 30}{2} =$ ____ סמ"ר

מצאו את שטחי המלבנים:

שימו לב, המידות נתונות בסנטימטרים.

שטח הקרטון הדרוש לייצור הקופסה: $S = 2 \cdot 200 + 240 + 2 \cdot 300 = 1{,}400$ סמ"ר (שטחי המלבנים, שטחי המשולשים)

שימו לב ליחידות המידה של השטח.

השטח שמצאנו נקרא **שטח הפנים של המנסרה**.

השטח של הפריסה של מנסרה משולשת שווה לשטח הפנים שלה, כלומר, לסכום שטחי הפאות.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת" 187

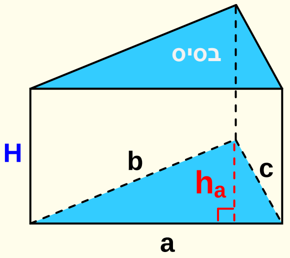
פעילויות 4-5 עמ' 187 עוסקות בשטח הפנים של מנסרה משולשת. התלמידים מכירים את המושג "שטח פנים של גוף" מפרק התיבה. שם, נפגשו במושג פריסה. בפריסה של תיבה, כל המצולעים היו מלבנים, במנסרה משולשת ישנם שני מצולעים שהם משולשים.

בפעילות 4 הנושא של שטח פנים מוצג בעזרת דוגמה של קופסת נעליים מקרטון בצורת מנסרה משולשת. זאת על מנת להקל על התלמידים לחשוב על פריסה של מנסרה משולשת.

בסעיף ב מוצגות שתי פריסות שרק אחת מהן מתארת את הקופסה הנתונה – פריסה ב. כדי לפסול את פריסה א מספיק להבחין בכך שהבסיס שלה הוא משולש ישר-זווית, ואילו למנסרה בסרטוט יש בסיס שהוא משולש שווה-שוקיים.

בפעילות 5 מפתחים נוסחה / שיטה למציאת שטח פנים של מנסרה משולשת. אין דרישה שהתלמידים יכירו את הנוסחה בעל פה, אלא ילמדו את העיקרון שמאחוריה וידעו ליישם אותו בתרגילי חישוב.

שטח הפנים של מנסרה שווה לסכום שטחי הבסיסים ושטחי הפאות הצדדיות.



נתונה מנסרה משולשת. נסמן ב-:

a , **b** , **c** - אורכי צלעות המשולש - בסיס המנסרה.

h_a - גובה המשולש, H - אורך הצלע הצדדית במנסרה.

שטח הפנים של המנסרה המשולשת הוא:

$$S = 2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} + a \cdot H + b \cdot H + c \cdot H$$

או

$$S = ah_a + H \cdot (a + b + c)$$

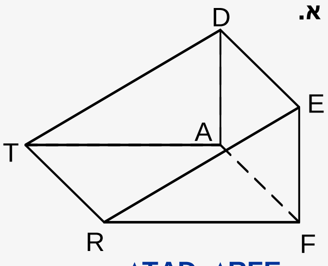
H, h_a, c, b, a נתונים באותן יחידות אורך, למשל, ס"מ, מ', ק"מ.

S מציין את השטח, ולכן נמדד ביחידות ריבועיות. למשל, סמ"ר, מ"ר, קמ"ר.

תרגילים

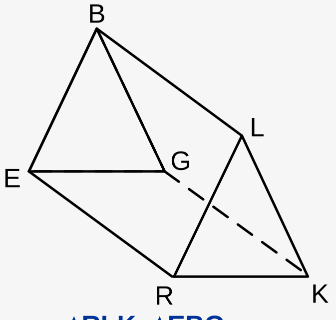
1. בכל סעיף כתבו מהם בסיסי המנסרה?

א.



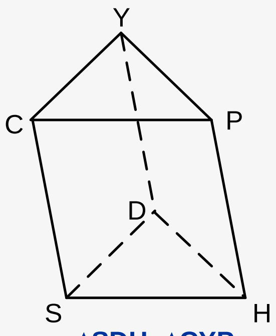
$\triangle TAD$,$\triangle RFE$

ב.



$\triangle RLK$,$\triangle EBG$

ג.

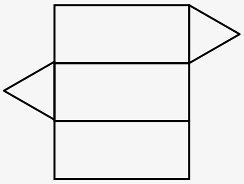


$\triangle SDH$,$\triangle CYP$

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

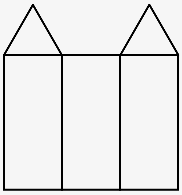
2. אילו מבין הסרטוטים שלפניכם הם פריסה של מנסרה משולשת?

א.



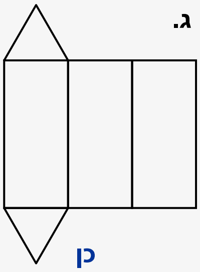
כן

ב.



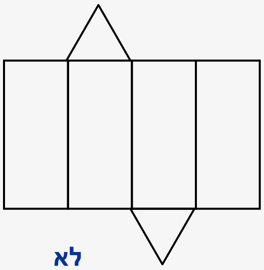
לא

ג.



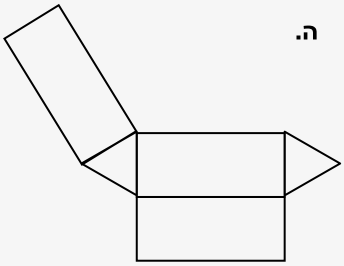
כן

ד.



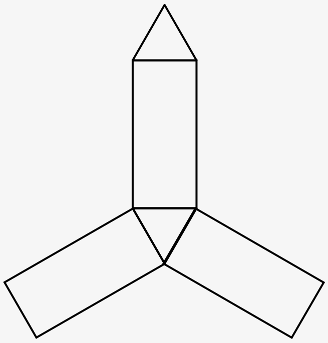
לא

ה.



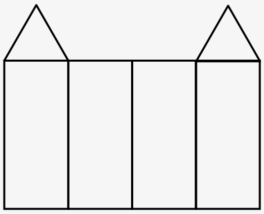
כן

ו.



כן

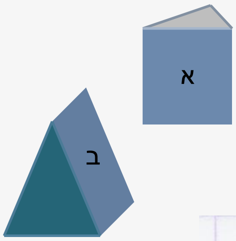
ז.



לא

מומלץ שהתלמידים יביאו לכיתה את הדוגמאות שאיתרו לתרגיל 3, ולהפוך את תוצאות התרגיל לפעילות כיתתית משותפת.

3. חפשו באינטרנט או צלמו תמונות של חפצים ומבנים בצורת מנסרה.



- לפחות אחת המנסרות צריכה להיות מונחת על בסיס המנסרה (כמו באיור א).
- לפחות אחת מן המנסרות צריכה להיות מונחת על פאה צדדית (כמו באיור ב).
- לפחות אחת מן המנסרות צריכה להיות מנסרה משולשת.
- לפחות אחת מן התמונות צריכה להיות של מנסרה עם בסיס שאינו משולש ואינו מרובע.

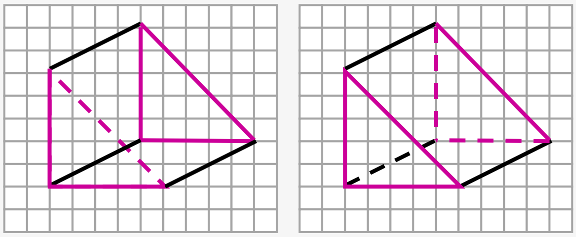
באפשרותכם להדפיס את התמונות ולצרף למחברת, או להכין מהן מצגת.

תרגיל 4 נועד לסייע לתלמידים לסרטט מנסרה משולשת בכוחות עצמם. במקרה זה, עליהם להשלים את הקווים החסרים בסרטוטים של המנסרות. מומלץ לעבוד עם דף העבודה המתאים לפעילות. כדאי לציין שכיוון שמנסרה משולשת היא גוף תלת ממדי חלק מקווי הסרטוט מייצגים קווים שלא ניתן לראות בעין כשמתבוננים במנסרה משולשת (אלא אם כן היא שקופה). כדאי להכיר מוסכמה זו, גם אם בסרטוטים של התלמידים אין דרישה להקפיד על כך. הרחבה אפשרית ברוח זו היא לבקש מהתלמידים לתת שמות לקדקודי המנסרה ולציין אילו מקווי הסרטוט הם קווים אחוריים / בלתי נראים.

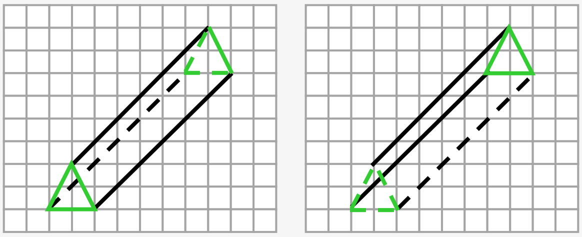
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

4. בסרטוטים שלפניכם מופיעים חלק מהקווים של מנסרה משולשת. השלימו את הסרטוטים הבאים למנסרה.

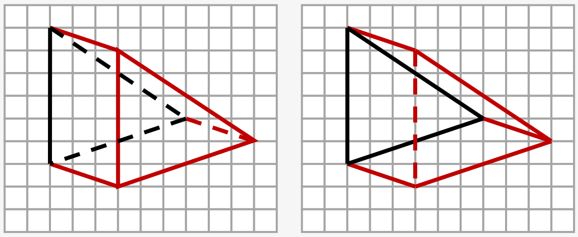
א.



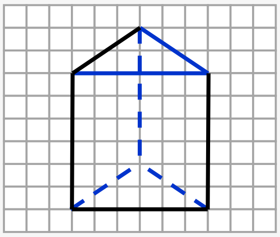
ב.



ג.

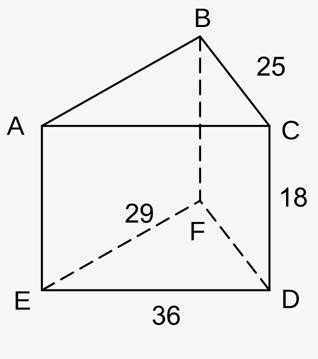


ד.



במקרים א-ג ישנן שתי אפשרויות להשלמה למנסרה משולשת. מקרה ד מובא כדי לתת לתלמידים התנסות בסרטוט מנסרה לא באמצעות שני משולשים. שימו לב, לעיתים הפכנו קו שהיה נתון כקו מלא לקו מקווקו כדי לסייע בראיה המרחבית.

5. בסרטוט שלפניכם מנסרה משולשת עם חלק מהמידות. המידות נתונות בסנטימטרים.



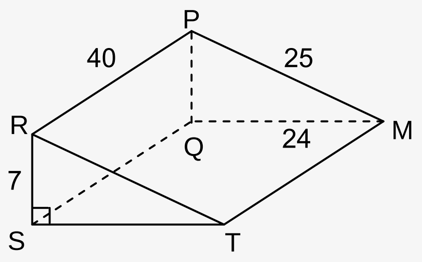
א. מהו אורך הצלע ?FD **25 ס"מ**

ב. מהו אורך הצלע ?AB **29 ס"מ**

ג. כמה צלעות באורך 18 ס"מ יש למנסרה? מהן? **3**

ד. נתון ששטח המשולש ΔABC הוא 360 סמ"ר. מצאו את שטח הפנים של המנסרה. **2340 ס"מ**

6. נתונה מנסרה משולשת שבסיסה משולש ישר זווית. חלק ממידות המנסרה מופיעות בסרטוט.



א. מהו אורך הצלע ?ST **24 ס"מ**

ב. מהו אורך הצלע ?PQ **7 ס"מ**

ג. כמה צלעות באורך 40 ס"מ יש למנסרה? נמקו. **3**

ד. מצאו את שטח בסיס המנסרה. **84 סמ"ר**

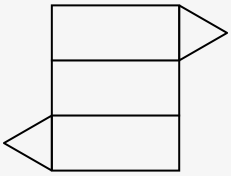
ה. מצאו את שטח הפנים של המנסרה. **2408 ס"מ**

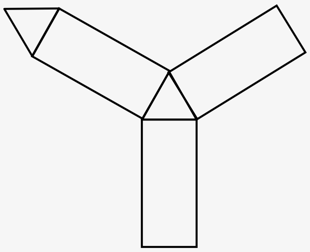
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

7. לפניכם שתי פריסות של מנסרה משולשת.

א. סרטטו פריסה שלישית של מנסרה זו.

ב. שטח הפריסה הוא 154 סמ"ר. שטח הפאה הצדדית (מלבן) גדול פי 4 משטח בסיס המנסרה.
מצאו את שטח בסיס המנסרה. **11 סמ"ר**



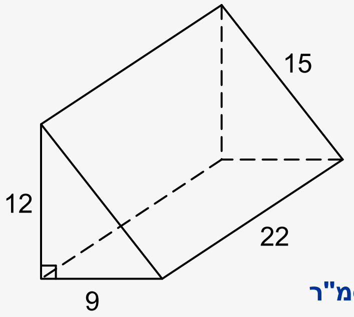


סמנו את שטח המשולש ב- x ובטאו את שטח הפנים של המנסרה באמצעות x.

זהו תחילה את האורך של כל צלעות המנסרה.

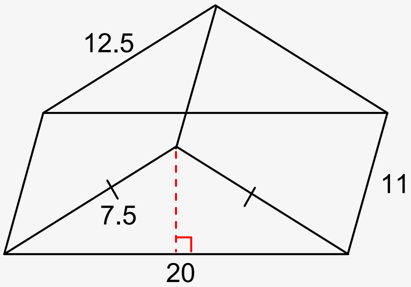
8. מצאו את שטח הפנים של כל אחת מהמנסרות שלפניכם.
המידות נתונות בסנטימטרים.

א.



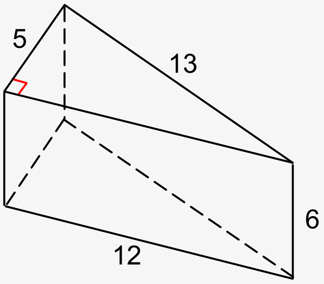
900 סמ"ר

ג.



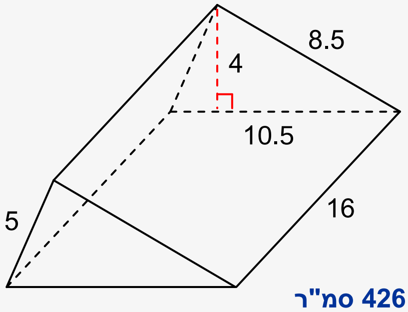
645 סמ"ר

ב.



240 סמ"ר

ד.



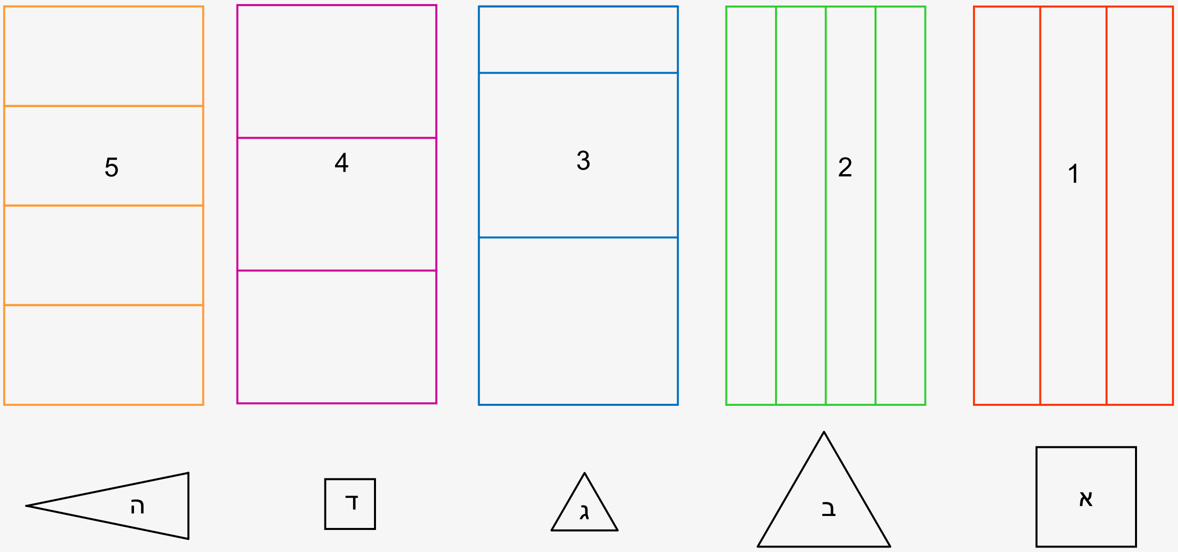
426 סמ"ר

מטרת תרגיל 9 היא להדגיש שהפאות הצדדיות של כל מנסרה מהוות ביחד מלבן אחד גדול, ומכל מלבן כזה ניתן ליצור מנסרות רבות, אם מצרפים לו בסיסים מתאימים. המלבן הוא מעטפת התיבה. המעטפת המלבנית, היא נוחה לאחסון והיא אחת הסיבות לנוחיות השימוש באריזות בצורת מנסרה. המושג מעטפת אינו בתוכנית הלימודים ולכן אינו מוזכר. בפרט, כדאי לשים לב שאותו מלבן יכול לשמש ליצירה של שתי תיבות שונות שבסיסן משולש שווה צלעות ושתי תיבות שונות שבסיסן ריבוע. לתרגיל זה יש דף גזירה מתאים במדריך זה בעמוד 64.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

9. אריזות הפלא. בעלי חנות שמתמחה באריזה מעוצבות של מתנות, שמחו לשמוע על האריזה המהפכנית:
מלבן פלסטיק שקוף ומעוצב שניתן, בקיפול מהיר, ליצור ממנו את הפאות המלבניות של מנסרות מדגמים שונים.
להשלמת הפריסה של המנסרה יש להוסיף, בעת האריזה בסיסים מתאימים שהמפעל מספק.

לפניכם חמישה דגמים של אריזות וחמישה סוגים של מכסים.



פריסות האריזות והמכסים הגיעו למפעל במשלוחים שונים.

התאימו לכל פריסה את המכסה המתאים, כדי שאפשר יהיה לבנות קופסה בצורת **מנסרה משולשת**.
ניתן לבנות קופסה בצורה שונה ממנסרה משולשת. מה צורת הקופסה ומאילו פריסות ומכסים היא בנויה?

1 – ג, 2 – ד, 3 – ה, 4 – ב, 5 - א

10. איזה סוג של משולש מהווה הבסיס של מנסרה משולשת בכל אחד מהמקרים הבאים:

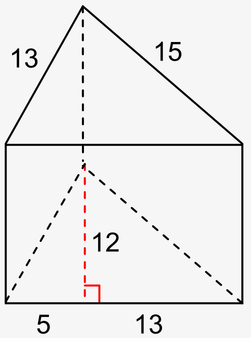
א. ידוע ששלושת הפאות הצדדיות של המנסרה חופפות זו לזו. **משולש שווה-צלעות**

ב. ידוע שרק שתיים מהפאות הצדדיות של המנסרה חופפות זו לזו. **משולש שווה-שוקיים**

ג. ידוע שהפאות הצדדיות של המנסרה אינן חופפות זו לזו. **משולש שונה-צלעות**

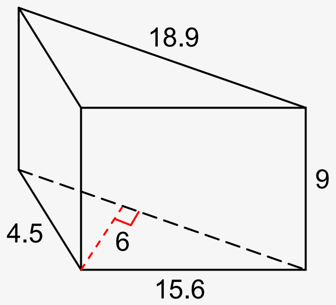
11. חשבו את שטח הפנים של המנסרות שלפניכם. המידות נתונות בסנטימטרים.

א.



676 סמ"ר

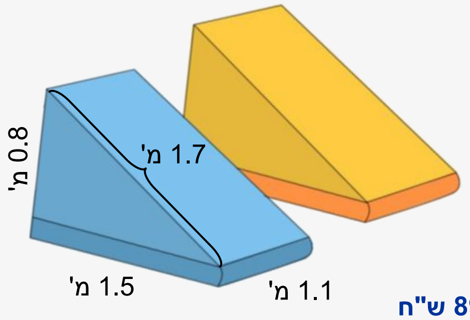
ב.



464.44 סמ"ר

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

12. להכנת מדרון ג'ימבורי משתמשים בספוג מיוחד שמכוסה בכיסוי צבעוני, אותו תופרים בנפרד. צורת המדרון היא מנסרה משולשת שבסיסה משולש ישר זווית.



ממדי המנסרה נתונים בסרטוט.

א. חשבו את כמות הבד הדרושה לכיסוי מדרון אחד. **5.6 מ"ר**

ב. מחיר הבד הוא 8 שקלים למטר ריבועי.

חשבו את עלות הייצור של הכיסויים לשני מדרונות הג'ימבורי. **89.6 ש"ח**

החלק המונח על הרצפה מכוסה אף הוא.

13. בכל הסעיפים שלפניכם נתון מידע חלקי על מנסרות משולשות. רשמו מהו הנתון (או הנתונים) **שחסרים** לכם כדי למצוא את שטח הפנים של המנסרה.

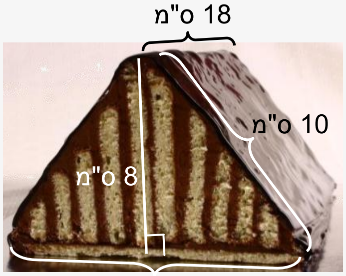
א. ידוע כי שטח בסיס המנסרה הוא 120 סמ"ר, ואורך הצלע הצדדית הוא 40 ס"מ.

חסר מידע על אורכי הצלעות של בסיס המנסרה

ב. ידוע כי אורכי צלעות הבסיס הן: 10 ס"מ ו- 8 ס"מ. אורך הצלע הצדדית הוא 5 ס"מ.

חסר נתון על אורך הצלע השלישית של המנסרה והאורך של גובה בסיס המנסרה

14. עוגת דובוש היא עוגת שכבות שלעיתים מעוצבת בצורת מנסרה משולשת (ראו איור).

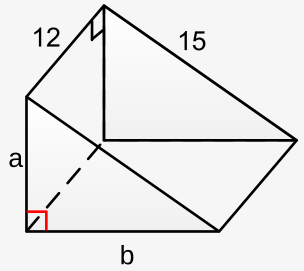


http://www.flickr.com/photos/ed_west/3499147671/sizes/m/in/photostream/

רוצים לצפות את העוגה בשוקולד מכל הצדדים, כולל התחתית.
מידות העוגה נתונות בסרטוט. גובה העוגה: 8 ס"מ.

מצאו את השטח שיש לצפות בשוקולד. **672 סמ"ר**

15. נתונה מנסרה משולשת שבסיסה הוא משולש ישר זווית.
אורכי הניצבים שלו: a ס"מ ו- b ס"מ. אורך היתר 15 ס"מ.
אורך של גובה המנסרה 12 ס"מ = H.



א. בטאו את שטח הפנים של המנסרה באמצעות a ו- b.

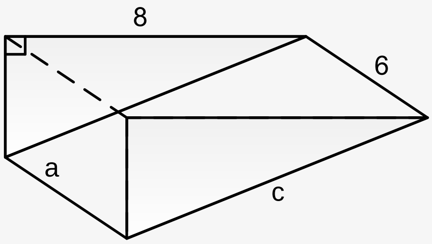
ab+12(a+b+15)

ב. נתון: 9 ס"מ = a. רשמו ביטוי לשטח הפנים של המנסרה.

21b + 288

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

16. נתונה מנסרה משולשת שבבסיסה הוא משולש ישר-זווית.
אורכי הניצבים שלו: 8 ס"מ ו- a ס"מ. אורך היתר c ס"מ.
אורך של גובה המנסרה 6 ס"מ = H.



א. בטאו את שטח הפנים של המנסרה באמצעות **a** ו- **c**.

8a+6(8+a+c)

ב. נתון: אורך היתר 17 ס"מ = c.

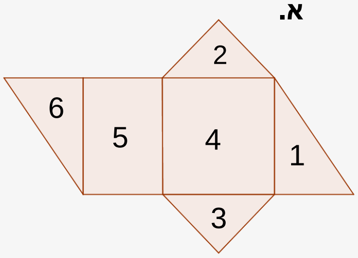
רשמו ביטוי לשטח הפנים של המנסרה. **14a+150**

תרגילים 17 ו- 18 הם תרגילים נוספים בנושא פריסות. תרגיל 17 מדגים פריסות מיוחדות בהן אחת הפאות הצדדיות מחולקת לשני משולשים.

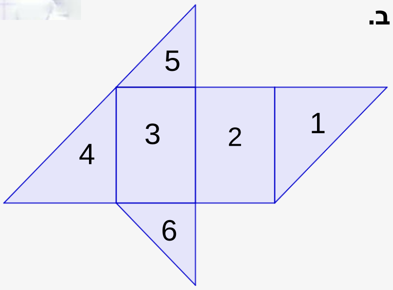
17. בסרטוט שלפניכם מנסרה משולשת ופריסות מיוחדות של מנסרה זו. חלקי הפריסה מסומנים במספרים.
בכל סעיף, התאימו את חלקי הפריסה לפאות והבסיסים של המנסרה.

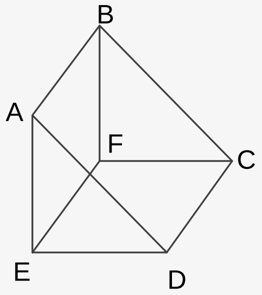
שימו לב, לעיתים, צריכים להתאים
שני חלקים לכיסוי פאה אחת.

א.



ב.





פריסה א

פאה	מס'
AED	2
BFC	3
ABCD	4
ABFE	5
FCDE	1+6

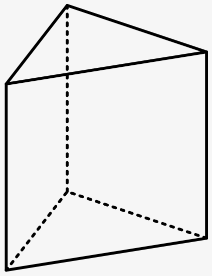
פריסה ב

פאה	מס'
AED	5
BFC	6
ABFE	5
EFCD	5
ABCD	1+4

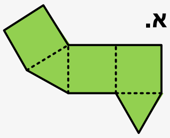
לפתרון תרגיל 17 אנו ממליצים להשתמש בדף עבודה מיוחד המכיל את הפריסות (עמוד 65), אותן ניתן לגזור ולקפל על מנת לבדוק הלכה למעשה האם מתקבלת מנסרה משולשת וליצור התאמה בין חלקי הפריסה לפאות ולבסיסים של המנסרה.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

18. בסרטוט משמאל נתונה מנסרה משולשת. אילו מבין הפריסות המוקטנות יכול להיות פריסת המנסרה?

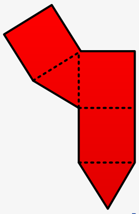


א.



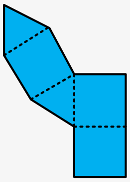
כן

ב.



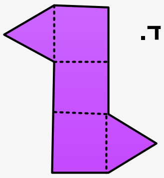
לא

ג.



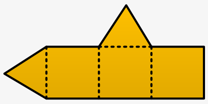
כן

ד.



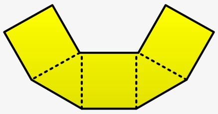
כן

ה.



לא

ו.



לא

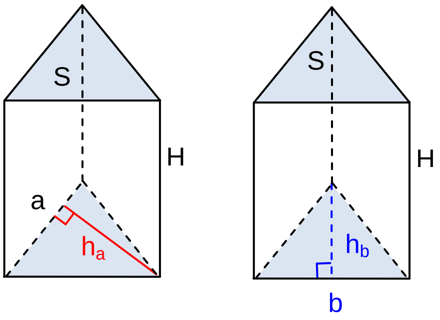
גם לפתרון תרגיל 18 אנו ממליצים להשתמש בדף עבודה מיוחד המכיל את הפריסות (עמוד 66), אותן ניתן לגזור ולקפל על מנת לבדוק הלכה למעשה האם מתקבלת מנסרה משולשת. לאחר ביצוע הקיפולים ניתן לדון עם התלמידים: אילו רמזים יש בסרטוטים של הפריסות שהיו יכולים לסייע בפתרון התרגיל ללא צורך בביצוע הקיפול בפועל.
חלק מהקושי של התרגיל נובע מהעובדה שהפאות הצדדיות הן בצורת ריבוע ולא מלבן.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

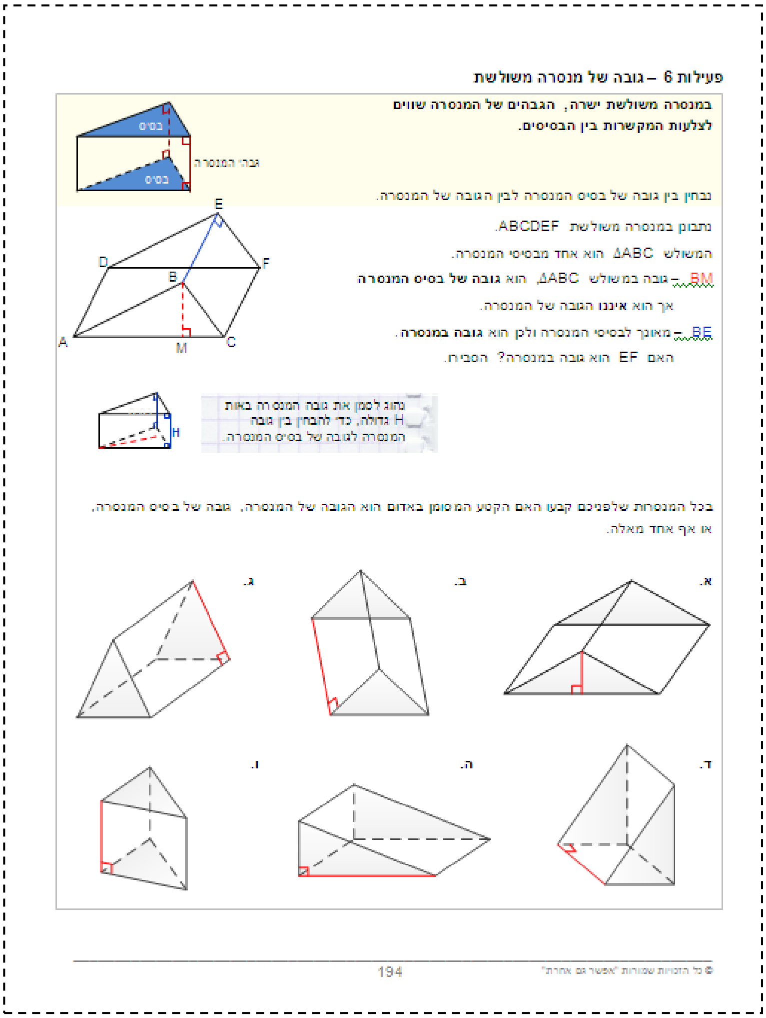
פעילות 6 עמ' 194 – גובה של מנסרה משולשת. זו היא פעילות הכנה לקראת לימוד הנושא "נפח של מנסרה משולשת". אפשר לקשר את הפעילות לנושא התיבה ולהתייחס לדמיון ולשוני בהגדרת הגובה של מנסרה משולשת לגובה של תיבה.

גובה של מנסרה משולשת הוא קטע שמאונך לבסיסי המנסרה.

חשוב לעמוד על ההבחנה בין **גובה של מנסרה** לבין **גובה של בסיס המנסרה**.



הבחנה זו עלולה להיות קשה לחלק מהתלמידים, הן עקב העובדה שהשמות של שני הקטעים מכילים את המילה "גובה" והן מכיוון שבסרטוטים מסוימים עלול אחד הגבהים להיראות כהמשך של הגובה השני. בסרטוט: הגובה של בסיס המנסרה h_b נראה כהמשך של גובה המנסרה H. ואילו בסרטוט השני קל יותר להבחין בין הגובה של בסיס המנסרה h_a לבין גובה המנסרה H.



פעילות 6 – גובה של מנסרה משולשת

במנסרה משולשת ישרה, הגבהים של המנסרה שווים לצלעות המקשרות בין הבסיסים.

נבחין בין גובה של בסיס המנסרה לבין הגובה של המנסרה.

נתונה במנסרה משולשת ABCDEF.

המשולש ΔABC הוא אחד מבסיסי המנסרה.

BM – גובה במשולש ΔABC, הוא גובה של בסיס המנסרה אך הוא איננו הגובה של המנסרה.

BE – מאונך לבסיסי המנסרה ולכן הוא גובה במנסרה.

האם EF הוא גובה במנסרה? הסבירו.

נהוג לסמן את גובה המנסרה באות H גדולה, כדי להבחין בין גובה המנסרה לגובה של בסיס המנסרה.

בכל המנסרות שלפניכם קבעו האם הקטע המסומן באדום הוא הגובה של המנסרה, גובה של בסיס המנסרה, או אף אחד מאלה.

א. ב. ג. ד. ה. ו.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת" 194

על מנת לסייע לתלמידים להבחין בין שני סוגי הגבהים מומלץ להשתמש בצבעים שונים לסימונם ולהקפיד על שימוש במושגים מלאים כלומר, בכל פעם לציין "גובה המנסרה" או "גובה בסיס המנסרה" ולא לקצר למילה "גובה".

בספר **גובה המנסרה** מסומן ב- **H** **וגובה בסיס המנסרה** מסומן ב- **h**.

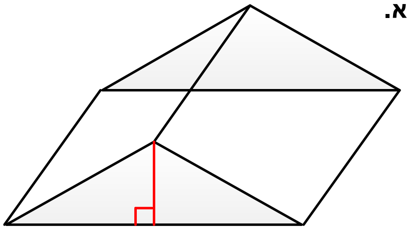
פעילות 6 כוללת תרגיל זיהוי של גובה במנסרה, גובה בסיס המנסרה או קטע שאינו אף אחד מאלה. על מנת להקל על התלמידים את משימת הזיהוי, בסיסי המנסרה צבועים באפור בהיר.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

מתוך פעילות 6:

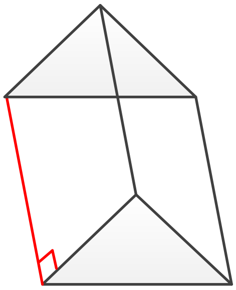
בכל המנסרות שלפניכם קבעו האם הקטע המסומן באדום הוא גובה המנסרה, גובה בסיס המנסרה או אף אחד מאלה.

א.



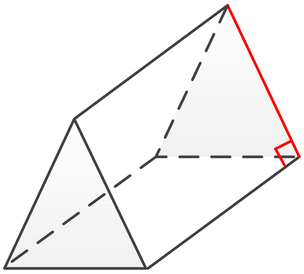
גובה בסיס המנסרה

ב.



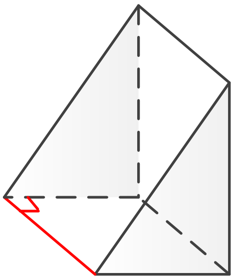
גובה המנסרה

ג.



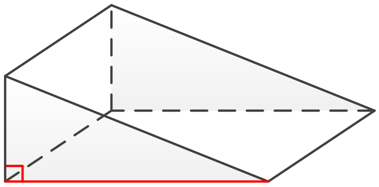
אף אחד מאלה

ד.



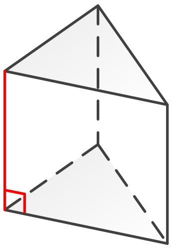
גובה המנסרה

ה.



גובה בסיס המנסרה

ו.



גובה המנסרה

העובדה שבגופים תלת-ממדיים, זוויות ישרות לעיתים לא נראות כך יכולה לגרום לקושי בזיהוי הגבהים. נשים לב במיוחד למקרים הבאים:

<u>במקרה ג</u> הקטע המסומן באדום הוא אחת מצלעות בסיס המנסרה, ולכן אינו יכול להיות מאונך לבסיס המנסרה – כלומר הוא לא גובה במנסרה. הבסיס הוא משולש שווה-שוקיים. השוק לא יכולה להיות גובה במשולש ולכן זה גם לא גובה בסיס המנסרה.

<u>במקרה ד</u> הקטע האדום הוא צלע של בסיס המנסרה ולכן אינו יכול להיות גובה במנסרה. כאן, בסיס המנסרה הוא משולש ישר-זווית, שבו הניצב (הצלע האדומה) הוא גובה. לכן זהו גובה בסיס המנסרה.

כלל אצבע בזיהוי גובה במנסרה: נזהה תחילה את בסיסי המנסרה. אף אחת מצלעות הבסיסים הוא לא גובה המנסרה. כל אחד משלושת הקטעים הנותרים הוא גובה המנסרה.

אם בסיס המנסרה הוא משולש ישר-זווית, אז כל אחד מהניצבים הוא **גובה בסיס המנסרה**.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

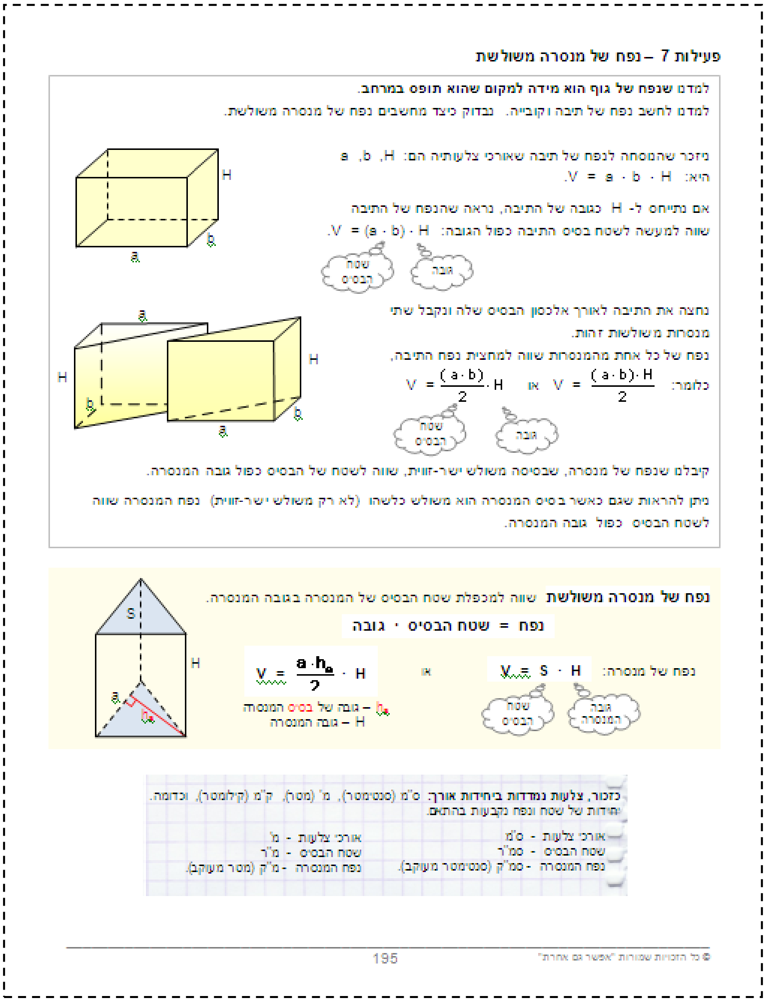
פעילות 7 עמ' 195 – נפח של מנסרה משולשת. מטרת הפעילות היא לפתח את הנוסחה לחישוב נפח של מנסרה משולשת.

הפעילות פותחת בתזכורת של מושג הנפח – מידה למקום שגוף תופס במרחב.

התלמידים יודעים כבר לחשב נפח של תיבה. פיתוח הנוסחה עושה שימוש בידע זה.

ההסבר לנוסחת הנפח של מנסרה משולשת דומה, במידה מסוימת, להסבר נוסחת השטח של משולש. משטח של מלבן עברנו לשטח של משולש ישר-זווית ואז קיבלנו שטח של משולש כללי על ידי חלוקתו לשני משולשים ישרי-זווית.

במעבר לתלת ממד, נצא מנפח של תיבה, אותו התלמידים כבר מכירים. נראה שנפח של מנסרה משולשת, שבסיסה משולש ישר-זווית, הוא מחצית מנפח של תיבה מתאימה. ניתן לבצע שלב נוסף ולהראות שהנפח של מנסרה משולשת כלשהי מתקבל כסכום או הפרש של שתי מנסרות שבסיסן משולש ישר-זווית.
בספר, אנו מציינים שזהו התהליך לקבלת נוסחת הנפח של מנסרה משולשת כללית, מבלי לבצע את התהליך. מומלץ להזכיר לתלמידים את התהליך שמסביר את נוסחת השטח של משולש.



פעילות 7 – נפח של מנסרה משולשת

למדנו שנפח של גוף הוא מידה למקום שהוא תופס במרחב.

למדנו לחשב נפח של תיבה וקובייה. נבדוק כיצד מחשבים נפח של מנסרה משולשת.

ניזכר שהנוסחה לנפח של תיבה שאורכי צלעותיה הם: H, b, a
היא: $V = a \cdot b \cdot H$.

אם נתייחס ל- H כגובה של התיבה, נראה שהנפח של התיבה שווה למעשה לשטח בסיס התיבה כפול הגובה: $V = (a \cdot b) \cdot H$.

שטח הבסיס
גובה

נחצה את התיבה לאורך אלכסון הבסיס שלה ונקבל שתי מנסרות משולשות זהות.

נפח של כל אחת מהמנסרות שווה למחצית נפח התיבה.

כלומר: $V = \frac{(a \cdot b) \cdot H}{2}$ או $V = \frac{(a \cdot b)}{2} \cdot H$

שטח הבסיס
גובה

קיבלנו שנפח של מנסרה, שבסיסה משולש ישר-זווית, שווה לשטח של הבסיס כפול גובה המנסרה.

ניתן להראות שגם כאשר בסיס המנסרה הוא משולש כלשהו (לא רק משולש ישר-זווית) נפח המנסרה שווה לשטח הבסיס כפול גובה המנסרה.

נפח של מנסרה משולשת שווה למכפלת שטח הבסיס של המנסרה בגובה המנסרה.

נפח = שטח הבסיס · גובה

נפח של מנסרה: $V = S \cdot H$ או $V = \frac{a \cdot h_a}{2} \cdot H$

שטח הבסיס
גובה המנסרה

h_a – גובה של בסיס המנסרה
H – גובה המנסרה

כזכור, צלעות נמדדות ביחידות אורך: ס"מ (סנטימטר), מ' (מטר), ק"מ (קילומטר), וכדומה.
יחידות של שטח ונפח נקבעות בהתאם.

אורכי צלעות - ס"מ	אורכי צלעות - מ'
שטח הבסיס - סמ"ר	שטח הבסיס - מ"ר
נפח המנסרה - סמ"ק (סנטימטר מעוקב).	נפח המנסרה - מ"ק (מטר מעוקב).

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"
195

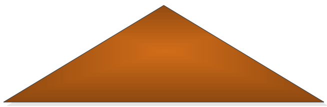
בתחתית עמ' 195 מופיעה תזכורת על יחידות מידה של אורך,שטח ונפח.

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

פעילות 8 עמ' 196 - נקודת מבט נוספת על נפח של מנסרה משולשת.

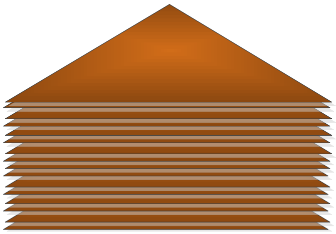
פעילות זו משרתת שתי מטרות. מטרה אחת היא לספק מבט נוסף על הנפח של מנסרה משולשת. בפעילות 8: ערימה של חטיפי שוקולד דקיקים. כדי שאפשר יהיה לחשוב על נפח של מנסרה משולשת כשטח הבסיס כפול "גובה הערימה" שהוא בעצם מספר החטיפים בערימה, הקפדנו ששטח הבסיס יהיה בממ"ר ועובי של כל חטיף הוא 1 מ"מ כפי שמודגם באיורים א-ג בתחילת הפעילות.

חשוב לציין שלמישור גאומטרי יש רק שני ממדים והוא חסר עובי. לכן לא ניתן ליצור ממישורים גאומטריים "ערימה" בעלת נפח. במציאות, לכל חפץ, אפילו לדק ביותר יש עובי כלשהו. לכן חטיף שוקולד דקיק הוא בעצם מנסרה. נקודה זו מודגשת באיור א ובסעיף א לאחר מכן.



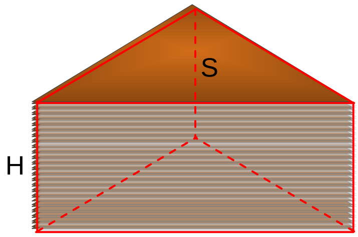
איור א

דמיינו שיש בידינו חטיף משולש דק ושטוח בעובי 1 מ"מ, אשר שטחו S ממ"ר (מילימטר ריבועי). החטיף הוא למעשה מנסרה משולשת שהנפח שלה:
S ממ"ר × 1 מ"מ = S ממ"ק
(ממ"ק = מילימטר מעוקב).



איור ב

ניקח הרבה חטיפים כאלה ונניח אותם אחד על השני בערימה. צורת הערימה היא מנסרה משולשת. מדוע?
גובה המנסרה שווה למספר החטיפים.
למשל, אם יש 10 חטיפים בערימה, אז גובה הערימה 10 מ"מ.



איור ג

נפח המנסרה שנוצרה שווה לנפח של משולש אחד כפול מספר השכבות.
נפח כל שכבה S ממ"ק.
מספר השכבות שווה לגובה המנסרה H.
נפח המנסרה הוא $V = S \cdot H$

המטרה השנייה של הפעילות היא לדון כיצד משתנה הנפח של מנסרה משולשת כאשר גובה המנסרה גדל או קטן ושטח הבסיס נשאר קבוע. את הכפלת גובה המנסרה ניתן לראות כצירוף של שתי מנסרות זהות "זו על גבי זו". סעיפים א – ד עוסקים בכך ומובילים למסקנה **שאם מגדילים את אורך הגובה של מנסרה משולשת, מבלי לשנות את שטח הבסיס, נפח המנסרה גדל באותו יחס.** באופן דומה, אם מקטינים את גובה המנסרה המשולשת, נפחה קטן באותו יחס.

א. חברת ממתקים מתכננת חטיף חדש ודקיק בצורת משולש. שטח המשולש שבחרו הוא 25 ממ"ר והעובי שלו 1 מ"מ. מה יהיה נפח החטיף החדש? הסבירו מדוע החטיף החדש הוא מנסרה משולשת?

ב. בחברה רוצים לארוז את החטיף החדש כך שיניחו אותם חטיף על גבי חטיף, כמו באיור ג, 10 חטיפים בכל אריזה כך שתיווצר ערימה בצורת מנסרה משולשת. מה נפח האריזה שתתקבל?

שימו לב ליחידות המידה!

ג. 1) מהו נפח מנסרה ששטח בסיסה 25 ממ"ר והגובה שלה 1 ס"מ?

2) אם יכפילו את גובה המנסרה לגובה 2 ס"מ בלי לשנות את הבסיס – פי כמה יגדל נפח המנסרה?

3) עמית אומר שאין צורך לחשב את הנפח מחדש בכדי לדעת פי כמה גדל נפח המנסרה. הסבירו מדוע עמית חושב כך?

ד. נפח מנסרה הוא 30 מ"ק. הגדילו את גובהה פי 10 מבלי לשנות את הבסיס. מהו נפח המנסרה החדשה?

ראינו שאם מגדילים את אורך הגובה של מנסרה משולשת, מבלי לשנות את שטח הבסיס, נפח המנסרה גדל באותו יחס.

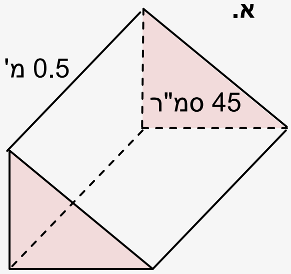
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

תרגילים

שימו לב ליחידות המידה.

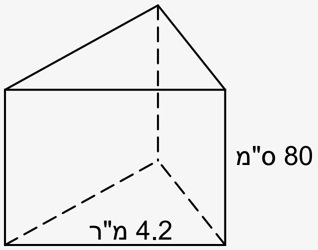
19. בכל אחד מהסעיפים הבאים מצאו את הנפח של המנסרה המשולשת.

א.



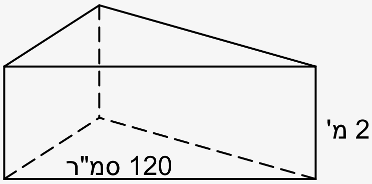
2,250 סמ"ק

ב.



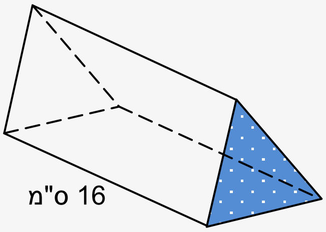
3.36 מ"ק

ג.



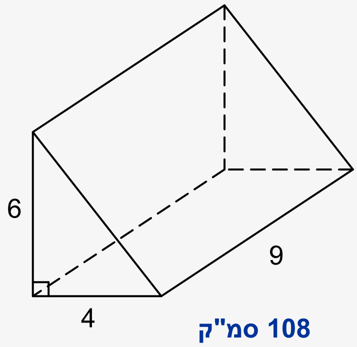
24,000 סמ"ק או 24 מ"ק

20. נפח המנסרה המשולשת שבסרטוט הוא 800 סמ"ק.
חשבו את השטח של בסיס המנסרה (השטח המסומן).
50 סמ"ר



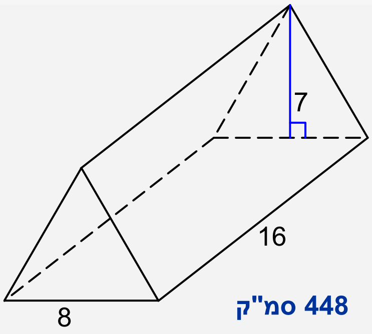
21. חשבו את הנפח של כל אחת מהמנסרות שלפניכם. כל המידות נתונות בסנטימטרים.

א.



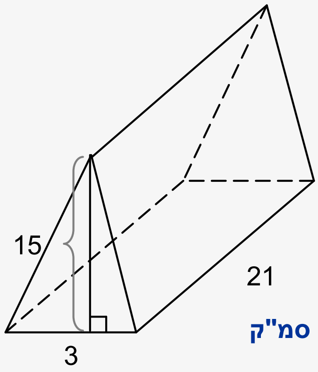
108 סמ"ק

ב.



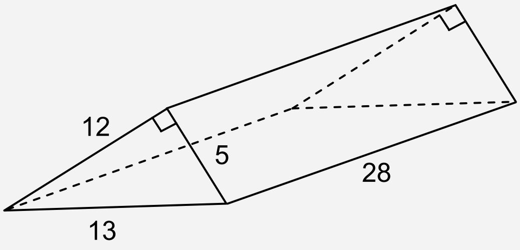
448 סמ"ק

ג.



47.25 סמ"ק

ד.

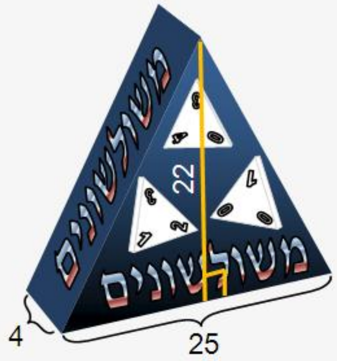


840 סמ"ק

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

.22 קופסת משחק טריומינו מעוצבת בצורת מנסרה משולשת.

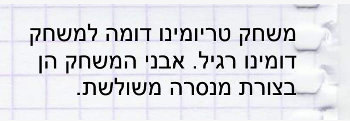
ממדי הקופסה מופיעים בסרטוט. גובה בסיס המנסרה 22 ס"מ.



א. מצאו את נפח הקופסה. **1,100 סמ"ק**

ב. משחק טריומינו מכיל 56 אבני משחק בגודל זהה הממלאות את הקופסה ללא רווחים.

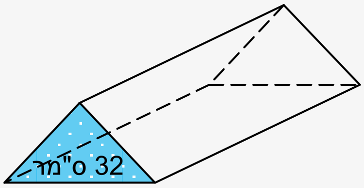
מהו הנפח של כל אבן משחק? עגלו עד שתי ספרות אחרי הנקודה. **19.64 סמ"ק**



.23 נפח המנסרה המשולשת שבסרטוט הוא 512 סמ"ק.

שטח של בסיס המנסרה (השטח המסומן) שווה ל- 32 סמ"ר.

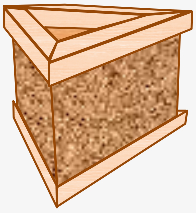
מצאו את גובה המנסרה. **16 ס"מ**



.24 באיור משמאל עציץ שצורתו מנסרה משולשת.

גובה העציץ 80 ס"מ ונפחו 0.36 מ"ק.

שימו לב ליחידות המידה.



א. מצאו את שטח הבסיס של העציץ. **0.45 מ"ר**

ב. אם נגדיל את גובה העציץ פי 2, מבלי לשנות את שטח הבסיס שלו, כיצד ישתנה נפח העציץ? נמקו. **יגדל פי 2**

.25 **א.** הציעו נתוני מנסרה משולשת שנפחה 600 סמ"ק. רשמו את שטח בסיסי המנסרה ואת גובה המנסרה.

ב. מיכל הציעה מנסרה שבסיסיה משולשים ישרי זווית שאורכי ניצביהם הם: 20 ס"מ ו- 30 ס"מ וגובה המנסרה 2 ס"מ.

יעל הציעה מנסרה שבה אחת הצלעות באורך 30 ס"מ, הגובה לצלע זו באורך 4 ס"מ, וגובה המנסרה 10 ס"מ.

הסבירו איזו מבין ההצעות מתאימה ומדוע.

רק ההצעה של יעל מתאימה. נפח המנסרה של מיכל הוא 1,200 סמ"ק.

ג. הציעו הצעה למנסרה משולשת שונה מהקודמות, שנפחה 600 סמ"ק.

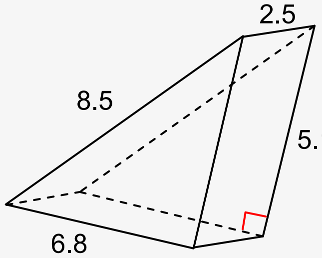
ד. הציעו הצעה למנסרה משולשת שונה שנפחה 600 סמ"ק **וגובהה זהה לגובה המנסרה** שהצעתם בסעיף ג. כמה אפשרויות קיימות? **קיימות אינסוף אפשרויות.**

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

26. בכל אחד מהסעיפים הבאים מצאו את הנפח של המנסרה המשולשת הנתונה. כל המידות נתונות בסנטימטרים. שימו לב: כל סרטוט מכיל יותר נתונים ממה שנדרש למציאת נפח של מנסרה.

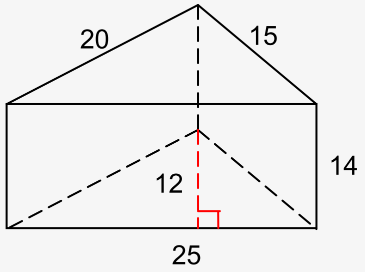
אחד הדגשים בתרגיל זה הוא זיהוי נתונים רלוונטיים לחישוב הנפח

א.



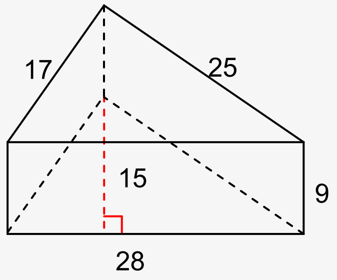
43.35 סמ"ק

ג.



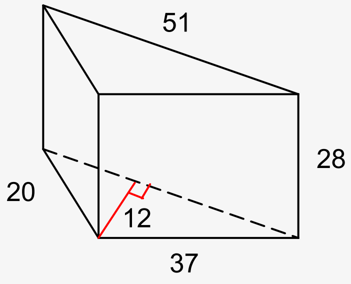
2,100 סמ"ק

ב.



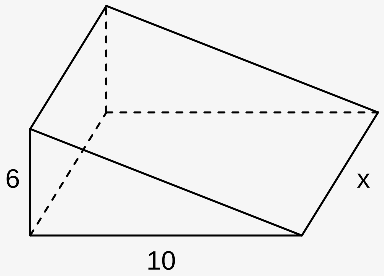
1,890 סמ"ק

ד.

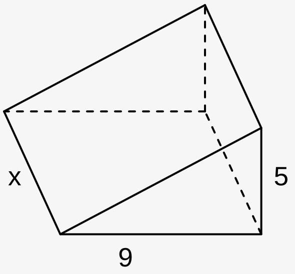


8,568 סמ"ק

27. נתונה מנסרה משולשת ישרה שבסיסה משולש ישר זווית.
אורכי הניצבים הם 6 ס"מ ו- 10 ס"מ.
נפח המנסרה: 240 סמ"ק.
א. מצאו את גובה המנסרה. **8 ס"מ**
ב. מגדילים את גובה המנסרה ב- 10 ס"מ.
כיצד משתנה נפח המנסרה? הסבירו. **540 סמ"ק**

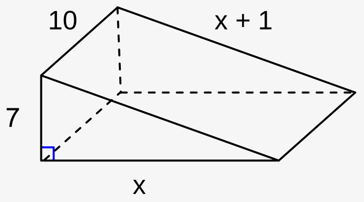


28. נתונה מנסרה משולשת ישרה שבסיסה משולש ישר זווית.
אורכי הניצבים הם 5 ס"מ ו- 9 ס"מ.
גובה המנסרה: **x** ס"מ.
א. בטאו את נפח המנסרה באמצעות **x**. **22.5x סמ"ק**
ב. מגדילים את גובה המנסרה פי 3.
פי כמה יגדל נפח המנסרה? נמקו. **יגדל פי 3**
ג. מקטינים את נפח המנסרה פי 1.5.
פי כמה יקטן גובה המנסרה? נמקו. **יקטן פי 1.5**



© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

29. נתון: נפח של מנסרה משולשת הוא 840 סמ"ק.

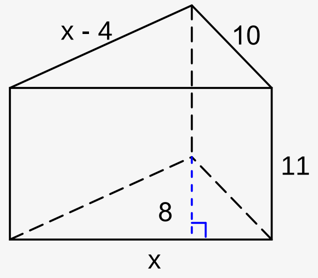


א. מצאו את שטח בסיס המנסרה. **S = 84 סמ"ר**

ב. מצאו את **x**. **x = 24 ס"מ**

ג. מצאו את שטח הפנים של המנסרה. **728 סמ"ר**

30. נתון: נפח של מנסרה משולשת הוא 924 סמ"ק.



א. מצאו את שטח בסיס המנסרה. **S = 84 סמ"ר**

ב. מצאו את **x**. **x = 21 ס"מ**

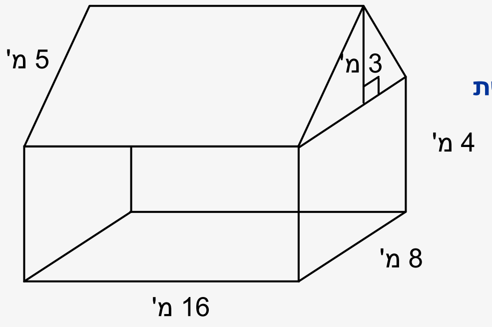
ג. מצאו את שטח הפנים של המנסרה. **696 סמ"ק**

31. קופסת ממחטות היא בצורת מנסרה משולשת.
חלק מנתוני הקופסה רשומים בסרטוט משמאל.
נפח הקופסה 480 סמ"ק.

א. מצאו את הגובה של בסיס המנסרה – **x**. **10 ס"מ**

ב. חברה מתחרה מעוניינת להוציא לשוק קופסת ממחטות שנפחה כפול מנפח הקופסה שבאיור. אם המידות המסומנות נשארות ללא שינוי, מה יהיה הגובה של בסיס המנסרה החדשה? נמקו את תשובתכם. **20 ס"מ**

32. לפניכם סרטוט של מבנה. נתון כי גובה הגג הוא 3 מ'.



א. מאילו גופים מורכב המבנה? **תיבה ומנסרה משולשת**

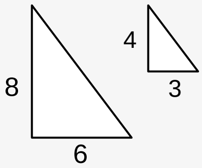
ב. חישבו את נפח המבנה. **704 מ"ק**

ג. לאחר כמה שנים החליפו את גג המבנה. ידוע כי הנפח החדש של המבנה הוא 640 מ"ק. מהו גובה הגג החדש?

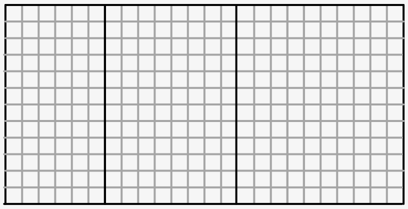
2 מ'

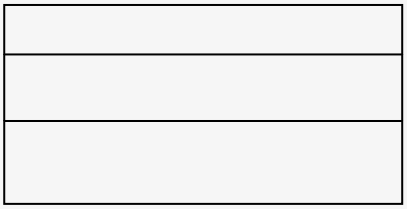
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

33. איתן בנה שתי מנסרות משולשות שונות שבסיסן משולש ישר זווית. לבניית כל אחת מהמנסרות השתמש בגיליון נייר שמידותיו: 12 ס"מ ו- 24 ס"מ ויצר ממנו את הפאות הצדדיות של המנסרה.
הבסיסי של אחת המנסרות הוא משולש ישר זווית שניצביו 3 ס"מ ו- 4 ס"מ.
והבסיס של המנסרה השנייה הוא משולש ישר זווית שניצביו 6 ס"מ ו- 8 ס"מ.



לפניכם גיליונות הנייר מהם יצר את פאות הצדדיות:


איור א


איור ב

א. התאימו בסיס לכל אחד מהאיורים? **איור א – משולשים 6-8, איור ב – משולשים 3, 4**

ב. מהו אורך הצלע השלישית בכל אחד משני המכסים? נמקו. **5 ס"מ, 10 ס"מ**

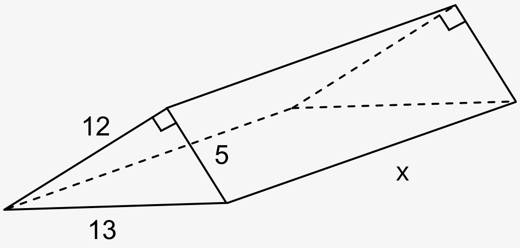
ג. איתן רוצה למלא בשוקולד את המנסרה בעלת הנפח הגדול יותר. איזו משתי המנסרות עליו לבחור? או אולי שתיהן בעלות נפח זהה? בדקו זאת באמצעות חישוב.

המנסרה בעלת הנפח הגדול ביותר היא של איור א': V = 288 סמ"ק לעומת V = 144 סמ"ק

ד. חשבו את שטח הפנים של כל אחת משתי המנסרות. האם הוא זהה?

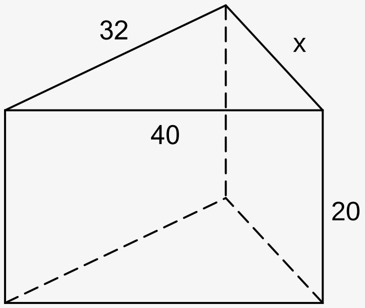
איור א: S = 336 סמ"ר , איור ב: S = 300 סמ"ר

34. נתונה מנסרה משולשת ששטח הפנים שלה הוא:
1020 סמ"ר.
מצאו את גובה המנסרה **x**. נמקו את צעדיכם.



32 ס"מ

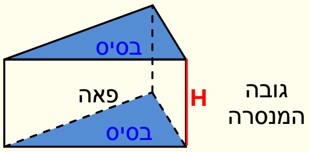
35. נתונה מנסרה משולשת שבסיסה משולש ישר זווית.
אורכי הניצבים הם: **x**, 32 ס"מ.
ששטח הפנים שלה הוא: 3,168 סמ"ר.
מצאו את אורך הניצב של בסיס המנסרה המסומן ב- **x**.
נמקו את צעדיכם.
24 ס"מ



© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

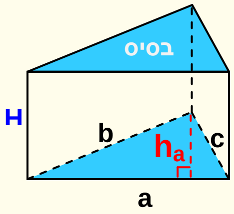
מנסרה משולשת – עיקרי הדברים

מנסרה משולשת ישרה היא גוף ששתיים מפאותיה הן משולשים חופפים ושלוש הפאות הנוספות הן מלבנים.



הפאות שצורתן **משולש** נקראות **בסיסי המנסרה.**

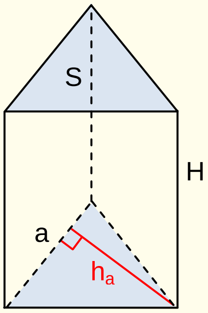
הפאות שצורתן **מלבן** נקראות **פאות צדדיות של המנסרה.**



גובה של מנסרה משולשת הוא קטע שמאונך לבסיסי המנסרה.

שטח הפנים של מנסרה שווה לסכום שטחי הבסיסים ושטחי הפאות הצדדיות.

שטח הפנים של המנסרה המשולשת הוא: $S = ah_a + H\cdot(a + b + c)$



נפח של מנסרה משולשת שווה למכפלת שטח הבסיס של המנסרה וגובה המנסרה.

נפח = שטח הבסיס · גובה

נפח של מנסרה: $V = S \cdot H$ או $V = \frac{a \cdot h_a}{2} \cdot H$

h_a – גובה של בסיס המנסרה
H – גובה המנסרה

© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

נספחים

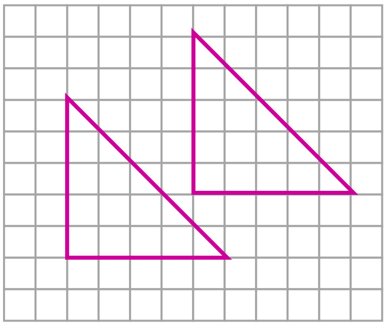
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

דף עבודה לתרגיל 4 ע"מ 189

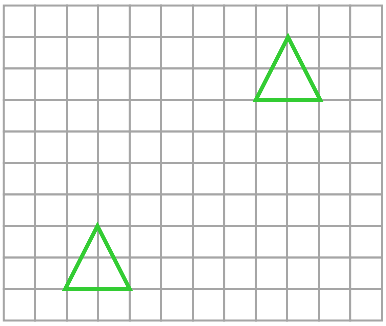
בסרטוטים שלפניכם מופיעים חלק מהקווים של מנסרה משולשת.

השלימו את הסרטוטים הבאים למנסרה. תנו שמות לקדקודי המנסרה.

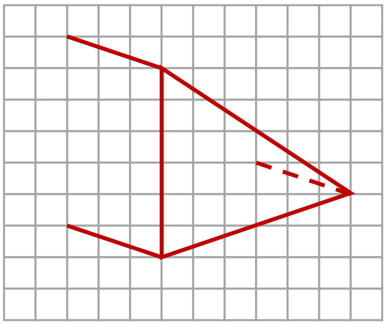
א.



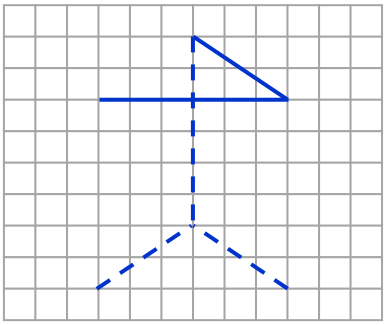
ב.



ג.



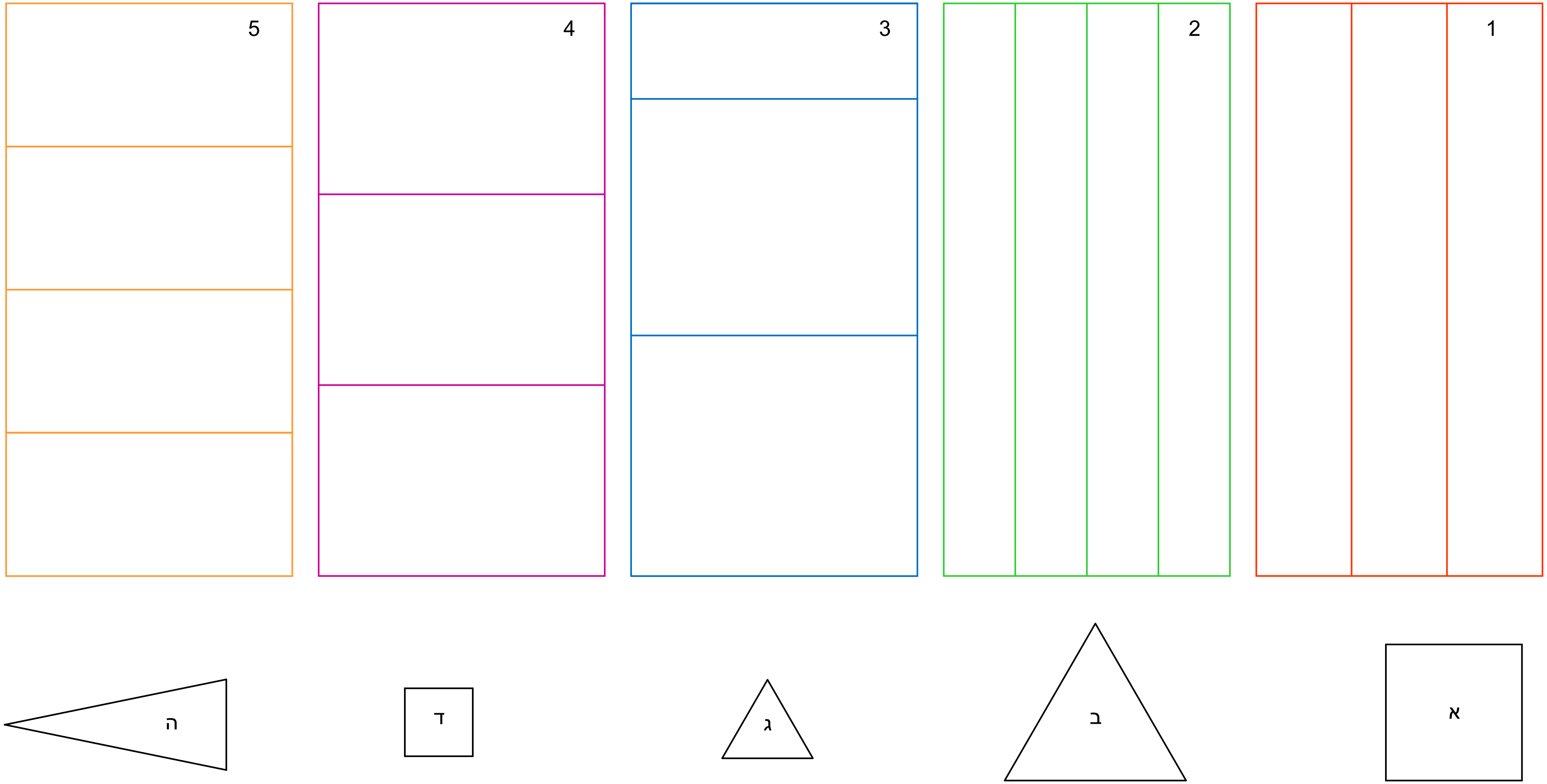
ד.



© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

9. אריזות הפלא. בעלי חנות שמתמחה באריזה מעוצבות של מתנות, שמחו לשמוע על האריזה המהפכנית:
מלבן פלסטיק שקוף ומעוצב שניתן, בקיפול מהיר, ליצור ממנו את הפאות המלבניות של מנסרות מדגמים שונים. להשלמת הפריסה של המנסרה יש להוסיף, בעת האריזה בסיסים מתאימים שהמפעל מספק.

לפניכם חמישה דגמים של אריזות וחמישה סוגים של מכסים. התאימו מכסה לכל אריזה ובנו את המנסרות.



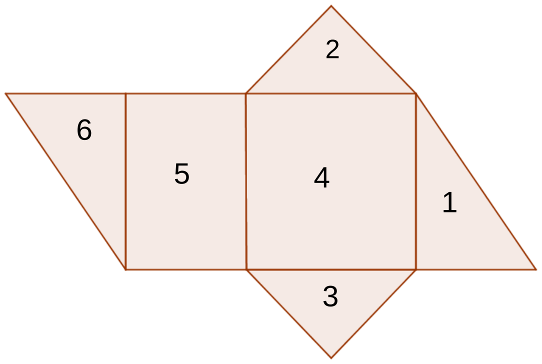
© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

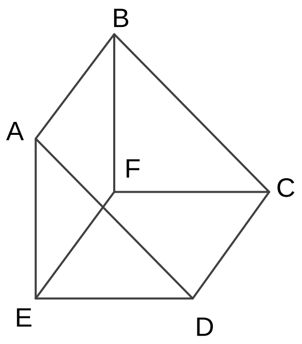
דף עבודה לתרגיל 17 ע"מ 193

בסרטוט שלפניכם מנסרה משולשת ופריסות מיוחדות של מנסרה זו.
חלקי הפריסה מסומנים במספרים.
בכל סעיף, התאימו את חלקי הפריסה לפאות והבסיסים של המנסרה.

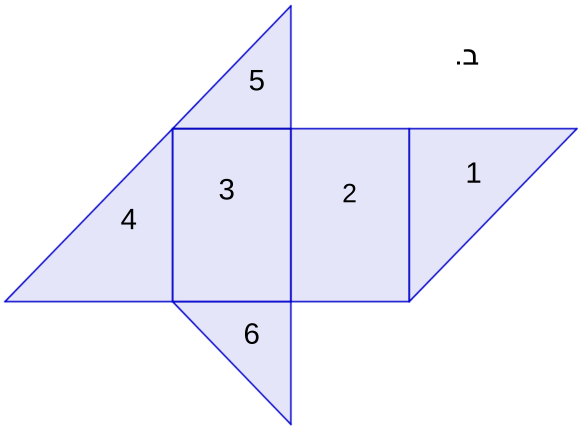
שימו לב, לעיתים, צריכים להתאים
שני חלקים לכיסוי פאה אחת.

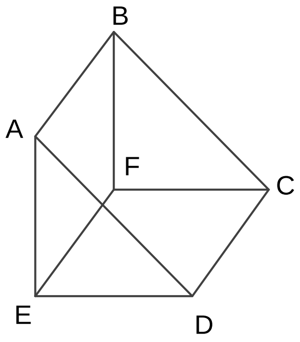
א.





ב.



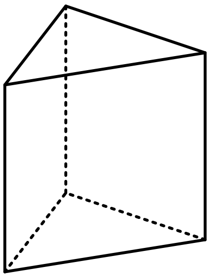


© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"

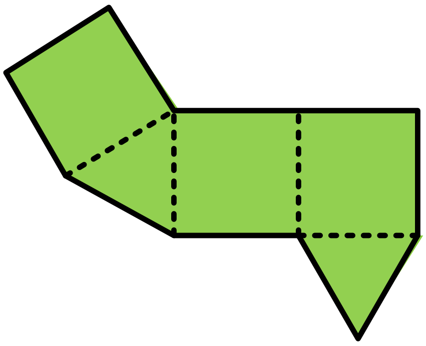
דף עבודה לתרגיל 18 עמ' 193

בסרטוט משמאל נתונה מנסרה משולשת.

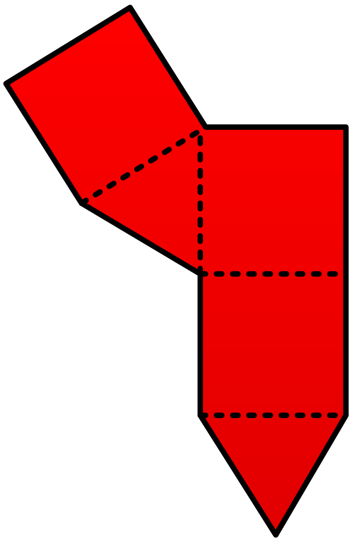
אילו מבין הפריסות המוקטנות יכול להיות פריסת המנסרה?



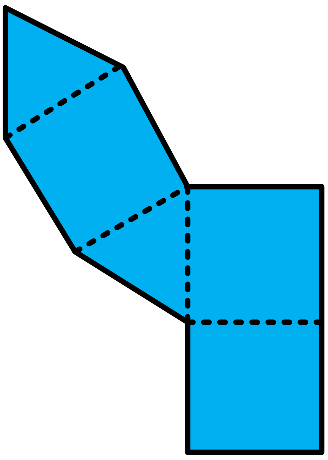
א.



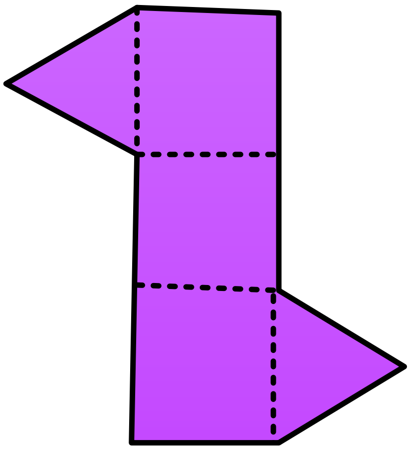
ב.



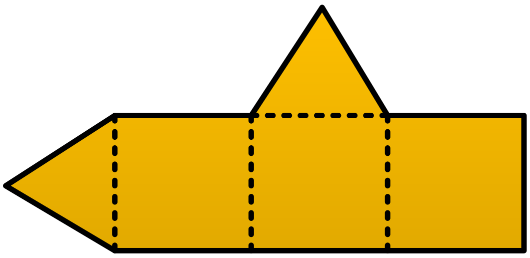
ג.



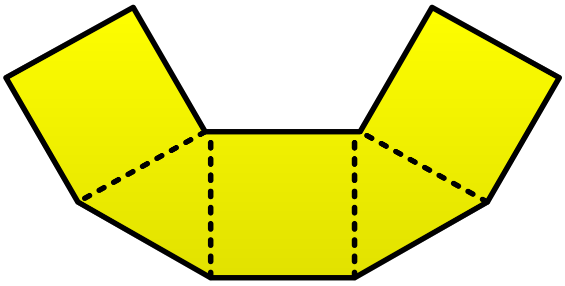
ד.



ה.



ו.



© כל הזכויות שמורות "אפשר גם אחרת"