

יחס – עמוד 89

מבוא

יחס הוא אחת הדרכים להשוואת גודלן של קבוצות.

כאשר משתמשים במנה לצורך השוואת הגודל של שתי קבוצות אנו קוראים לה בשם **יחס**. יש קשר הדוק בין יחס לבין שברים. אחת הדרכים להקנות את מושג השבר (דרך לא מקובלת בישראל) היא דרך מושג היחס. הקושי המרכזי במושג היחס הוא בראיית השלם. לדוגמה, אם באגרטל 2 פרחים אדומים ו- 3 צהובים הרי היחס בין מספר הפרחים האדומים לצהובים הוא 2 : 3. עד לנקודה זו, בדרך כלל, אין קושי. אבל היחסים האחרים המתקבלים, כמו היחס בין מספר הפרחים האדומים לכלל הפרחים או איזה חלק מכלל הפרחים מהווים הפרחים הצהובים, קשה יותר. להסתכלות שנייה זו קשר ישיר לחלוקת כמות ביחס נתון.

יחס

המושג יחס מוגדר במתמטיקה כמנה בין שני מספרים, גדלים, כמויות או ביטויים.

בסימנים מתמטיים היחס נכתב כ: $a : b$ או $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$).

דוגמאות לשאלות והקשרים בהם אנחנו משתמשים במושג היחס:

1. כמות הגשם שירדה בתל – אביב, בחורף שעבר, הייתה גדולה פי 4 מכמות הגשם שירדה באותה שנה בבאר – שבע. מה היחס בין כמות הגשם שירדה בתל – אביב לכמות הגשם שירדה בבאר – שבע?
2. בכד 30 חרוזים. מתוכם 6 חרוזים אדומים והשאר לבנים. מה היחס בין מספר החרוזים האדומים למספר החרוזים הלבנים?
3. לפניכם סרטונים מוקטנים של שני משולשים ישרי זווית. (המידות נתונות בס"מ). היחס בין AB ל- BC שווה ליחס שבין DE ל- EF. מה האורך של EF?
4. בחבית של תמיסת מי מלח, יש 6 ק"ג מלח ו- 54 ליטר מים. מה היחס בין כמות המלח בתמיסה לכמות המים?

בספרות יש הבחנה בין שני סוגי יחס:

Rate – השוואה של כמויות בעלות יחידות מידה שונות. זהו יחס בין שני גדלים המתאר לרוב תופעות פיסיקליות, ולעיתים יוצר מושג חדש כמו: מהירות (יחס בין דרך לזמן), צפיפות (יחס בין כמות עצמים לשטח / נפח), ריכוז (בדרך כלל, יחס בין כמות חומר לבין נפח שבו החומר נמצא).

לעיתים מגדירים יחס בין שתי כמויות בעלות יחידות שונות רק למטרות מעשיות. כמו: מחיר ליחידה (היחס בין המחיר הכולל לבין מספר היחידות שנקנו / נמכרו), מספר הק"מ לליטר דלק (היחס בין מספר הק"מ שמכונת נסעה לבין מספר הליטרים שצרכה). מושג זה מאפשר לבדוק את צריכת הדלק של מכונית, צפיפות אוכלוסין (היחס בין מספר התושבים במדינה לבין שטחה).

Ratio – השוואה בין כמויות (או גדלים) בעלות אותן יחידות מידה. ליחס שנוצר אין כינוי. זהו מספר טהור ללא יחידות מידה. Ratio מבחינים בין שני היבטים:

- I. השוואה בין שני חלקים של השלם. שתי הכמויות מרכיבות שלם טבעי.
- II. השוואה בין שתי כמויות הקשורות מושגית אך אינן מרכיבות שלם באופן טבעי.

דוגמאות:

I. בכיתה 30 תלמידים. 18 בנים ו-12 בנות. בדוגמה זו הכיתה היא שלם טבעי.

שאלות שנוהגים לשאול:

א. מה היחס בין מספר הבנים למספר הבנות?

ב. מה היחס בין מספר הבנים למספר הכולל של תלמידי הכיתה?

II. א. כמות הגשם שירדה בתל – אביב הייתה גדולה פי 4 מכמות הגשם שירדה בבאר – שבע.

שאלה שנוהגים לשאול:

מה היחס בין כמות הגשם שירדה בתל – אביב לכמות הגשם שירדה בבאר – שבע?

אין משמעות לשאלה מה היחס בין כמות הגשם שירדה בתל – אביב לכמות הגשם שירדה בשני המקומות יחד.

ב. היחס בין היקף המעגל לקוטרו הוא π .

לא נשאל, בדרך כלל, מה היחס בין היקף המעגל לסכום של ההיקף והקוטר. סכום זה איננו יוצר שלם משמעותי.

קנה מידה כלול בקטגוריה של יחס Ratio כאשר בדרך כלל אין משמעות לחיבור החלקים לשלם אחד טבעי.

יש המגדירים קנה מידה כסוג נפרד של יחס ולא מכניסים אותו לתוך אחת הקטגוריות הקודמות.

הבחנה נוספת, בהסתכלות על משמעות היחס, היא בין "חלוקה לקבוצות הטרוגניות" לבין "חלוקה לקבוצות הומוגניות".

לדוגמה, בכיתה 30 תלמידים, 18 בנים ו-12 בנות. מה היחס בין מספר הבנים למספר הבנות?

א. **קבוצות הטרוגניות:** ניתן לחלק את תלמידי הכיתה ל-6 קבוצות שוות בגודלן, שבכל אחת חמישה תלמידים. בכל קבוצה

3 בנים ו-2 בנות. לכן היחס בין מספר הבנים לבין מספר הבנות הוא $2:3$. הקבוצות שוות, ושוות בהרכבן מבחינת

מספר הבנים ומספר הבנות. בחלוקה שניתנה לעיל כל קבוצה מייצגת את היחס המצומצם. ניתן גם היה לחלק ל-3

קבוצות הטרוגניות זהות שבכל קבוצה 6 בנים ו-4 בנות וכדומה.

ב. **קבוצות הומוגניות:** ניתן לחלק את תלמידי הכיתה גם באופן הבא, 3 קבוצות שבכל קבוצה 6 בנים, ו-2 קבוצות שבכל

קבוצה 6 בנות. במקרה זה היחס בין מספרי הקבוצות $(2:3)$ הוא היחס בין מספר הבנים בכיתה למספר הבנות בכיתה.

הקבוצות הומוגניות בהרכבן, מספר התלמידים (בנים או בנות) שווה בכל אחת מהקבוצות לכן היחס בין מספרי הקבוצות

שווה ליחס בין מספרי התלמידים.

להבנתנו, ההיבט של הקבוצות ההטרוגניות משמעותי יותר, טבעי יותר, ונוח יותר לתלמידים. במיוחד כאשר מספרי האיברים

בכל תת קבוצה זרים זה לזה. לדוגמה: בקופסה 3 חרוזים כחולים ו-2 חרוזים אדומים. מה היחס בין מספר החרוזים

הכחולים למספר החרוזים האדומים?

ההסתכלות על קבוצה הטרוגנית שיש בה 3 חרוזים כחולים ו-2 חרוזים אדומים טבעית ומשמעותית.

מה המשמעות של קבוצות הומוגניות במקרה זה? הדרך היחידה היא להסתכל על 5 קבוצות שבכל אחת חרוז אחד (אדום או

כחול) ואז, מכיוון שמספר האיברים בכל קבוצה שווה, היחס בין מספרי הקבוצות שווה ליחס בין החרוזים.

יחסים שווים ויחס מצומצם

אחד המושגים המרכזיים במושג היחס הוא יחסים שווים. מבין היחסים השווים ליחס המצומצם יש תפקיד מרכזי.

יחסים נקראים שווים אם הם מתקבלים זה מזה באמצעות הרחבה או צמצום (ראו הסבר דידקטי למושג זה בהמשך).

יחס מצומצם מתקבל כאשר שני המספרים המציגים את היחס הם מספרים זרים (אין להם מחלק משותף שונה מ-1).

ברוב המקרים נוח להציג את היחס, ובמיוחד להשוות יחסים, על ידי היחס המצומצם.

מושגים נוספים בהם הפרק מטפל הם חלוקה של כמות ביחס נתון, ושינוי בכמויות הנתונות על ידי הוספה להן או גריעה מהן תוך

הדגשת השאלה באם יש במקרה זה שמירה על היחס המקורי (בשונה מהכפלה או חילוק).

חלוקה ביחס נתון

דוגמה:

לספרייה הגיעו 35 ספרים חדשים. יש לחלק אותם בין המדף הקטן למדף הגדול ביחס של 4 : 3.

כמה ספרים יונחו על כל מדף?

יש שתי דרכים מקובלות לגשת לשאלה זו:

דרכ א

על כל 3 ספרים שמניחים על המדף הקטן

מניחים 4 ספרים על המדף הגדול.

בכל שלב מניחים קבוצה של 7 ספרים.

ב- 35 יש 5 קבוצות של 7,

לכן: על המדף הקטן נניח $3 \times 5 = 15$ ספרים.

על המדף הגדול נניח $4 \times 5 = 20$ ספרים.

דרכ ב

מהספרים מניחים על המדף הקטן.

מהספרים מניחים על המדף הגדול.

$$15 \leftarrow 35 \cdot \frac{3}{7}$$

$$20 \leftarrow 35 \cdot \frac{4}{7}$$

פרופורציה

פרופורציה נוצרת כאשר מתקיים שוויון בין שני יחסים.

מבחינים בין שלושה סוגים של שאלות בפרופורציה:

1. שאלות של ערך חסר: שאלות בהן נתונים 3 ערכים מתוך ארבעת הערכים של הפרופורציה והמטלה היא למצוא את הערך החסר.

2. שאלות של השוואה: שאלות בהן נתונים כל ארבעת הערכים של הפרופורציה והמטלה היא להשוות ביניהם.

3. שאלות של אומדן איכותי: שאלות בהן יש צורך להשוות או לאמוד אך ללא שימוש בערכים מספריים ספציפיים.

לפתרון שאלות מסוג 1 או 2 יש, בדרך כלל, שלוש אסטרטגיות מרכזיות:

א. חישוב יחסים פנימיים. חישוב יחסים בין גדלים בתוך זוג.

ב. חישוב יחסים חיצוניים. חישוב יחסים בין גדלים הלקוחים משני הזוגות.

ג. הימנעות מחישובי ביניים. הצגת כל הנתונים והיחסים ביניהם וחישוב רק בשלב הסופי.

שאלות של השוואה

דוגמה: ביישוב דגנית יש 6,000 מבוגרים ו- 7,500 ילדים.

בישוב חרצית יש 4,000 מבוגרים ו- 5,000 ילדים.

האם היחס בין מספר המבוגרים למספר הילדים בשני היישובים שווה?

אסטרטגיה 1:

יחסים פנימיים: $7,500 : 6,000 = 5 : 4$

$$\frac{\text{מבוגרים}}{\text{ילדים}} = \frac{7,500}{6,000} = \frac{5}{4}$$

$5,000 : 4,000 = 5 : 4$

$$\frac{\text{מבוגרים}}{\text{ילדים}} = \frac{5,000}{4,000} = \frac{5}{4}$$

אסטרטגיה 2:

$$\begin{array}{l} \text{יחסים חיצוניים:} \\ \frac{\text{מבוגרים}}{\text{למבוגרים}} = \frac{7,500}{5,000} = \frac{3}{2} \\ \frac{\text{ילדים}}{\text{לילדים}} = \frac{6,000}{4,000} = \frac{3}{2} \end{array}$$

שאלות של ערך חסר

דוגמה: ביישוב דגנית יש 6,000 מבוגרים ו-7,500 ילדים. ביישוב חרצית יש 4,000 מבוגרים. כמה ילדים יש בחרצית אם ידוע שהיחס בין המבוגרים לילדים בשני הישובים שווה?

$$\begin{array}{l} \text{אסטרטגיה 3:} \\ \frac{6,000}{7,500} = \frac{x}{4,000} \\ 75x = 60 \cdot 4,000 \\ x = 5,000 \end{array}$$

ביישוב חרצית יש 5,000 ילדים.

שאלות של אומדן איכותי

האם כל המשולשים שוויו הצלעות הם משולשים דומים?

בין הגורמים המשפיעים על אסטרטגיית הפתרון נמנים:

(1) ההקשר של השאלה.

(2) המספרים הספציפיים הנתונים בשאלה.

הטעות האדיטיבית

אחת הטעויות השכיחות ביחס ופרופורציה היא הטעות האדיטיבית.

דוגמה:

באולם ההרצאות 25 מבוגרים ו-20 בני נוער.

לאולם הצטרפו 5 מבוגרים ו-5 בני נוער.

האם היחס בין מספר המבוגרים למספר בני הנוער נשמר? הסבירו.

העובדה שהצטרף אותו מספר למבוגרים ולבני הנוער מובילה לטעות האדיטיבית. חלק מהתלמידים נוטים לומר שהיחס נשמר.

קשה יותר השאלה: אם הצטרפו 5 מבוגרים, כמה בני נוער צריכים להצטרף על מנת שהיחס המקורי ישמר?

על שאלה זו ניתן לענות על ידי אסטרטגיה 3:

$$\begin{array}{l} \frac{4}{5} \cdot \frac{20}{25} = \frac{x}{30} \\ 5x = 120 \\ x = 24 \end{array}$$

תשובה: מספר בני הנוער שיצטרפו (24 - 20) ← צריכים להצטרף 4 בני נוער.

בנושא זה יש טיפול ישיר בסוף הפרק.

לפי תוכנית הלימודים לכיתה ח, לפרק יחס, פרופורציה, וקנה מידה מוקצבים בתוכנית הלימודים 20 שעות לימוד.

הצגת מושג היחס בספר "אפשר גם אחרת"

הפעילויות והדוגמאות הראשונות בספר, דרכן מוצג מושג היחס, הן דוגמאות בהן החלקים מרכיבים שלם טבעי, הכמויות בדידות והן מאותו סוג, ולכן היחס איננו יוצר יחידת מידה חדשה (הוא מספר טהור).

ננסה להבין את מושג היחס המוצג בספר באמצעות הדוגמה הבאה:

בצנצנת 3 חרוזים אדומים ו- 2 חרוזים לבנים.

היחס בין מספר החרוזים האדומים למספר החרוזים הלבנים הוא: $3 : 2$
לבנים אדומים

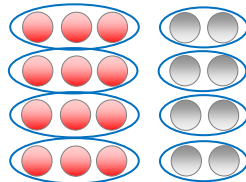
בהצגה ראשונית זו השתמשנו במספרים הגולמיים הנתונים בשאלה.

מקובל לומר: "היחס הוא 3 ל- 2" או "על כל 3 חרוזים אדומים יש 2 חרוזים לבנים".

נסתכל בצנצנת נוספת:

בצנצנת 12 חרוזים אדומים ו- 8 חרוזים לבנים.

היחס בין מספר החרוזים האדומים למספר החרוזים הלבנים הוא: $12 : 8$
לבנים אדומים



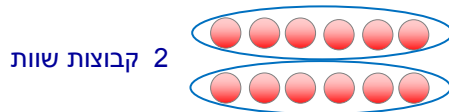
נסדר את החרוזים האדומים ב- 4 קבוצות שוות.

נסדר את החרוזים הלבנים באותו מספר של קבוצות שוות.



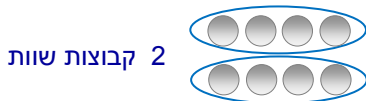
מהתרשים ניתן לראות שגם במקרה זה "על כל 3 חרוזים אדומים יש 2 חרוזים לבנים".

כיצד ניתן לבדוק שבשתי הצנצנות יש אותו יחס בין מספר החרוזים האדומים למספר החרוזים הלבנים?



נסדר את 12 החרוזים האדומים ב- 2 קבוצות שוות:

2 קבוצות שוות



נבדוק אם ניתן לסדר גם את החרוזים הלבנים ב- 2 קבוצות שוות:

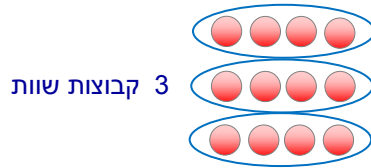
2 קבוצות שוות

לכן ניתן לומר שהיחס בין מספרי החרוזים בשתי הקבוצות הוא גם: $6 : 4$

על כל 6 חרוזים אדומים יש 4 חרוזים לבנים.



נסדר את 12 החרוזים האדומים ב- 3 קבוצות שוות:

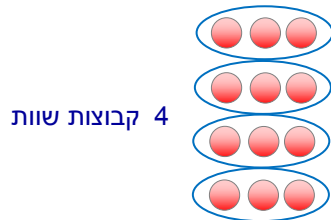


נבדוק אם ניתן לסדר גם את החרוזים הלבנים ב- 3 קבוצות שוות.

✗

לא ניתן לסדר את החרוזים הלבנים ב- 3 קבוצות שוות (8 לחלק ל- 3 איננו מספר שלם).

נסדר את 12 החרוזים האדומים ב- 4 קבוצות שוות:



גם את החרוזים הלבנים ניתן לסדר ב- 4 קבוצות שוות.



3 : 2

לכן ניתן לומר שהיחס בין מספרי החרוזים בשתי הקבוצות הוא גם:

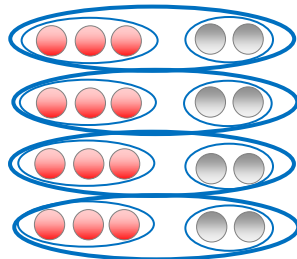
✓

על כל 3 חרוזים אדומים יש 2 חרוזים לבנים.

סיכום: כדי להבין מה היחס בין הכמויות של שתי קבוצות החרוזים יש לחלק את שתי הקבוצות המקוריות **למספר שווה** של תת-קבוצות. אם ניתן לחלק את הקבוצות המקוריות לאותו מספר של תת-קבוצות שוות, הרי שהיחס בין מספרי העצמים בתת-קבוצות מייצג את היחס בין הקבוצות.

תמיד אפשר להציג את המספרים של העצמים בקבוצות המקוריות (כאילו חילקנו כל קבוצה מקורית לקבוצה אחת). בדרך כלל נוח להציג את היחס המספרי הקטן ביותר. כלומר, את החלוקה למספר הגדול ביותר של תת-קבוצות שוות. יש לזכור שמספר התת-קבוצות השוות צריך להיות שווה בשתי הקבוצות המקוריות.

את החלוקה של הקבוצות המקוריות למספר שווה של תת-קבוצות, כך שבכל תת-קבוצה אותו מספר של עצמים, אפשר להציג גם בצורה הבאה:



ניתן ליצור 4 קבוצות מעורבות (אדומים ולבנים) שבהן ההרכב של הצבעים זהה וגודל הקבוצות המעורבות שווה. ההיבט של החלוקה לקבוצות הומוגניות, שוות במספר העצמים שבהן, ניתן בפרק העמקה. לפי לשיקול דעת המורה הוא יוצג בכיתה בצורה מפורשת.

פעילות 1 – מעצבים זרי פרחים עמוד 89

אפיון הפעילות: בפעילות מוצג הניסוח "על כל 2 פרחים ורודים יש 3 פרחים סגולים". מומלץ תחילה לבקש מהתלמידים הצעות לזרים אפשריים שעונים על תנאי זה. למשל, זר שבו 2 פרחים ורודים ו- 3 פרחים סגולים, זר שבו 4 פרחים ורודים ו- 6 פרחים סגולים, וכדומה.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 3.

א. אין הכוונה לפתור את המטלה באסטרטגיה של חלוקה ביחס או באסטרטגיה של השוואת יחסים, אלא באסטרטגיות אינטואיטיביות. נושאים אלה נלמדים בצורה מפורשת בשלב מאוחר יותר. (עמודים 109, 116) אם יש 20 פרחים ורודים ניתן לקחת 10 פעמים 2 פרחים ורודים. מספר הפרחים הסגולים הוא 40 כלומר ניתן לקחת 13 פעמים 3 פרחים ועוד פרח אחד ישאר. לכן ניתן להרכיב רק 10 זרים (ולא 13 זרים) ואז עדיין יישארו 10 פרחים סגולים שלא ישולבו בזרים. להן ההצעה של דני איננה מנצלת בצורה מיטבית את הפרחים שבחנות. אפשר לבקש מהתלמידים לתת דוגמאות יותר פשוטות. אפשר לשאול מהי הדוגמה הקטנה ביותר שבה הצעתו של דני לא יעילה? (2 פרחים ורודים ו- 4 סגולים).

ב. לפי ההצעה של יוסי יהיה ניצול של כל הפרחים. יש 10 פעמים 2 פרחים ורודים ו- 10 פעמים 4 פרחים סגולים לכן אפשר יהיה להרכיב 10 זרים תוך ניצול כל הפרחים.

ג. זר 1 עונה לתנאי של יוסי. גם זר 3 עונה לתנאי. ניתן להקיף שתי שיטות של פרחים, בכל ששיה 2 פרחים ורודים ו- 4 סגולים.

ד. המספר הקטן ביותר של זרים הוא 1 – זר אחד העשוי מכל הפרחים שבחנות. בזר זה 20 פרחים ורודים ו- 40 פרחים סגולים. המספר הגדול ביותר של זרים הוא 20 – בכל זר פרח אחד ורוד ו- 2 פרחים סגולים. יש להניח שהמספר שהתלמידים יתנו הוא 10 זרים – זרים שבכל אחד מהם 2 פרחים ורודים ו- 4 סגולים. יש חלוקות אפשריות נוספות. למשל, 5 זרים שבכל אחד מהם 4 פרחים ורודים ו- 8 סגולים.

פעילות 1 – מעצבים זרי פרחים



בחנות הפרחים "זר אביב" מעצבים זרי פרחים לקראת החג. דני מציע לעצב זרים שבהם "על כל 2 פרחים ורודים יש 3 פרחים סגולים".

יוסי אומר

לדעתי ההצעה לא יעילה. אם נעצב לפי ההצעה של דני יישארו לנו פרחים סגולים לא מנוצלים.

א. דני בדק ומצא שיש בחנות 20 פרחים ורודים ו- 40 פרחים סגולים, והבין שיוסי צודק. הסבירו.

ב. יוסי מציע לעצב זרים בהם "על כל 2 פרחים ורודים יש 4 פרחים סגולים".

האם גם הפעם יישארו פרחים לא מנוצלים?

ג. לפניכם זרים שונים שעוצבו בחנות. אילו מהזרים מעוצבים לפי ההצעה של יוסי? הסבירו.



ד. הציעו לבעל החנות זרים המעוצבים לפי היחס שיוסי הציע. הקפידו שכל הזרים יהיו שווים בגודלם, ושיעשה שימוש בכל הפרחים שבחנות.

מה המספר הגדול ביותר של זרים שניתן להרכיב? מה המספר הקטן ביותר? הסבירו.

פעילות 2 – עמוד 89

אפיון הפעילות: סדר הכתיבה של הגדלים הנתונים ביחס וכתבת היחס כמנה.

הבחנה בין היחס שבין חלק לחלק ולבין חלק לשלם.

תרגילים מתאימים: 1 – 2, 4 – 5, עמוד 91, 7 – 8, עמוד 92.

כאשר מציגים את דרך כתיבת היחס

יש להדגיש את ההסכם בדבר סדר הכתיבה:

הגודל אותו אומרים ראשון נכתב משמאל

לנקודתיים, הגודל אותו אומרים שני נכתב

מימין לנקודתיים.

יש להציג את היחס בשני הכיוונים:

היחס בין מספר האדומים לכחולים.

$$\underline{2} : \underline{3}$$

כחולים אדומים

וגם את הכיוון ההפוך הכחולים לאדומים.

$$\underline{3} : \underline{2}$$

אדומים כחולים

יש להדגיש ששני הכיוונים מציגים יחסים

שונים. חשוב לומר, במילים, בקול, את היחס. "היחס הוא שלוש לשתיים".

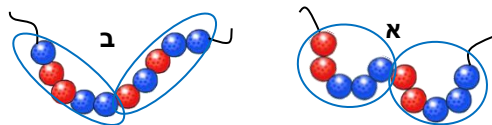
בשלב זה, כדי לבדוק אם בצמיד מסוים מתקיים היחס המבוקש מנסים ליצור קבוצות, בכל קבוצה הרכב היסוד של 2 אדומים

ו- 3 כחולים. אם מצליחים ליצור קבוצות כאלו הרי שהיחס מתקיים.

היחס מתקיים בצמיד א.

גם בצמיד ב מתקיים היחס, רק שבצמיד זה החרוזים אינם מסודרים ברציפות

לפי הסדר הנאמר "2 אדומים, 3 כחולים".



פעילות 3 – עמוד 90

אפיון הפעילות: יחס בין חלק לחלק, יחס בין חלק לשלם, כתיבת יחס כמנה.

תרגילים מתאימים: 1 – 8, עמודים 91 – 92.

בפעילות זו מודגש שוב ההבדל בין שני היחסים 7 : 19 ו- 19 : 7. מוצג הקשר בין סדר הכתיבה לבין סדר הדיבור.

מוצגת גם הכתיבה של היחס כמנה (כשבר) $\frac{19}{7}$.

צורת הכתיבה של היחס כמנה נוחה במיוחד

כאשר עוסקים ביחסים שווים, ביחסים

מצומצמים, ובהרחבה וצמצום יחסים.

בהצגת המושגים, הכתיבה 7 : 19 משקפת

יותר את דרך החשיבה.

בסעיף ג: מוצג היחס בין החלק לשלם. החלק

הוא הילדים (או לחילופין המבוגרים), השלם

הוא כלל הנוסעים. במקרה זה השלם הוא

שלם טבעי משמעותי. היחס בין מספר הילדים

למספר הכולל של הנוסעים הוא 7 : 26.

פעילות 2 – מרכיבים צמידים

מיכל מרכיבה צמידים מחרוזים אדומים וחרוזים כחולים.
על כל 2 חרוזים אדומים יש 3 חרוזים כחולים.
האם שני הצמידים שבסרטוט מורכבים בהתאם לעיצוב של מיכל?
אומרים: בכל צמיד, על כל 2 חרוזים אדומים יש 3 חרוזים כחולים.
היחס בין מספר החרוזים **האדומים** למספר החרוזים **הכחולים** הוא:
2 ל- 3
כתבים: **2 : 3** או $\frac{2}{3}$ כחולים אדומים
את הביטוי **2 : 3** קוראים משמאל לימין (2 ל- 3).
היחס בין מספר החרוזים **הכחולים** למספר החרוזים **האדומים** הוא:
3 ל- 2
כתבים: **3 : 2** או $\frac{3}{2}$ אדומים כחולים
2 : 3 שונה מ- 3 : 2

פעילות 3 – נוסעים באוטובוס

באוטובוס נוסעים 19 מבוגרים ו- 7 ילדים.
א. מה היחס בין מספר המבוגרים באוטובוס למספר הילדים?
היחס בין מספר המבוגרים למספר הילדים הוא 19 ל- 7.
כתבים: **19 : 7** או $\frac{19}{7}$ מבוגרים ילדים
ב. מה היחס בין מספר הילדים באוטובוס למספר המבוגרים באוטובוס?
היחס בין מספר הילדים למספר המבוגרים הוא 7 ל- 19.
כתבים: **7 : 19** או $\frac{7}{19}$ ילדים מבוגרים
ג. מה היחס בין מספר הילדים באוטובוס למספר הכולל של הנוסעים?

כדאי לשאול שאלות כמו איפה יש יחסית יותר מבוגרים – באוטובוס הזה, או באוטובוס שני, שבו יש 20 מבוגרים ו-8 ילדים. או 20 מבוגרים ו-10 תלמידים? הסבירו. אפשר להוסיף שאלות דומות במספרים בהם היחסים פשוטים יותר. למשל שני שלישים, שלושה רבעים וכדומה.

פעילות 4 – עמוד 90

אפיון הפעילות: ניסוח נוסף של מושג היחס – גדול פי.

תרגילים מתאימים: 10 עמוד 92, תרגיל 25 עמוד 96.

נתון שמספר התלמידים גדול פי 8 ממספר המבוגרים. כיצד נתון זה מתקשר למושג היחס? על כל 8 ילדים יש מבוגר אחד (או על כל מבוגר יש 8 ילדים) כלומר היחס הוא 8 : 1 (או 1 : 8).

ג. ידוע שלטיול יצאו 13 מבוגרים. כמה תלמידים יצאו לטיול? בפעילות מוצגות שתי אסטרטגיות של פתרון. בדרך של רענן יש שימוש בטרמינולוגיה של יחס: "על כל מבוגר יש 8 תלמידים" לכן מספר התלמידים הוא $8 \cdot 13 = 104$ תלמידים.

בדרך של דני יש שימוש במושג הכפלי – "גדול פי" – לכן מספר התלמידים הוא $8 \cdot 13$.

בתחתית העמוד מוצגות דרכים מקובלות שונות לניסוח מושג היחס. כדאי מדי פעם, בכיתה, להתנסו בדרכים שונות ולדון בשקילות שבין הניסוחים. בכל הניסוחים נשמרת המשמעות שיחס הוא המנה של שני מספרים חיוביים.

היחס משמש להשוואה פי כמה גדול (או קטן) האחד מהשני. לומר שכמות אחת גדולה פי 7 מהכמות השנייה שקול לאמירה שהיחס בין שתי הכמויות הוא 7 : 1.

לומר שהיחס בין שתי כמויות הוא 2 : 9 שקול לאמירה שהכמות האחת גדלה פי 4.5 מהכמות השנייה.

בניסוח "גדול / קטן פי" נשתמש, בדרך כלל, רק כאשר המנה היא מספר שלם.

עמודים 91 – 92
פעילות 4 – בטיול

מספר התלמידים בטיול גדול פי 8 ממספר המבוגרים.

א. מה היחס בין מספר המבוגרים למספר התלמידים בטיול?
 ב. מה היחס בין מספר התלמידים למספר המבוגרים בטיול?
 ג. ידוע כי לטיול יצאו 13 מבוגרים. כמה תלמידים יצאו לטיול?

נפתור:

א. היחס בין מספר המבוגרים למספר התלמידים הוא $1 : 8$ (או $\frac{1}{8}$) תלמידים מבוגרים.

ב. היחס בין מספר התלמידים למספר המבוגרים הוא $8 : 1$ (או $\frac{8}{1}$) מבוגרים תלמידים.

ג. **דני אומר** מספר התלמידים גדול פי 8 ממספר המבוגרים. מספר המבוגרים הוא 13. לכן, מספר התלמידים הוא $8 \cdot 13$. מספר התלמידים הוא 104.

רענן אומר על כל מבוגר יש 8 תלמידים. על 13 מבוגרים יש $8 \cdot 13$ תלמידים. מספר התלמידים הוא 104.

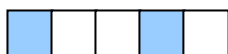
תרגילים מתאימים 10, 25 עמודים 92, 98

ננסה את היחס בדרכים שונות:

- מספר התלמידים בטיול גדול פי 8 ממספר המבוגרים בטיול.
- על כל מבוגר יש 8 תלמידים.
- היחס בין מספר המבוגרים למספר התלמידים הוא $1 : 8$ (או $\frac{1}{8}$).
- היחס בין מספר התלמידים למספר המבוגרים הוא $8 : 1$ (או $\frac{8}{1}$).

יחס משמש להשוואה בין שני גדלים.

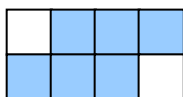
תרגילים



1. עמ' 91 לפניכם דגם של ריצוף.

מה היחס בין מספר האריחים הלבנים למספר האריחים הכחולים? א

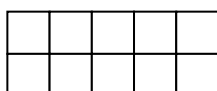
א. 3 : 2 ב. 5 : 3 ג. 5 : 2 ד. 3 : 5 ה. 3 : 2



2. עמ' 91 לפניכם דגם של ריצוף.

מה היחס בין מספר האריחים הלבנים למספר האריחים הכחולים? ה

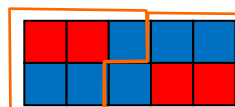
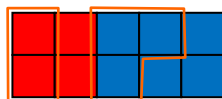
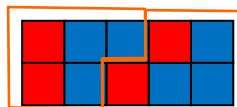
א. 2 : 6 ב. 8 : 2 ג. 8 : 6 ד. 6 : 8 ה. 6 : 2



3. עמ' 91 העתיקו את הדגם הבא וצבעו אותו, באדום ובכחול, ב- 3 דרכים שונות,

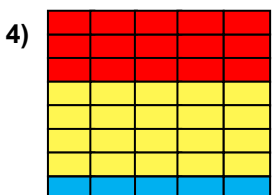
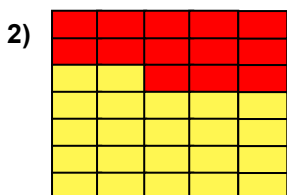
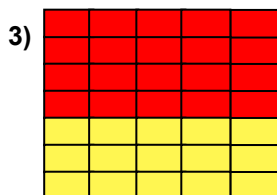
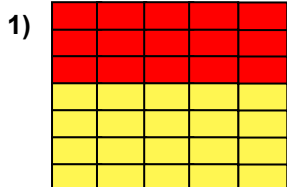
כך שהיחס בין מספר המשבצות האדומות למספר הכחולות יהיה $\frac{2}{3}$.

בתרגילים 1 – 3 יש שימוש ישיר במושג היחס. יש להקפיד על כיוון כתיבת היחס (אריחים לבנים לאריחים כחולים), בכל המסחים. מומלץ, תמיד, להמליך את הכתיבה. תרגיל 3: בהנחייה מבקשים לצבוע את הדגם בדרכים שונות. בדרגים שונות הכוונה היא למיקומים שונים של המשבצות האדומות והכחולות. למשל,



$$\frac{2}{3} = 2 : 3$$

כחול אדום



4. עמ' 91 לקראת התערוכה פנה המארגן למספר מעצבים

להגשת הצעות לכרזה.

הדרישות שהציב למעצבים הן:

- הרקע חייב להיות משובץ.
- חייבות להיות משבצות אדומות ומשבצות צהובות.

- היחס בין מספר המשבצות האדומות לבין מספר המשבצות הצהובות הוא 3 : 4.

א. אילו מבין ההצעות שקיבל עומדות בדרישות? 1, 4

ב. האם הצעה 4 עומדת בדרישות? הסבירו.

ג. הציעו כרזה משלכם המקיימת את דרישות המארגן.

א. בשאלה זו ישנה הזדמנות לדון בהבדלים בין השפה היומיומית לבין השפה המתמטית. לא יהיו חילוקי דעות לגבי הצעות

(1), (2), (3). הצעה (1) עומדת בדרישות בעוד שהצעות (2) ו- (3) אינן עומדות בדרישה.

ב. הבעיה מתעוררת לגבי הצעה (4). בהצעה (4) היחס בין המשבצות האדומות לצהובות הוא 3 : 4. כנדרש. אך בנוסף יש שורה של משבצות כחולות. האם תוספת זו הופכת את ההצעה ללא מתאימה? בחיי היומיום, ללא ספק, הצעה זו הייתה נפסלת. בחיי היומיום אנו מקישים מהנאמר גם על הלא נאמר. במתמטיקה, כשנקבעה הדרישה "חייבות להיות משבצות

אדומות ומשבצות צהובות", לא נאמר דבר לגבי משבצות נוספות אחרות. הן יכולות להיות או לא, אם הן ישנן או שצבען שונה מאדום וצהוב או שהצבעים אדום וצהוב הם ביחס הנדרש. למה הדבר דומה: כשאנחנו אומרים "במשולש שתי זוויות שוות" במתמטיקה גם הזווית השלישית יכולה להיות שווה ולכן משולש שו"צ הוא מקרה פרטי של משולש שו"ש. בחיי היומיום, נשמע: "השלישית שונה". את הדיון המורים ינהלו בהתאם לשיקול דעתם, ובהתאם להתעניינות התלמידים.

בשלב זה עדיין לא עסקנו ביחס מצומצם או בשוויון יחסים לכן הדרך שבה קוראים את הנתון הוא "על כל 3 משבצות אדומות יש 4 משבצות צהובות" או "על כל 3 שורות של משבצות אדומות יש 4 שורות של משבצות צהובות".

עמ' 91 5.

כמות הגשם שירדה בתל אביב בחורף שעבר הייתה גדולה פי 4 מכמות הגשם שירדה בבאר שבע.

א. מה היחס בין כמות הגשם שירדה בתל אביב לכמות הגשם שירדה בבאר שבע? 4 : 1

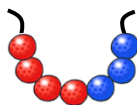
ב. מה היחס בין כמות הגשם שירדה בבאר שבע לכמות הגשם שירדה בתל אביב? 1 : 4

בשאלה 5 ההקשר הוא של כמות הגשם בתל – אביב ובבאר – שבע. זהו מקרה אופייני ליחס שבו אין משמעות, במונחי השאלה, לשלם, (בשונה משאלות 1 – 4), אין משמעות לחיבור כמות הגשם בתל – אביב עם כמות המים בבאר – שבע. בשאלות 6 – 10 יש משמעות לשלם (לשני החלקים ביחד). דיון ישיר ב: חלק לחלק; חלק לשלם ניתן בפעילות 5 עמוד 93. **הערה כללית:** יש לשים לב, לא פעם ניתנות שאלות בהן, כביכול, יש שימוש בידע שנלמד באופן פורמלי מאוחר יותר. השילוב של שאלות אלו לפני ההקנייה הפורמלית איננו מקרי. פתרון השאלות בדרכים אינטואיטיביות מפתח את התובנה של המושגים. הדרך הפורמלית מוקנת בהמשך, פרק זמן לא ארוך אחרי הסבב האינטואיטיבי. לכן, לדעתנו, כדאי להימנע בשאלות אלו מהקדמת ההקנייה הפורמלית. נדגים בשאלה 6.

עמ' 92 6.

מכילים מחרוזות מחרוזים.

א. מה היחס בין מספר החרוזים האדומים למספר החרוזים הכחולים? 4 : 3

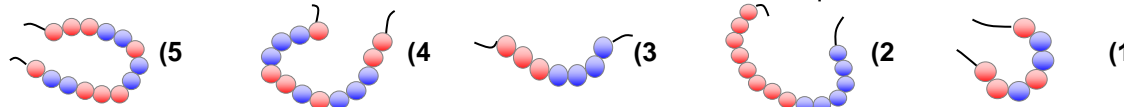


כתבו:

כתבו: $\frac{\text{כחולים}}{\text{אדומים}}$

ב. באיזו מבין המחרוזות הבאות היחס בין מספר החרוזים האדומים למספר החרוזים הכחולים

הוא כמו היחס במחרוזת שבסעיף א? 5, 2, 1



ג. במחרוזת של רותם 16 חרוזים אדומים. היחס בין מספר החרוזים הכחולים לאדומים במחרוזת

שלה הוא כמו במחרוזת שבסעיף א. כמה חרוזים כחולים במחרוזת של רותם? 12 כחולים

א. היחס בין מספר החרוזים האדומים לכחולים הוא 4 : 3.

ב. במחרוזות (1), (2), (5) מתקיים אותו היחס. הבדיקה היא על ידי יצירת מקבצים של 4 חרוזים אדומים ו-3 כחולים, ולא על ידי הצגת המספרים וביצוע צמצום או הרחבה. למשל, במחרוזת (5) יקיפו מקבצים של חרוזים אדומים ביחס של 4 : 3. צמצום והרחבת יחסים מוקנה מאוחר מדי.

ג. במחרוזת של רותם יש 16 חרוזים אדומים. יש 4 פעמים מקבץ של ארבעה חרוזים אדומים לכן יהיה גם 4 פעמים

מקבץ של 3 כדורים כחולים $12 \leftarrow 4 \cdot 3 = 12$ חרוזים כחולים.

הדרך הפורמלית של $\frac{x}{16} = \frac{3}{4}$ תלמד בשלב הרבה יותר מאוחר.

עמ' 92

7. בטיול השתתפו 30 תלמידים. 18 תלמידים מכיתה ז' ו- 12 תלמידים מכיתה ח.

א. מה היחס בין מספר תלמידי כיתה ז' למספר תלמידי כיתה ח? $18 : 12$

ב. מה היחס בין מספר תלמידי כיתה ח למספר תלמידי כיתה ז' $12 : 18$

ג. מה היחס בין מספר תלמידי כיתה ז' למספר התלמידים שהשתתפו בטיול? $18 : 30$

עמ' 92

8.

בחפירת תעלת מים עובדים שני דחפורים.

על כל 20 מטרים שחופר הדחפור הירוק, חופר הדחפור הצהוב 25 מטרים.

א. מה היחס בין אורך התעלה שחופר הדחפור הירוק

לאורך התעלה שחופר הדחפור הצהוב? $20 : 25$

ב. בתום שבוע חפר הדחפור הירוק תעלה באורך של 260 מטרים.

כמה מטרים חפר בשבוע זה הדחפור הצהוב? 325 מ'



בשני המקרים נשאלים לגבי היחס בין חלק לחלק ולגבי היחס בין חלק לשלם. השלמים בשני המקרים הם שלמים טבעיים.

הפתרון ייעשה בדרכים אינטואיטיביות ולא על ידי האלגוריתם של חלוקה ביחס.

למשל: הדחפור הירוק חפר 260 מטרים. היחס הוא $20 : 25$ ← לכן $260 : 20$ ← 13 ← פי 13 יותר מ- 20.

לכן, הדחפור הצהוב יחפור $13 \cdot 25$ ← 325 מטרים. (13 פעמים יותר מ- 25).

עמ' 92

9.

בחבית 60 ליטר תמיסת מי מלח, מתוכם 6 ליטרים של מלח.

א. כמה ליטרים של מים יש בתמיסה? 54 ליטרים

ב. מה היחס בין כמות המלח בתמיסה לכמות המים בתמיסה? $6 : 54$

ג. הוסיפו לתמיסה 12 ליטרים של מים.

מהו היחס בין כמות המלח לכמות המים בתמיסה שהתקבלה? $6 : 66$

א. הוסיפו לתמיסה 12 ליטרים של מים לכן כמות המים בתמיסה היא כרגע $54 + 12$ ← 66 ליטר.

כמות המלח נשארה 6 ליטרים. היחס החדש הוא $6 : 66$. היחס השתנה.

כדאי להשוות את $\frac{6}{54}$ ל- $\frac{6}{66}$ ולהראות שמהסתכלות על היחסים ניתן לראות שהתמיסה כעת פחות מרוכזת.

עמ' 92

10.

בחבית 40 ליטר תמיסת מי מלח. כמות המים בתמיסה גדולה פי 7 מכמות המלח.

א. כמה ליטרים של מים יש בתמיסה? כמה ליטרים של מלח יש בתמיסה? 35 ליטרים, 5 ליטרים

ב. מה היחס בין כמות המלח לכמות המים בתמיסה? $(1 : 7)$ 5 : 35

ג. כמה ליטרים של מים צריכים להתאדות מהתמיסה כדי שהיחס בין כמות המלח לכמות המים יהיה $6 : 1$? 5 ליטר מים

שאלה זו מיועדת לתלמידים מתקדמים. יש לתת להם לפתור בדרכים משלהם. עדיין לא נלמד האלגוריתם של החלוקה ביחס.

א. אם כמות המים גדולה פי 7 מכמות המלח, היחס הוא $1 : 7$. יש 40 ליטרים תמיסה.

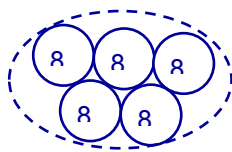
יש "כאילו" 5 מקבצים של 8. בכל מקבץ 7 ליטר מים ו- 1 ליטר מלח.

יש 5 מקבצים לכן: $5 \cdot 7$ ← 35 ליטר מים; 5 ליטר מלח.

ייתכן שמספר גדול של תלמידים יגיעו לתוצאה זו על ידי תובנה מספרית.

כדי שהיחס יהיה $1 : 6$ (כלומר התמיסה תהיה מרוכזת יותר) צריך שכמות המים תהיה פי 6 מכמות המלח. יש 5

ליטרים של מלח (כמות זו לא משתנה) לכן צריכים להיות 30 ליטרים של מים. כלומר, צריכים להתאדות 5 ליטרים מים.



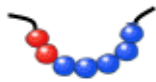
פעילות 5 – חלק לחלק, חלק לשלם עמוד 93

אפיון הפעילות: לימוד מפורש של היחסים השונים: חלק לחלק, חלק לשלם.

תרגילים מתאימים: 11 – 27 עמודים 93 – 97.

בפעילות החלקים יוצרים שלם טבעי לכן יש משמעות אינטואיטיבית להצגת היחס בין החלק לשלם בצורה $2 : 7$ וגם בצורה $\frac{2}{7}$ (החלק מהווה $\frac{2}{7}$ מתוך השלם. $\frac{2}{7}$ מתוך החרוזים הם אדומים).
הקושי הוא לעבור מהיחס $2 : 5$ לשלם שהוא 7. קושי זה בא לידי ביטוי בעיקר בשלב שבו עוסקים בשאלות של חלוקה ביחס. השקילות בין הניסוחים "על כל 2 חרוזים אדומים יש 5 חרוזים כחולים" לבין הניסוח "מתוך כל 7 חרוזים 2 הם אדומים" איננה טריוויאלית.

פעילות 5 – חלק לחלק, חלק לשלם



בצמיד שלפניכם 7 חרוזים. 2 מהם אדומים ו-5 כחולים.

א. מה היחס בין מספר החרוזים האדומים לבין מספר החרוזים הכחולים?

היחס בין מספר החרוזים האדומים למספר החרוזים הכחולים הוא: $2 : 5$
כחולים אדומים

ב. מה היחס בין מספר החרוזים האדומים לבין מספר החרוזים הכולל?

היחס בין מספר החרוזים האדומים למספר החרוזים הכולל הוא: $2 : 7$
סך הכל אדומים

$\frac{2}{7}$	מכלל החרוזים
בצמיד הם אדומים	

ג. מה היחס בין מספר החרוזים הכחולים לבין מספר החרוזים הכולל?

היחס בין מספר החרוזים הכחולים למספר החרוזים הכולל הוא: $5 : 7$
סך הכל כחולים

$\frac{5}{7}$	מכלל החרוזים
בצמיד הם כחולים	

היחסים $2 : 7$ ו- $5 : 7$
הם יחסים בין "חלק" ל"שלם".

סיכום

$3 : 2$	$2 : 3$
$3 : 5$	$2 : 5$
$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$

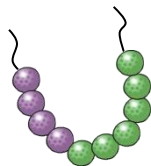
- יחס משמש להשוואה בין גדלים.
- יחס בין שני גדלים הוא המנה שלהם.
- יחס קוראים משמאל לימין. יש חשיבות לסדר שבו כתוב היחס.
- היחס $a : b$ שונה מהיחס $b : a$ (פרט למקרה שבו $a = b$).
- יש יחסים המציגים את המנה בין "חלק" ל "חלק".
- יש יחסים המציגים את המנה בין "חלק" ל "שלם".

תרגילים מתאימים 11 – 27
עמודים 93 – 97

תרגילים

עמ' 93 11.

ההיגדים הבאים מתייחסים למחרוזת שבסרטוט. בכל סעיף כתבו האם ההיגד נכון או לא נכון.



- היחס בין מספר החרוזים הסגולים למספר החרוזים הירוקים הוא $4 : 6$. **נכון**
- היחס בין מספר החרוזים הסגולים למספר החרוזים הירוקים הוא $4 : 10$. **לא נכון**
- היחס בין מספר החרוזים הסגולים למספר החרוזים הירוקים הוא $6 : 4$. **לא נכון**
- היחס בין מספר החרוזים הסגולים למספר הכולל של החרוזים הוא $4 : 10$. **נכון**

עמ' 93 12.

בזר 10 פרחים: 7 פרחים סגולים ו-3 פרחים אדומים.



- מה היחס בין מספר הפרחים הסגולים למספר הפרחים האדומים? $7 : 3$
- מה היחס בין מספר הפרחים הסגולים למספר הפרחים בזר? $7 : 10$
- מה היחס בין מספר הפרחים האדומים למספר הפרחים בזר? $3 : 10$

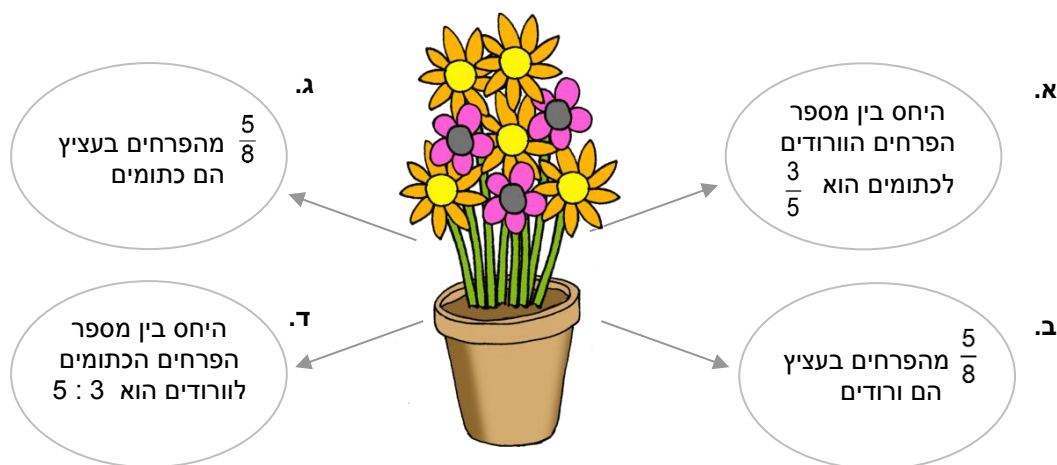
עמ' 94 13.

במפעל יש 120 עובדים. 63 מהעובדים מגיעים בהסעות. 37 מהעובדים מגיעים ברכבם הפרטי. שאר העובדים מגיעים בתחבורה ציבורית.

- מה היחס בין מספר העובדים המגיעים בתחבורה ציבורית לכלל העובדים במפעל?
- מה היחס בין מספר העובדים המגיעים בהסעות למספר העובדים המגיעים בתחבורה הציבורית?

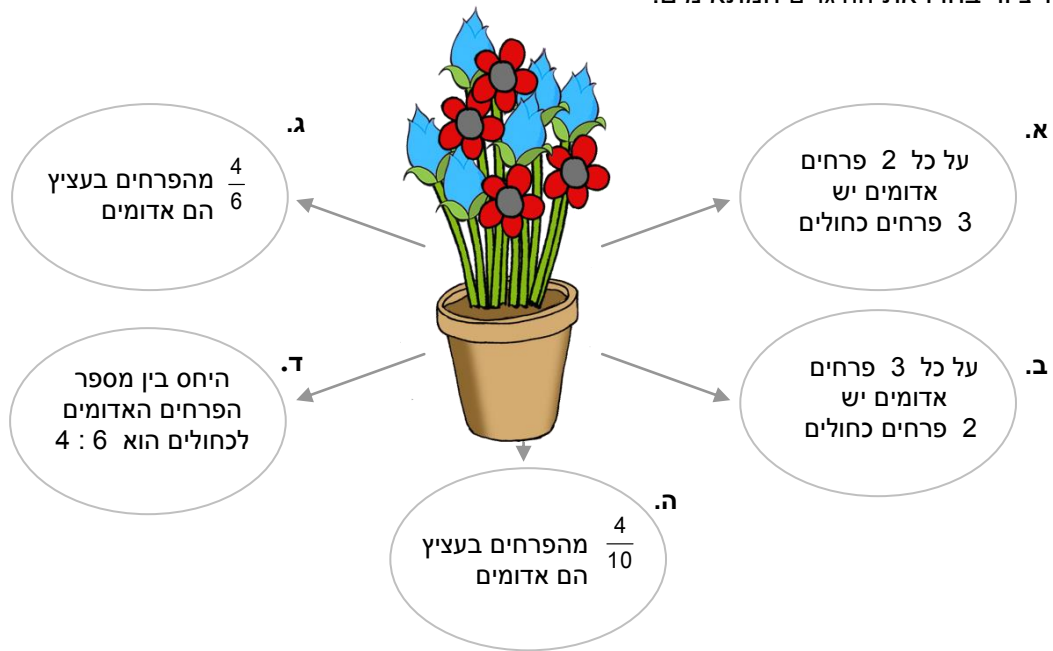
עמ' 94 14.

לכל ציור בחרו את ההיגדים המתאימים.



שאלה 14 מזמנת הקשר לניסוחים השונים. יש לבדוק אילו מהם נכונים ומבין הנכונים להסביר מדוע הניסוחים הם ניסוחים שקולים. כאשר יש ניסוחים נכונים שקולים אנו בוחרים, לפי השאלה ולפי ההקשר, באיזה מהם להשתמש. בשאלה 14 ניסוחים א, ג, ו-ד הם ניסוחים נכונים.

עמ' 94 15. לכל ציור בחרו את ההיגדים המתאימים.



תרגילים 16 – 18 הם תרגילים העוסקים באותם היבטים מתמטיים. מומלץ לתת אותם רק לתלמידים הזקוקים לתרגול נוסף.

עמ' 95 16. הכניסה למלון מרוצפת באריחים משני סוגים. על כל 2 אריחים מאוירים יש 7 אריחים בצבע אחיד.

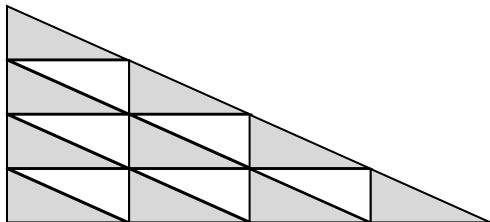
א. מה היחס בין מספר האריחים המאוירים לבין מספר האריחים בצבע אחיד? $2 : 7$

ב. מה היחס בין מספר האריחים בצבע אחיד לבין מספר האריחים המאוירים? $7 : 2$

ג. איזה חלק מתוך האריחים הם אריחים מאוירים? $\frac{2}{9}$

עמ' 95 17. בחוג למחשבים משתתפים 12 תלמידים, מתוכם 9 תלמידי כיתה ח והשאר תלמידי כיתה ט.

מה היחס בין מספר תלמידי כיתה ט למספר תלמידי כיתה ח בחוג? $3 : 9$



עמ' 95 18. המשולש שלפניכם מחולק למשולשים קטנים הצבועים באפור ובלבן.

לכל המשולשים הקטנים שטח שווה.

א. מה היחס בין השטח האפור לשטח הלבן? $10 : 6$

ב. מה היחס בין השטח הלבן לשטח המשולש הגדול? $6 : 16$

עמ' 95

19. מתלמידי הכיתה מגיעים לבית הספר בהסעות. $\frac{2}{9}$

א. איזה חלק מתלמידי הכיתה אינם מגיעים בהסעות? $\frac{7}{9}$

ב. מה היחס בין מספר התלמידים המגיעים בהסעות, למספר התלמידים שאינם מגיעים בהסעות? 2 : 7

ג. בכיתה 36 תלמידים. כמה מהם מגיעים בהסעות? 8 תלמידים

מהצגת היחס כשבר להצגה המקובלת.

ב. אם $\frac{2}{9}$ מהתלמידים מגיעים בהסעות הרי ש- $\frac{7}{9}$ אינם מגיעים בהסעות. השלם הוא 9.

(לאו דווקא 9 תלמידים, אין אפשרות לדעת את המספר האמיתי של התלמידים.)

2 חלקים מהשלם מגיעים בהסעות ו- 7 חלקים לא מגיעים בהסעות. לכן היחס הוא 2 : 7.

ג. בכיתה 36 תלמידים. $\frac{2}{9}$ מ- 36 הם 8. $\frac{7}{9}$ מ- 36 הם 28.

עמ' 95

20. למירב חטיפי שוקולד. $\frac{3}{7}$ מהחטיפים היא לקחה לעצמה. את השאר נתנה לענת.

א. איזה חלק מהחטיפים היא נתנה לענת? $\frac{4}{7}$

ב. מה היחס בין מספר החטיפים שמירב לקחה לעצמה לבין מספר החטיפים שנתנה לענת? 3 : 4

ג. מה היחס בין מספר החטיפים שנתנה לענת לבין מספר החטיפים הכולל? 4 : 7

מטרתה של שאלה 20 דומה לזו של שאלה 19.

עמ' 95

21. קבוצה של 30 מבקרים, מבוגרים וילדים, מסיירת במוזיאון.

היחס בין מספר המבוגרים למספר הילדים הוא 2 : 3.

א. מה יש יותר, מבוגרים או ילדים? ילדים

ב. המדריך ביקש להתארגן בקבוצות של 10 תוך שמירה על היחס בין מספר המבוגרים ומספר הילדים. כמה מבוגרים

וכמה ילדים יהיו בכל קבוצה? 4 מבוגרים ו- 6 ילדים

ג. לצורך הפעלה חולקו 30 המבקרים ל- 2 קבוצות תוך שמירה על היחס בין המבוגרים לילדים.

כמה מבוגרים וכמה ילדים בכל אחת מהקבוצות? 6 מבוגרים ו- 9 ילדים

במקרה זה אומרים: על כל 2 מבוגרים יש 3 ילדים.

שאלה זו ניתנת לפני הלימוד של הפרוצדורה המוכרת לחלוקת כמות ביחס נתון. שוב, כמו במקרים הקודמים, לתלמידים יש אסטרטגיות אינטואיטיביות. מטרת השאלות היא לעורר אסטרטגיות אלו המחייבות בכל שאלה חשיבה מחדש על המשמעות.

א. מהיחס הנתון ניתן להסיק שיש יותר ילדים ממבוגרים.

ב. אם היחס הוא 2 : 3 אזי על כל שני מבוגרים יש שלושה ילדים. כלומר ניתן להסתכל על קבוצות של 5 מבקרים, בכל

קבוצה 2 מבוגרים ו- 3 ילדים. אם יתארגנו בקבוצות של 10 יהיו 3 קבוצות של 10. בכל קבוצה שני מקבצים של 5.

לכן בכל קבוצה יהיו 4 מבוגרים ו- 6 ילדים.

ג. אם 30 המבקרים חולקו ל- 2 קבוצות של 15 מבקרים אזי בכל קבוצה כזו יש 3 מקבצים של 5.

כלומר 3-2 ← 6 מבוגרים, 3-3 ← 9 ילדים.

פעילות 6 – שומרים על היחס עמוד 96

אפיין הפעילות: האם כל מספר שלם יכול להתחלק למספרים שלמים ביחס נתון? אחת האפשרויות לפתרון היא לחשב תחילה כמה מבוגרים יש וכמה ילדים, ולנסות לחלק לקבוצות על-פי הנחיות המדריך. בקבוצה יש 40 מבקרים. אם היחס בין מספר המבוגרים למספר הילדים הוא 7 : 1 ניתן להסתכל על קבוצת המבקרים במקבצים של 8. יש 5 מקבצים, בכל מקבץ מבוגר אחד ו- 7 ילדים. סך הכל יש 35 ילדים ו- 5 מבוגרים. לא ניתן לחלק קבוצה של 35 מבקרים ל- 2 קבוצות שוות ולא ניתן לחלק קבוצה של 5 מבקרים ל- 2 קבוצות שוות. אם רוצים להתחלק ל- 2 קבוצות שוות, 20 מבקרים בכל קבוצה, הרי שבקבוצה אחת יהיו, נאמר, 3 מבוגרים ו- 17 ילדים ובקבוצה השנייה 2 מבוגרים ו- 18 ילדים. במקרה זה יש וויתור על הדרישה שהיחס בין מבוגרים לילדים ישמר. אם רוצים לשמור על היחס של 7 : 1 בכל קבוצה הרי שחייבים לחלק ל- 5 קבוצות שוות, בכל קבוצה 8 מבקרים (1 מבוגר

פעילות 6 – שומרים על היחס

קבוצה של 40 מבקרים, מבוגרים וילדים, מסיירת במוזיאון. היחס בין מספר המבוגרים למספר הילדים הוא 7 : 1. המדריך ביקש מהמבקרים להסתדר בשתי קבוצות שוות, תוך שמירה על היחס בין מספר המבוגרים למספר הילדים. האם ניתן לחלק לקבוצות לפי הנחיות המדריך? אם לא, על איזה מהתנאים יש לוותר? הציעו מספר אפשרויות.

ו- 7 ילדים). במקרה זה יש וויתור על הדרישה להתחלק ל- 2 קבוצות שוות. לא ניתן לשמור על שני התנאים.



22.

במפעל 48 עובדים. 36 מהם מגיעים בהסעות.

שאר העובדים מגיעים בתחבורה ציבורית או ברכב הפרטי.

עמ' 96

א. מה היחס בין מספר המגיעים בהסעות לשאר העובדים במפעל? 48 : 36

ב. היחס בין מספר העובדים המגיעים ברכב פרטי לאלה המגיעים בתחבורה ציבורית הוא 3 : 1.

כמה עובדים מגיעים בתחבורה ציבורית? (9)

במפעל 48 עובדים. 36 מגיעים בהסעות ולכן 12 מגיעים ברכבים או בתחבורה ציבורית.

א. היחס המבוקש הוא 48 : 36.

ב. מספר העובדים המגיעים ברכבים או בתחבורה ציבורית הוא 12. היחס הוא 3 : 1. כלומר, מכל מקבץ של 4, 1 מגיע

ברכב פרטי ו- 3 בתחבורה ציבורית. בתוך 12 אנשים יש 3 מקבצים של 4 לכן:

$$3 \cdot 1 \leftarrow 3 \text{ מגיעים ברכב פרטי}; 3 \cdot 3 \leftarrow 9 \text{ מגיעים בתחבורה ציבורית.}$$

ניתן גם לומר ש- $\frac{1}{4}$ מגיעים ברכב פרטי ו- $\frac{3}{4}$ מגיעים בתחבורה ציבורית. לכן:

$$12 \cdot \frac{1}{4} \leftarrow 3 \text{ ברכב פרטי}; 12 \cdot \frac{3}{4} \leftarrow 9 \text{ בתחבורה ציבורית.}$$

23. עמ' 96 היחס בין מספר החרוזים הכתומים למספר החרוזים הסגולים במחרוזת של עדי הוא 3 : 2.

א. ציירו 2 אפשרויות שונות למחרוזת של עדי.

ב. ידוע כי במחרוזת של עדי יש 8 חרוזים כתומים.

כמה חרוזים יש במחרוזת של עדי? 20 חרוזים (8 כתומים, 12 סגולים)

עמ' 96 24.

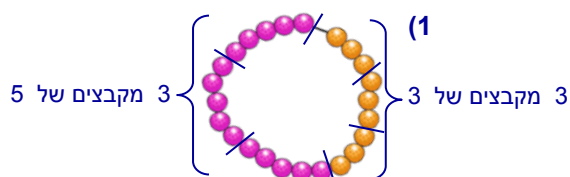
היחס בין מספר החרוזים הכתומים למספר החרוזים הוורודים במחרוזת של ליאת הוא 3 : 5. אילו מבין המחרוזות הבאות יכולה להיות המחרוזת של ליאת?



האם ניתן לדעת בוודאות כמה חרוזים כתומים וכמה חרוזים ורודים במחרוזת של ליאת? הסבירו.

נתון שהיחס בין מספר החרוזים הכתומים לוורודים הוא 3 : 5. לא ניתן להסיק מנתון זה את מספר החרוזים במחרוזת. ניתן להסיק שמספר החרוזים הוא כפולה של 8. הסבירו.

שאלה זו מוצגת כהכנה לדיון המופיע על הרקע התכלת. מהותו, ידיעת היחס איננה מספיקה להסקה על הכמויות המוחלטות.



היחס 3 : 5 מתקיים גם במחרוזת (1) וגם במחרוזת (4).

בשתי המחרוזות מתקיים אותו יחס,

במחרוזות אלו מספר שונה של חרוזים.

נוכל לדעת אילו כמויות אינן אפשריות.

למשל לא ייתכן שבמחרוזת יש 20 חרוזים.

20 חרוזים לא יכולים ליצור מקבצים של 8 חרוזים (3 כתומים ו-5 ורודים).

המסקנה: כאשר ידועות הכמויות ניתן לדעת מהו היחס. כאשר נתון היחס לא ניתן לדעת בוודאות מהן הכמויות.

תרגילים 25 – 27 מטפלים באותו היבט.

עמ' 96 25.

כמות הגשם שירדה בירושלים בחורף מסוים הייתה גדולה פי 5 מכמות הגשם שירדה בערד באותו חורף.

האם ניתן לדעת מהי כמות הגשם שירדה בערד באותו חורף? הסבירו. לא

כאשר נתונות הכמויות ניתן לדעת מה היחס. כאשר נתון היחס לא ניתן לדעת בוודאות מהן הכמויות.

עמ' 97 26.

היחס במבחן בין מספר השאלות באלגברה למספר השאלות בגיאומטריה הוא 2 : 1.

במבחן 12 שאלות באלגברה.

האם ניתן לדעת מה מספר השאלות בגיאומטריה? כן

אם כן, מהו? 6

עמ' 97 27.

היחס בין מספר השאלות באלגברה למספר השאלות בגיאומטריה הוא 2 : 3.

האם ניתן לדעת כמה שאלות היו במבחן? לא

אם כן, מהו?

יחסים שווים: צמצום והרחבה – עמוד 97

פעילות 7 – צמצום והרחבה עמוד 97

אפיון הפעילות: יחסים שקולים המתקבלים זה מזה על ידי צמצום או הרחבה.
תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 8.
 מתוך התרגילים שבעמודים הקודמים על מצבים של יחסים שווים. אבל, לא ניתן באופן מפורש האלגוריתם הפורמלי לבניית יחסים שווים או דרך פורמלית לבדיקה האם יחסים נתונים הם יחסים שווים. בפרק זה תוצג הדרך המקובלת לצמצום והרחבת שברים.

בפעילות 7 בודקים אם טיול של 30 תלמידים ו-4 מבוגרים, וטיול של 60 תלמידים ו-8 מבוגרים עומדים בדרישות של תקנון בית הספר. התקנון דורש יחס תלמידים / מבוגרים של 15 : 2.
 היחסים מוצגים באמצעות הכתיבה המקובלת של יחס ובאמצעות הכתיבה כשברים.

$$\text{האם } 2 \cdot \left(\frac{15:2}{30:4} \right) \cdot 2 \text{ הם יחסים שווים?}$$

מספר התלמידים גדל פי 2 וגם מספר המבוגרים גדל פי 2, לכן היחס נשמר. הכתיבה בצורת שברים נוחה במיוחד:

$$\frac{15}{2} = \frac{30}{4}$$

השבר הורחב ב-2 (המונה והמכנה הורחבו באותו מספר) לכן השברים שווים.

מומלץ לקשר לדרכים האינטואיטיביות הקודמות. אם על 15 תלמידים יש 2 מבוגרים אז ניתן לבנות מקבצים של 17 מטיילים. ב-34 (30 תלמידים + 4 מבוגרים) יש 2 מקבצים של 17.

$3 \cdot \left(\frac{45:6}{15:2} \right) : 3$	$6 \cdot \left(\frac{90:6}{15:2} \right) : 3$	$6 \cdot \left(\frac{90:12}{15:2} \right) : 6$	$8 \cdot \left(\frac{120:16}{15:2} \right) : 8$
גורם הצמצום הוא 3	אין אותו גורם צמצום	גורם הצמצום הוא 6	גורם הצמצום הוא 8

הערה: בחיי היומיום מספר התלמידים היוצאים לטיול הוא לא תמיד כפולה של 15. כדאי לשוחח על הפתרון במקרים אלו ועל ההבדל בין הנתונים בשאלה לבין נתונים אפשריים בחיי היומיום. למשל, אם לטיול יוצאים 27 תלמידים הרי שבדרך כלל, ההחלטה תהיה לצרף 4 מלווים וכדומה.

פעילות 7 – צמצום והרחבה

לפי תקנון בית ספר "הברוש", בכל טיול היחס בין מספר התלמידים למספר המבוגרים צריך להיות 15 : 2. על כל 15 תלמידים צריכים להיות 2 מבוגרים.

כיתה ז'	שכבת כיתות ח
בכיתה 30 תלמידים. את הטיול ליוו 4 מבוגרים. האם היחס בין מספר התלמידים למספר המבוגרים עומד בדרישות התקנון?	בשכבת כיתות ח יש 60 תלמידים. את הטיול ליוו 8 מבוגרים. האם היחס בין מספר התלמידים למספר המבוגרים עומד בדרישות התקנון?

נבדוק על ידי הרחבה	נבדוק על ידי צמצום
$2 \cdot \left(\frac{15:2}{30:4} \right) \cdot 2$	$4 \cdot \left(\frac{60:8}{15:2} \right) : 4$
$\frac{15}{2} = \frac{30}{4}$	$\frac{60}{8} = \frac{15}{2}$
$\frac{15 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{30}{4}$	$\frac{60:4}{8:4} = \frac{15}{2}$
✓	✓

בכל סעיף מוצג היחס בין מספר התלמידים ומספר המבוגרים בטיולים שונים שנערכו לאחרונה בבית ספר "הברוש". באילו מהמקרים היחס עומד בדרישות התקנון?

- 1) 45 : 6 2) 90 : 6 3) 90 : 12 4) 120 : 16

היחסים: 15 : 2 45 : 6
 בשני המקרים על כל 15 תלמידים יש 2 מבוגרים.
 מצאו יחס שווה נוסף.

יחסים המתקבלים זה מזה על ידי צמצום או הרחבה הם יחסים שווים.

יחס מצומצם – עמוד 98

ביחס מצומצם שני המספרים המציגים את היחס הם מספרים זרים זה לזה (אין להם מחלק משותף פרט ל-1). כאשר היחס מוצג כשבר, יחס מצומצם מיוצג על ידי שבר שאי אפשר לצמצם אותו יותר. כאשר היחס המוצג הוא יחס מצומצם קל יותר להשוות בין יחסים.

יחס מצומצם הוא יחס המוצג באמצעות שני מספרים טבעיים שאין להם מחלק משותף (שונה מ-1).

פעילות 8 – יחס מצומצם עמוד 98

אפיון הפעילות: מציאת היחס המצומצם השווה ליחס נתון.

תרגילים מתאימים: 28 – 37, עמודים 98 – 99.

בפעילות מוצגת האסטרטגיה למציאת יחס מצומצם.

פעילות 8 – יחס מצומצם

כדי לבדוק באילו מארבעת הטיוולים של בית ספר "ברוש" היחס בין מספר התלמידים למספר המבוגרים היה בהתאם לתקנון, נוח להציג את היחסים המצומצמים.

$$:3 \left(\begin{array}{l} 45 : 6 \\ 15 : 2 \end{array} \right) :3 \quad :6 \left(\begin{array}{l} 90 : 6 \\ 15 : 1 \end{array} \right) :6 \quad :6 \left(\begin{array}{l} 90 : 12 \\ 15 : 2 \end{array} \right) :6 \quad :8 \left(\begin{array}{l} 120 : 16 \\ 15 : 2 \end{array} \right) :8$$

נציג כשברים:

$$\frac{45}{6} = \frac{15}{2} \quad \frac{90}{6} = \frac{15}{1} \quad \frac{90}{12} = \frac{15}{2} \quad \frac{120}{16} = \frac{15}{2}$$

בהתאם לתקנון

אינו מתאים לתקנון

בהתאם לתקנון ✓

בהתאם לתקנון ✓

תרגילים מתאימים
עמודים 98 – 99

- יחסים המתקבלים זה מזה באמצעות **הרחבה** או **צמצום** נקראים **יחסים שווים**.
- יחס מצומצם** מתקבל כאשר שני המספרים המציגים את היחס זרים זה לזה. (למספרים אין מחלק משותף שונה מ-1).
- יחס** ניתן להצגה גם **כשבר**.

תרגילים

תרגילים 28 – 32: תרגול ישיר של מושג היחס המצומצם.

- עמ' 98 **28.** אילו מבין היחסים הבאים הם יחסים מצומצמים? (1) $3 : 8$ (2) $5 : 3$ (3) $7 : 3$ (4) $21 : 7$ (5) $18 : 12$
- 1) $8 : 5$ 2) $8 : 2$ 3) $7 : 3$ 4) $21 : 7$ 5) $18 : 12$
- הציגו את היחסים שאינם מצומצמים כיחסים מצומצמים.
- (1) $3 : 8 = 3 : 3$ (2) $5 : 3 = 5 : 3$ (3) $7 : 3 = 7 : 3$ (4) $21 : 7 = 3 : 1$ (5) $18 : 12 = 3 : 2$

- עמ' 98 **29.** 8 מבוגרים ו-6 ילדים נסעו ברכב ההסעות.
- א. מה היחס בין מספר המבוגרים למספר הילדים ברכב? $8 : 6$
- ב. הציגו כיחס מצומצם. $4 : 3$

עמ' 98

30. עדי הכינה משקה לימונים. היא ערבבה 2 כוסות תרכיז ו- 8 כוסות מים.

א. מה היחס בין מספר כוסות התרכיז למספר כוסות המים? $2 : 8$

ב. הציגו כיחס מצומצם. $1 : 4$

עמ' 99

31. בספינה "קטמרן" גובה התורן הוא 9 מטרים, אורך הספינה הוא 6 מטרים.

א. מה היחס בין גובה התורן לאורך הספינה? $9 : 6$

ב. הציגו כיחס מצומצם. $3 : 2$

עמ' 99

32. על המדף יש 18 ספרים בעברית ו- 24 ספרים באנגלית.

א. מה היחס בין מספר הספרים בעברית למספר הספרים באנגלית? $18 : 24$

ב. הציגו כיחס מצומצם. $3 : 4$

ג. אילו מבין השברים הבאים מציגים את היחס בין מספר הספרים בעברית למספר הספרים הכולל? $2, 3$

- 1) $\frac{18}{24}$ 2) $\frac{18}{42}$ 3) $\frac{3}{7}$ 4) $\frac{24}{42}$ 5) $\frac{3}{4}$

עמ' 99

33. בבית הספר החליטו על צביעת קירות המסדרון.

כדי לקבל את הגוון בו בחרו יש לערבב 2 ליטרים של צבע ירוק עם 7 ליטרים של צבע לבן.

הצבעים ערבבו 6 ליטרים של צבע ירוק עם 21 ליטרים של צבע לבן.

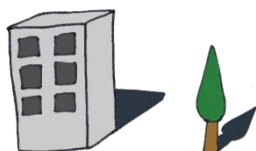
האם קיבלו את הגוון הרצוי? הסבירו. כן

עמ' 99

34. בשעה מסוימת היחס בין גובה עצם לאורך הצל שהוא מטיל היה $5 : 2$.

א. גובה הבית 15 מטרים. מה היה אורך הצל של הבית? 6 ס"מ

ב. אורך הצל של העץ היה 4 מטרים. מה גובה העץ? 10 מ'



א. $3 \cdot \left(\frac{5 : 2}{15 : ?} \right)$ לכן אורך הצל היה 6 מטרים.

$$\text{או: } \frac{5}{2} = \frac{15}{x} \quad \frac{5}{2} = \frac{15}{?}$$

הרחבנו את המונה פי 3 לכן יש להרחיב גם את המכנה פי 3.

תרגילים 35 – 37 מיועדים לתרגול דיפרנציאלי לתלמידים מתקדמים.

עמ' 99

35. היחס בין אורך הצלעות הסמוכות במלבן הוא 1 : 1.

א. מה תוכלו לומר על המלבן?

ב. היקף המלבן 44 ס"מ. מה אורך הצלעות?

א. היחס של 1 : 1 איננו נידון ישירות בפעילויות שבספר. הוא מוזכר בעמוד 110. יחס 1 : 1 פירושו ששתי הכמויות, או שני הגדלים שווים זה לזה. כלומר, האורכים של הצלעות הסמוכות במלבן הנדון שוות זו לזו מכאן שהמלבן הוא ריבוע. דיון מפורש ביחס 1 : 1 נערך אחרי פעילות 16 עמוד 110. שאלה 35 מיועדת לתלמידים מתקדמים. שמסוגלים להתמודד עם השאלה בדרכים אינטואיטיביות, לפני הקנייה ישירה.

ב. אם היקף המלבן הוא 44 ס"מ אזי אורך כל אחת מהצלעות היא 11 ס"מ (4 : 44).

עמ' 99

36. א. מצאו שני מספרים זוגיים שהיחס ביניהם הוא 4 : 1. הציעו שתי אפשרויות שונות.

ב. מצאו שני מספרים זוגיים שהיחס ביניהם הוא 1 : 1. הציעו שתי אפשרויות שונות.

ג. מצאו שני מספרים זוגיים שהיחס ביניהם הוא 2 : 5. הציעו שתי אפשרויות שונות.

א. אם נכפול את שני הגדלים ביחס המצומצם במספר זוגי נקבל מספרים זוגיים. לכן ניתן לכפול בכל מספר זוגי שהוא למשל:

$$\cdot 6 \left(\begin{array}{l} 1 : 4 \\ 6 : 24 \end{array} \right) \quad \cdot 2 \left(\begin{array}{l} 1 : 4 \\ 2 : 8 \end{array} \right)$$

ב. פתרון דומה.

ג. פתרון דומה.

עמ' 99

37. רוצים להכין מחרוזת מ- 24 חרוזים לבנים ואדומים.

אילו מבין היחסים הבאים יכול להיות היחס בין מספר החרוזים הלבנים והאדומים.

- 1) 1 : 2 2) 1 : 3 3) 1 : 4 4) 1 : 5 5) 1 : 6

השאלה ניתנת לפני שהנושא של חלוקה ביחס נלמד באופן ישיר לכן כדאי לתת לתלמידים להתלבט ולהציע דרכים משלהם. למשל, בדוגמה הראשונה של יחס של 1 : 2.

1) כדי שהיחס בין מספר החרוזים הלבנים לאדומים יהיה 1 : 2 על כל חרוז לבן צריכים להיות שני חרוזים אדומים. כלומר, מספר החרוזים האדומים צריך להיות פי 2 ממספר החרוזים הלבנים. אפשר על-ידי ניסוי ושיפור למשל, אם יהיו 6 חרוזים לבנים יהיו 12 אדומים, וביחד יהיו רק 18 חרוזים. אם יהיו 7 חרוזים לבנים יהיו 14 חרוזים אדומים, וביחד 21 חרוזים. אם יהיו 8 חרוזים לבנים יהיו 16 חרוזים אדומים, וביחד 24 חרוזים. לגן, האפשרות של 8 : 16 היא אפשרות נכונה. ניתן גם לחשוב באסטרטגיה של חלוקה לקבוצות הומוגניות. לחלק את 24 החרוזים ל- 3 קבוצות שוות, בכל קבוצה 8 חרוזים. לכן תהיינה 2 קבוצות של חרוזים אדומים וקבוצה אחת של חרוזים לבנים. היחס יהיה כיחס הקבוצות (כי הקבוצות שוות בגודלן) כלומר 2 : 1.

בפעילויות 9 – 11 מוצג בצורה ישירה ההיבט של יחס כחלוקה לקבוצות הומוגניות. בצורה עקיפה היבט זה מופיע כאסטרטגיות פתרון גם בתרגילים אחרים. המורים, לפי שיקול דעתם ולפי הכיתה יחשפו את התלמידים לפעילויות אלו.

עוד על יחס

פעילות 9 – קבוצות נפרדות או קבוצות מעורבות עמוד 100

אפיון הפעילות: היבט הומוגני והיבט הטרוגני של יחס.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 11.

בפעילות מוצגים שני סידורים אפשריים של תלמידי הכיתה. כל אחד מהסידורים מייצג יחס של 2 : 3 בין מספר הבנות למספר הבנים.

בסידור (1) ליד כל שולחן יושבים 3 בנים ו- 2 בנות. מכיוון שהסידור^(*) בכל השולחנות זהה הרי שהיחס בכל שולחן מייצג את היחס בכיתה כולה.

^(*)סידור משמעו בהקשר זה, מספר הבנים ומספר הבנות ליד על שולחן ולא דווקא המיקום סביב השולחן. הסידור האחיד נועד להקל על זיהוי הכמויות השוות.



בסידור (2) מספר היושבים ליד כל שולחן הוא 4 תלמידים. סביב שני שולחנות יושבות רק בנות וסביב שלושה שולחנות יושבים רק בנים, לכן יחס השולחנות שווה ליחס התלמידים ולכן היחס הוא 2 : 3.

פעילות 9 – קבוצות נפרדות או קבוצות מעורבות

כיתות ח₁ ו- ח₂ השתתפו ביום פעילות. בתרשים שלפניכם סידור מקומות הישיבה של כל אחת מהכיתות.

(1) סידור מקומות הישיבה של תלמידי כיתה ח₁.

(2) סידור מקומות הישיבה של תלמידי כיתה ח₂.

מקרא:
 בן
 בת

מה היחס בין מספר הבנות למספר הבנים בכל אחת מהכיתות?

עינת אומרת
 בכיתה ח₁ היחס בין מספר הבנות למספר הבנים הוא 2 : 3, כי סביב כל שולחן, "על כל 2 בנות יש 3 בנים".

יונת אומר
 גם בכיתה ח₂ היחס בין מספר הבנות למספר הבנים הוא 2 : 3. היחס בין מספר השולחנות של הבנות למספר השולחנות של הבנים הוא 2 : 3. סביב כל שולחן יש מספר שווה של תלמידים. לכן, היחס בין מספר הבנות למספר הבנים הוא יחס מספר השולחנות, גם כן 2 : 3.

פעילות 10 – מקבוצות מעורבות לקבוצות נפרדות ומקבוצות נפרדות למעורבות עמוד 100

אפיון הפעילות: מעבר מהיבט הטרוגני להומוגני וההיפך.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 11.

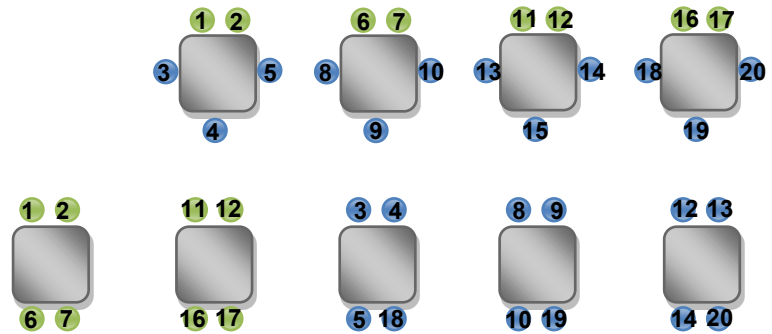
מומלץ לתת לתלמידים זמן לעבודה בקבוצות. כדאי שהם יתנסו באסטרטגיות למעבר יעיל מסידור לסידור. מומלץ להביא לכיתה דיסקיות בשני צבעים ולאפשר לתלמידים להתנסות בסידורים השונים הלכה למעשה.

פעילות 10 – מקבוצות מעורבות לקבוצות נפרדות וההיפך

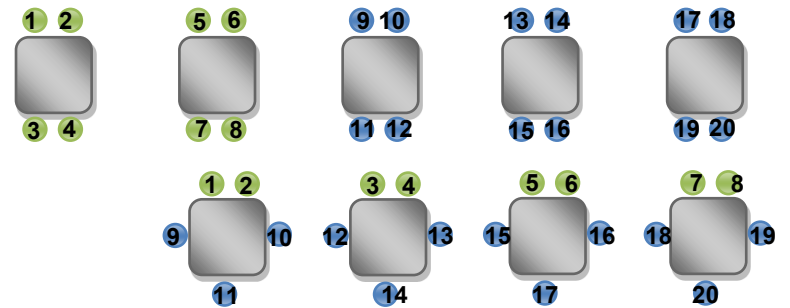
גלית אומרת
 אני רואה שניתן להושיב את תלמידי כיתה ח₁ כמו בסידור של תלמידי כיתה ח₂. ואפשר גם להושיב את תלמידי כיתה ח₂ כמו בסידור של תלמידי כיתה ח₁. לכן אני בטוחה שהיחס בשתי הכיתות שווה.

האם גלית צודקת? נסו.

נציג אפשרות למעברים מקבוצות הטרוגניות לקבוצות הומוגניות:



נציג אפשרות למעבר מקבוצות הומוגניות לקבוצות הטרוגניות:



פעילות 11 – נדייק בזיהוי עמוד 101

אפיון הפעילות: הצבעה ישירה על התנאי של מספר שווה של איברים בתת-קבוצה.

תרגילים מתאימים: תרגילים 38 – 40, עמודים 102 – 103.

תלמידי כיתה ז', מסודרים בקבוצות הומוגניות. למרות זאת, היחס בין מספרי השולחות איננו היחס בין מספר הבנות למספר הבנים. מה הסיבה?

מספר היושבים בשולחנות הבנות הוא 4; מספר היושבים בשולחנות הבנים הוא 5. לכן, היחס בין מספרי השולחנות איננו משקף את היחס בין מספרי היושבים. ניתן:


א. לספור כמה בנות יש בכיתה.

ב. לארגן את הישיבה בקבוצות הומוגניות שוות במספר היושבים סביבם ואז היחס בין מספרי השולחנות ישקף את היחס בין מספר הבנות למספר הבנים.

ג. לארגן את התלמידים בקבוצות הטרוגניות זהות.

פעילות 11 – נדייק בזיהוי

בתרשים שלפניכם סידור מקומות הישיבה של תלמידי כיתה ז'.



מה היחס בין מספר הבנות למספר הבנים בכיתה ז'?

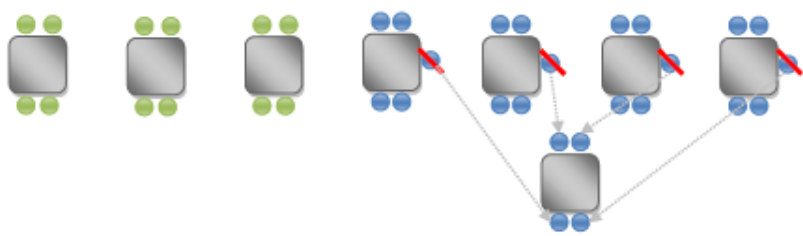
רענן אומר

אי אפשר לקבוע את היחס בין מספר הבנות למספר הבנים, לפי היחס בין מספרי השולחנות, כי מספר הבנות סביב כל שולחן שונה ממספר הבנים סביב כל שולחן. לכן, אספור כמה בנות יש בכיתה וכמה בנים, ואחשב את היחס.

מה היחס בין מספר הבנות למספר הבנים שרענן קיבל?

איתי אומר

אני אסדר את הבנים מחדש כך שמספר הבנים סביב כל שולחן יהיה 4, כמו מספר הבנות.



עכשיו יש 3 שולחנות של בנות ו-5 שולחנות של בנים. סביב כל שולחן מספר שווה של תלמידים. לכן, היחס בין מספר הבנות למספר הבנים הוא 5 : 3.

האם איתי קיבל את אותו היחס שקיבל רענן?

תרגילים מתאימים 38 – 40
עמודים 102 – 103

תרגילים

עמ' 102

38. ענת, תמר, ומיכל סידרו זרים של פרחים אדומים וצהובים.

א. מי מהן סידרה זרים כך שהיחס בין מספר הפרחים האדומים בכל הזרים יחד לבין מספר הפרחים הצהובים בכל הזרים ביחד הוא $3:4$? הסבירו.

הזרים של ענת



הזרים של תמר



הזרים של מיכל



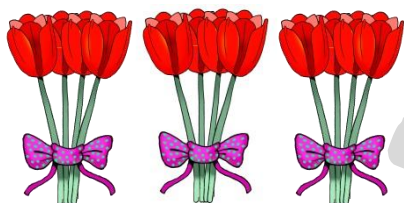
ענת, מיכל

ב. ליערה 40 פרחים בשני צבעים, צהובים ואדומים.

יערה סידרה זרים של פרחים אדומים וזרים של פרחים צהובים, בכל זר מספר שווה של פרחים. לפניהם הזרים האדומים. הזרים הצהובים מוסתרים.

(1) כמה זרים צהובים מוסתרים?

(2) מה היחס בין מספר הפרחים האדומים למספר הפרחים הצהובים?

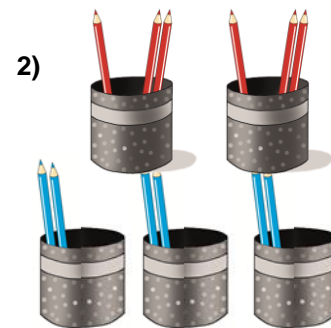
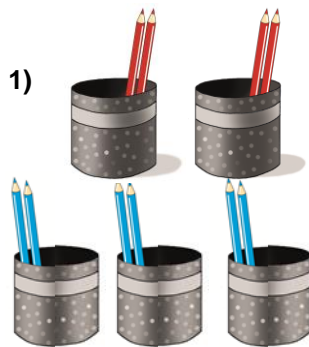


(1 7 זרים 2) היחס 4 : 7

עמ' 103 39. העפרונות של יואב מסודרים במכלי פלסטיק.



א. באיזה משני הסידורים הבאים יש אותו יחס בין מספר העפרונות האדומים למספר העפרונות הכחולים הוא כמו אצל יואב? הסבירו.



ב. מה היחס בין מספר העפרונות האדומים ומספר העפרונות הכחולים בסידור של יואב?

א. (1) ב. 3 : 2

עמ' 103 40. העפרונות של עדי מסודרים במכלי פלסטיק.



א. מה היחס בין מספר העפרונות הכחולים ומספר העפרונות האדומים?
 ב. עדי רוצה לארגן מחדש את העפרונות, כך שבכל מכל היחס בין מספר העפרונות הכחולים למספר העפרונות האדומים יהיה אותו יחס.

- 1) לכמה מכלים זקוקה עדי?
- 2) כמה עפרונות מכל צבע יהיו בכל מכל?

א. 4 : 3
 ב. (1) 3 מכלים (2) 7 עפרונות

פעילות 12 – מתארגנים בדרכים שונות: שומרים על היחס

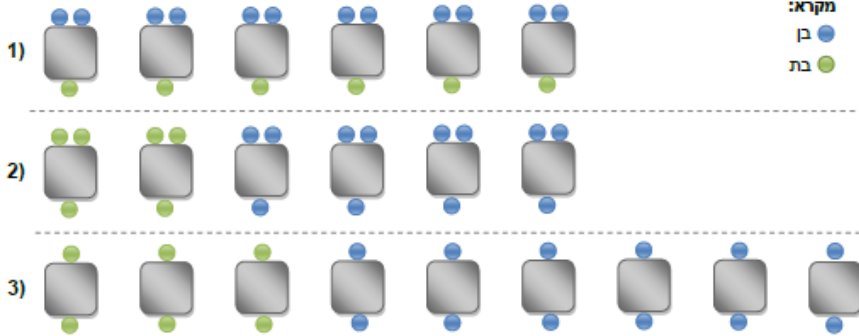
תלמידי כיתה ט', השתתפו בשלוש פעילויות.

לפניהם התרשימים של סידור השולחנות בכל אחת מהפעילויות.

מקרא:

בן

בת



א. (1) מה היחס בין מספר הבנות למספר הבנים בכיתה ט'?

(2) הסבירו, עבור כל אחד מהסידורים, כיצד היחס בא לידי ביטוי.

ב. (1) הציעו סידור שונה של קבוצות מעורבות המייצג את היחס בין מספר הבנות למספר הבנים.

(2) האם יש אפשרות נוספת?

ג. הציעו סידור שונה של קבוצות נפרדות המייצג את היחס בין מספר הבנות למספר הבנים.



תמר מציעה את הסידור הבא:

האם הצעתם סידור שונה?

אפיון הפעילות: סידורים חלופיים בקבוצות

המוגניות ובקבוצות הטרוגניות.

הפעילות מחדדת את הראייה של הצורות

השקולות של חלוקת השלם לתת קבוצות

באופן המייצג את היחס. במושג "יחסים

שווים" מסתירות האפשרויות השונות

לחלוקת השלם לתת קבוצות באופן

שהחלוקה תשקף את היחס שבתוך

הקבוצה.

בפעילות 12 מוצגות שלוש חלוקות של

הכיתה. כל אחת מהחלוקות משקפת את

היחס בין מספר הבנות למספר הבנים

בכיתה: חלוקה מספר (1) היא חלוקה

לקבוצות הטרוגניות. חלוקות (2) ו-(3)

לקבוצות הומוגניות.

א. סידור (1) עומד בדרישות של חלוקה

הטרוגנית מייצגת. בכל השולחנות

אותו סידור, לכן היחס הוא 2 : 1.

סידור (2) עומד בדרישות של חלוקה

הומוגנית. מספר התלמידים ליד כל

שולחן שווה. השולחנות מופרדים לבנות ובנים לכן היחס בין מספר השולחנות הוא היחס בין מספרי התלמידים. כלומר, היחס

הוא 4 : 2. אם נעבור ליחס מצומצם נראה שהיחס הוא 2 : 1. סידור (3) גם הוא עומד בדרישות של חלוקה הומוגנית.

היחס בין השולחנות הוא 6 : 3. היחס המצומצם השווה הוא 2 : 1.

ב. כאשר הסידור הוא של קבוצות מעורבות, כל קבוצה צריכה לייצג את היחס בין המספרים. לכן אפשר, למשל, ליצור שולחנות

שסביבם 4 בנים ו-2 בנות (יהיו 3 שולחנות כאלה). או, שולחנות שסביבם 6 בנים ו-3 בנות (יהיו 2 שולחנות

כאלה). אפשר גם להושיב את כל התלמידים סביב שולחן אחד תוך שמירת היחס. במקרה זה סביב השולחן יהיו 12 בנים

ו-6 בנות (למעשה כל תלמידי ט').

ג. מכיוון שבמקרה של קבוצות הומוגניות מספר היושבים סביב כל שולחן צריך להיות שווה הרי שהאפשרויות למספרי היושבים

הוא מספר המחלקים המשותפים ל-6 ו-12. כלומר 2, 3, 6 ו-1. האפשרויות של 2, 3, 6 מוצגות בספר. ייתכן

שהתלמידים יציעו את האפשרות של 6 שולחנות שליד על אחד מהם יושבת בת אחת ו-12 שולחנות שליד כל אחד מהם

בן אחד.

מכיוון ש-7 ו-5 הם מספרים זרים הרי

שיש רק אפשרות אחת להתארגנות בקבוצות

מעורבות: קבוצה אחת בה 7 בנות ו-5

בנים. בקבוצות הומוגניות יש גם כן רק

אפשרות אחת: 7 שולחנות שלידם כל אחד

מהם יושבת רק בת אחת ו-5 שולחנות

שליד כל אחד מהם בן אחד.

בחוג מחשבים יש 7 בנות ו-5 בנים.

כמה סידורים שונים המציגים את היחס בין מספר הבנות למספר הבנים יש:

(1) בקבוצות מעורבות? (2) בקבוצות נפרדות?

הסבירו.

רונת אומרת

כאשר הסידור הוא בקבוצות מעורבות כל אחת מהקבוצות מייצגת את היחס.

כאשר הסידור הוא בקבוצות נפרדות יש לוודא שבכל קבוצה מספר שווה של איברים ולדעת כמה קבוצות מכל סוג יש.

המטרה של פעילויות 13 ו-14 היא להמחיש שהוספת כמויות שוות לכמויות שונות איננה שומרת על היחס. לדוגמה, אם לדני יש 3 גולות ולרונן 10 גולות, היחס בין מספר הגולות של דני למספר הגולות של רונן הוא $3 : 10$ (פחות מ- $\frac{1}{3}$).

אם כל אחד מהילדים מקבל 3 גולות נוספות. מה יהיה היחס החדש? האם היחס יישמר? היחס החדש הוא $6 : 13$ (כמעט חצי). ממה נובע השינוי?

ההשפעה היחסית של 3 על כמות הגולות של דני גדולה הרבה יותר מההשפעה היחסית על כמות הגולות של רונן. כמות הגולות של דני הוכפלה. כמות הגולות של רונן גדלה ב-30%. כל הוספה של כמות שווה של גולות לשני הילדים משנה את היחס לטובת דני.

בהתאם לרמת הכיתה והתעניינות התלמידים אפשר להעלות את השאלה מה קורה במקרה שמחסרים. לטובת מי משתנה היחס?

פעילות 13 – יחס: המקרה של הוספה עמוד 105

אפיון הפעילות: דיון ישיר במספרים הדיפרנציאליים שיש להוסיף לכל אחד מהמספרים הנתונים כדי לשמור על היחס. **תרגילים מתאימים:** אחרי פעילות 14.

בקנקן המיץ היחס בין המים לאבקה הוא 3 :

2. $2 : 3 \neq 8 : 9$

הוספת 6 כוסות מים ו-6 כפות אבקה איננה שומרת על היחס.

האם המשקה החדש מתוק יותר או פחות מהמשקה המקורי? המשקה החדש מתוק פחות.

הוספת 6 ל-2 משפיעה יותר מאשר הוספת 6 ל-3.

כיצד ניתן לשמור על אותה מתיקות? התוספת צריכה להיות באותו יחס של המשקה המקורי.

יש שלוש דרכים להסתכל על התוספת:

(1) ביחס המקורי: 3 גדול פי $1\frac{1}{2}$ מ-2, לכן בכמויות שנוסיף כמות האבקה צריכה להיות פי $1\frac{1}{2}$ מכמות המים, כלומר פי $1\frac{1}{2}$

מ-8. הכמויות 12 ו-8 עומדות בדרישה זו. $(\frac{12}{8} = 1\frac{1}{2})$

(2) לבנות יחסים שווים: $4 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 8 & ? \end{pmatrix}$ הגדלנו פי 4 את כמות המים

לכן גם את כמות האבקה נגדיל פי $4 \leftarrow 3 \cdot 4 \leftarrow 12$.

(3) להסתכל ישירות על התוספות:

הוספנו 6 כוסות מים.

היחס בין האבקה למים צריך להיות $1\frac{1}{2} \leftarrow$ צריך פי $1\frac{1}{2}$ יותר אבקה מאשר מים.

אם תוספת המים היא 6 כוסות הרי שתוספת האבקה צריכה להיות:

$6 \cdot 1\frac{1}{2} \leftarrow 9$ כפות אבקה.

(יחסים פנימיים).

התוספת היא של 9 כפות לכן הכמות הכוללת של האבקה צריכה להיות 12 כפות.



פעילות 13 – יחס: המקרה של הוספה

להכנת קנקן מיץ השתמשו ב-2 כוסות מים וב-3 כפות אבקה.
דני הכין מיץ בקנקן גדול יותר. הוא השתמש ב-8 כוסות מים וב-9 כפות אבקה.

א. האם בשני הקנקנים מיץ באותו ריכוז?

ענת אומרת
דני הגדיל את כמות המים ב-6 כוסות, ואת כמות האבקה ב-6 כפות. לכן בשני הקנקנים יהיה אותו ריכוז.
האם ענת צודקת? הסבירו.

עודד אומר
כמות המים גדלה פי 4. כמות האבקה גדלה רק פי 3. היחס לא משמר. הריכוז בקנקן של דני נמוך יותר.

ב. כמה כפות אבקה יש לערבב ב-8 כוסות מים כדי לקבל מיץ באותו ריכוז?

תמר אומרת
כמות המים גדלה פי 4. כדי לשמור על היחס יש להגדיל גם את כמות האבקה פי 4.
יש להוסיף 12 כפות אבקה. $(3 \cdot 4 = 12)$.

ג. כמה כפות אבקה יש לערבב ב-10 כוסות מים כדי לקבל מיץ באותו ריכוז?

פעילות 14 – יחס: המקרה של הוספה

תמר ועומרי מכינים בצק. האם הבצקים מתוקים באותה מידה?

בבצק של עומרי

4 כוסות סוכר
6 כוסות קמח

בבצק של תמר

2 כוסות סוכר
4 כוסות קמח

ישי אומר
לדעתי, הבצקים מתוקים באותה מידה.
בבצק של עומרי: כמות הסוכר גדולה יותר ב- 2 כוסות, וכמות הקמח גדולה יותר ב- 2 כוסות.
האם אתם מסכימים עם ישי? הסבירו.

אביגיל אומרת
לדעתי, הבצק של עומרי מתוק יותר.
כמות הסוכר גדולה פי 2, בעוד שכמות הקמח גדולה רק פי 1.5.
האם אתם מסכימים עם אביגיל? הסבירו.

בכמה כוסות קמח על עומרי להשתמש כדי שהבצקים יהיו מתוקים באותה מידה?
כדי שהבצקים יהיו מתוקים באותה מידה על עומרי להשתמש ב- 8 כוסות קמח.

תרגילים מתאימים: 41 – 48, עמודים 106 – 107.

אפיון הפעילות: הוספה של גודל שווה לשני גדלים משנה את היחס.

תרגילים מתאימים: תרגילים 41 – 48, עמודים 106 – 107.

בבצק של תמר היחס בין הסוכר לקמח הוא 5 : 2.

בבצק של עומרי היחס הוא 7 : 4.

ניתן לראות, בלי חישוב מדויק, שבבצק של תמר כמות הסוכר היא פחות ממחצית מכמות הקמח, ובבצק של עומרי היא יותר ממחצית כמות הקמח לכן הבצק של עומרי מתוק יותר.

ניתן גם לומר שהוספת 2 כוסות ל- 2 נתונות משפיעה יותר מהוספת 2 כוסות ל- 5 כוסות נתונות (במקרה של הקמח) לכן המתיקות עלתה.

בחישוב מדויק נאמר: הגדלנו את כמות הסוכר פי 2 לכן יש להגדיל את כמות הקמח פי 2. כלומר עומרי צריך להשתמש ב- 10 כוסות קמח כדי שהבצק שלו יהיה באותה מידת מתיקות כמו הבצק של תמר. במליאת הכיתה יש להגיע למסקנות הבאות:

- (1) הוספה או הפחתה של גודל שווה (שונה מאפס) לשני מספרים איננה שומרת על היחס (אלא אם המספרים המקוריים היו שווים).
- (2) הכפלה או חילוק של שני מספרים במספר שווה (שונה מאפס) שומרת על היחס.
- (3) כדי לשמור על יחס נתון ניתן לכפול (לחלק) את שני המספרים בגודל שווה.
- (4) אם מוסיפים מספרים שונים לכל אחד מהמספרים המקוריים, המספרים השונים שמוסיפים צריכים להיות באותו יחס של המספרים המקוריים.

תרגילים



עמ' 106

41. בצמיד 2 חרוזים אדומים ו- 7 חרוזים כחולים.

הוסיפו 3 חרוזים מכל צבע.

א. מה היחס בין מספר החרוזים האדומים למספר החרוזים

הכחולים בצמיד המקורי? $2 : 7$

ב. מה היחס החדש? האם הוא שווה ליחס בצמיד המקורי?

הסבירו. $5 : 10$

42. במשרד עובדים 12 גברים ו- 8 נשים. למשרד התווספו 2 גברים

ו- 2 נשים.

האם היחס בין מספר הגברים למספר הנשים נשמר? הסבירו. לא



עמ' 106

43. א. באולם ההרצאות 25 מבוגרים ו- 20 בני נוער.

לאולם הצטרפו 5 מבוגרים ו- 5 בני נוער.

האם היחס בין מספר המבוגרים למספר בני הנוער נשמר?

הסבירו. לא

ב. באולם אחר 25 מבוגרים ו- 20 בני נוער. לאולם הצטרפו 5

מבוגרים ו- 4 בני נוער.

האם היחס בין מספר המבוגרים למספר בני הנוער נשמר?

הסבירו. כן

דוגמה:

נתון היחס $2 : 5$.

$$\frac{2}{5} \stackrel{?}{=} \frac{2+4}{5+4}$$

א. נוסף 4 למונה.

$$\frac{2}{5} \neq \frac{6}{9}$$

נוסף 4 למכנה.

היחס לא נשמר.

מדוע כאשר הוסיפו 4 למונה ו- 4 למכנה

היחס לא נשמר?

$$\frac{2}{5} \stackrel{?}{=} \frac{2+4}{5+10}$$

ב. נוסף 4 למונה.

נוסף 10 למכנה.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

היחס נשמר.

מדוע כאשר הוסיפו 4 למונה ו- 10 למכנה

היחס נשמר?

44. נתון היחס $\frac{3}{7}$. הוסיפו למונה 3 ולמכנה 3.

האם היחס נשמר? לא

היחס לא נשמר. נבדוק:

$$\frac{3+3}{7+3} = \frac{6}{10} \rightarrow \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} \neq \frac{3}{7}$$

הוספת גודל שווה למונה ולמכנה משנה את היחס.

הוספת 3 ל- 3, שהיה במונה, הגדילה את המונה פי שניים.

הוספת 3 ל- 7, שהיה במכנה, הגדילה את המכנה בפחות מפי שניים.

עמ' 106 45. נתן היחס $\frac{4}{9}$. הוסיפו למונה 12.

כמה יש להוסיף למכנה כדי שהיחס לא ישתנה? 24

דרכים אפשריות לפתרון:

1.

$$\frac{4}{9} = \frac{16}{?}$$

$$x \text{ המספר החדש ביחס. } \frac{4}{9} = \frac{16}{x}$$

יש להוסיף למכנה 27.

$$x = 36$$

2.

$$4 \cdot \left(\begin{array}{l} 4 : 9 \\ 16 : ? \end{array} \right) 4 \cdot$$

$$9 \cdot 4 = 36$$

$$\left(\begin{array}{l} 4 : 9 \\ 16 : 36 \end{array} \right) \text{ יש להוסיף למכנה 27.}$$

3. $4 \leftarrow 16$; הגדילו את המונה פי 4.

$9 \leftarrow 36$ יש להגדיל גם פי 4

יש להוסיף 27.

4. יש להוסיף מספרים ביחס המספרים הנתונים:

$$x \text{ המספר שיש להוסיף } \frac{12}{x} = \frac{4}{9}$$

$$12 \cdot 9 = 4 \cdot x$$

$$x = 27 \leftarrow \text{יש להוסיף 27.}$$

עמ' 106 46. נתון היחס $\frac{14}{18}$. חסרו מהמונה 7.

כמה יש לחסר מהמכנה כדי שהיחס לא ישתנה? 9

עמ' 107 47. אוטובוס שבו 30 מבוגרים ו-10 ילדים הגיע לתחנה. בתחנה עלו 5 מבוגרים ו-5 ילדים.

א. מה היה היחס בין מספר הילדים למספר המבוגרים לפני שהאוטובוס הגיע לתחנה? $10 : 30 = 1 : 3$

ב. מה היה היחס בין מספר הילדים באוטובוס למספר המבוגרים לאחר שעזב את התחנה?

$$15 : 35 = 3 : 7 \text{ האם היחס נשמר?}$$

א. היחס היה $10 : 30 \leftarrow 1 : 3$

ב. היחס אחרי שעלו 5 מבוגרים ו-5 ילדים הוא $15 : 35 \leftarrow 3 : 7$. אחרי התחנה יש יחסית יותר ילדים. ניתן לתמוך

בתוצאה בהסבר כגון: 5 ילדים יחסית ל-10 ילדים שהיו, זה יותר מאשר יחסית ל-30 מבוגרים שהיו.



ד. 6 :

ג. 9 :

ב. 35 :

א. 28 :

א. 12 ב. 35 ג. 21 ד. 14

עמ' 107 53. היחס בין מספר התפוחים הירוקים למספר התפוחים האדומים הוא 3 : 7.

השלימו מספרים במקומות המכוסים כך שהיחס יישמר.

עמ' 108 54. היחס בין מספר כוסות התרכיז למספר כוסות המים בקנקני השתייה במסעדה הוא 2 : 7.

בסוף יום העבודה ספרו ומצאו שהשתמשו להכנת קנקני השתייה ב- 36 כוסות של תרכיז.

כמה כוסות שתייה הכינו בסך הכל באותו יום? 126

עמ' 108 55. א. היחס בין גיל האב לגיל הבן במשפחת תמיר הוא 1 : 6. האב בן 42.

בן כמה הבן? 7

ב. במשפחת סביון היחס בין הגילים של האב דוד ובנו יונתן הוא כמו במשפחת תמיר. יונתן בן 6.

בן כמה אביו? 36

עמ' 108 56. לאירוע הוזמנו בקבוקי שתייה. היחס בין מספר בקבוקי השתייה המוגזת ומספר בקבוקי השתייה הלא מוגזת הוא 11 : 6.

לאירוע הוזמנו 18 בקבוקי שתייה מוגזת.

כמה בקבוקי שתייה הוזמנו לאירוע בסך הכל? 54

עמ' 108 57. להכנת שתייה לאירוע השתמשו במים ובתרכיז תפוזים. לכל 5 כוסות מים הוסיפו 2 כוסות של תרכיז תפוזים.

בתום האירוע התברר שהשתמשו ב- 24 כוסות של תרכיז תפוזים.

בכמה כוסות מים השתמשו? 60

עמ' 108 58. בבית הספר האזורי לומדים תלמידים משני ישובים: "דקלים" ו"ברושים".

בכיתה של אורי היחס בין מספר התלמידים מ"דקלים" למספר התלמידים מ"ברושים" הוא 2 : 3.

בכיתה ז₁: 18 תלמידים מדקלים ו- 15 תלמידים מברושים.

בכיתה ז₂: 18 תלמידים מדקלים ו- 12 תלמידים מברושים.

בכיתה ז₃: 18 תלמידים מדקלים ו- 18 תלמידים מברושים.

באיזו כיתה לומד אורי? ז₂

כדאי להביא את כל אחד מהיחסים הנתונים ליחס המצומצם ולבדוק באיזו כיתה היחס הוא 2 : 3.

$$\text{כיתה ז}_1: \frac{18}{15} = \frac{6}{5} \Leftrightarrow \frac{18}{15} \quad \text{X} \quad 6 \left(\begin{array}{l} 18 : 15 \\ 3 : 2 \end{array} \right) : 7\frac{1}{2}$$

$$\text{כיתה ז}_2: \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{18}{12} \quad \checkmark \quad 6 \left(\begin{array}{l} 18 : 12 \\ 3 : 2 \end{array} \right) : 6$$

$$\text{כיתה ז}_3: \frac{18}{18} = \frac{1}{1} \Leftrightarrow \frac{18}{18} \quad \text{X} \quad 6 \left(\begin{array}{l} 18 : 18 \\ 3 : 2 \end{array} \right) : 9$$

מסקנה: אורי לומד בכיתה ז₂.

כדאי לחזור ולדון במשמעות היחס 1 : 1 בכיתה ז₂.

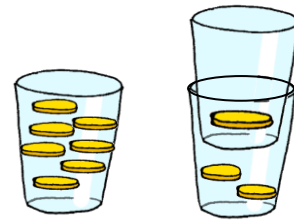
אתנחתא – עמוד 108

האתנחתא תינתן בהתאם לשיקול דעת המורה, בשלב זה או בשלב מאוחר יותר.

עמ' 108 1. איך אפשר לחלק 10 מטבעות לשלוש כוסות, כך שבכל כוס יהיה מספר אי-זוגי של מטבעות?



לא ניתן למצוא שלושה מספרים אי-זוגיים שסכומם 10. הדרך לעקוף זאת היא על-ידי הכנסת כוס בתוך כוס. בכוס הפנימית להניח, למשל, מטבע אחת. בכוס החיצונית להניח למשל, 2 מטבעות – סך הכל יש עכשיו בכוס הפנימית מטבע אחת (מספר אי-זוגי), בכוס החיצונית 3 מטבעות $(1 + 2)$, ובכוס השלישית 7 מטבעות.



עמ' 108 2.

באחת המעבדות מגדלים חיידקים בצנצנות. בכל צנצנת יש חיידק אחד, שבכל שנייה מתחלק לשני חיידקים. החיידקים ממלאים את הצנצנת תוך שעה. באחד הימים שם בטעות מדען מפוזר שני חיידקים בתוך צנצנת. תוך כמה זמן התמלאה הצנצנת בחיידקים? 59 שניות. כמה זמן היה לוקח לצנצנת להתמלא, אילו המדען היה שם בה בטעות 4 חיידקים? 58 שניות.



חלוקה ביחס – עמוד 109

יש מספר אסטרטגיות לחלק כמות נתונה לחלקים על פי יחס נתון (לחלקים לא דווקא שווים).
 כאשר רוצים לחלק כמות לשני חלקים שהיחס ביניהם הוא $a : b$ אפשר לחלק את כל כמות ל: $(a + b)$ חלקים.
 האחד יקבל a חלקים והאחר b חלקים, כמודגם בדרך של איתמר בפעילות 15.
 אפשר לחשב את הגדלים $\frac{a}{a+b}$ ו- $\frac{b}{a+b}$ ולמצוא את החלק מתוך השלם הנתון כמודגם בדרך של מיכאל בפעילות 15.

פעילות 15 – עולים לכלי הרכב ביחס של 3 : 4 עמוד 109

אפיון הפעילות: הקשר מחיי היום-יום לחלוקה של כמות ביחס נתון.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 16.

א. יש לחלק 35 ביחס של 3 : 4.

הדרך של איתמר

מציירים ייצוג לתלמידים שעולים על הרכב הקטן וייצוג לתלמידים שעולים על הרכב בגדול. על כל 3 תלמידים (3 עיגולים כחולים) שעולים על הרכב הקטן עולים 4 תלמידים (4 עיגולים אדומים) על הרכב הגדול. חוזרים על התהליך עד שכל 35 התלמידים עולים לרכבים.

מכיוון שבכל קבוצה יש 7 ילדים יש בסך הכל, 5 קבוצות כאלו. $(35 : 7)$.
 לכן, מתוך 35 התלמידים $5 \cdot 3 = 15$ עלו לרכב הקטן ו- $5 \cdot 4 = 20$ עלו לרכב הגדול.

הדרך של מיכאל

לפי הדרך של מיכאל אנו שואלים איזה חלק מהתלמידים עולים לרכב הקטן ואיזה לרכב הגדול.

מתלמידי הכיתה עולים לרכב הקטן $\frac{3}{7}$;
 מתלמידי הכיתה עולים לרכב הגדול $\frac{4}{7}$.

$$\frac{4}{7} \cdot 35 = 20, \quad \frac{3}{7} \cdot 35 = 15$$

השלם במקרה זה הוא כל תלמידי הכיתה.

ב. באותו אופן נמצא את מספר מקומות הישיבה בכל רכב.

בדרך של איתמר $42 : 7 = 6$; $3 \cdot 6 = 18$; $4 \cdot 6 = 24$

בדרך של מיכאל $42 \leftarrow \frac{3}{7} \cdot 42$; $24 \leftarrow \frac{4}{7} \cdot 42$

ג. ברכב הגדול יש 20 תלמידים ועוד מורה סה"כ 21 נוסעים. ברכב הקטן יש 15

פעילות 15 – עולים לכלי הרכב ביחס של 3 : 4

כיתה ז' מתארגנת לסיור במוזיאון, בשני כלי רכב. לסיור יצאו 35 תלמידים ו- 2 מורים. היחס בין מספר המקומות ברכב הקטן למספר המקומות ברכב הגדול הוא 3 : 4.

א. המורה ביקשה מהתלמידים להסתדר בשתי קבוצות לפי יחס המקומות בכלי הרכב. כמה תלמידים יהיו בכל כלי רכב?

הדרך של איתמר

אני מדמיין תהליך שבו התלמידים עולים בקבוצות.
 על כל 3 תלמידים שעולים לרכב הקטן, 4 תלמידים עולים לרכב הגדול.

קב 1	$3 + 4 = 7$		בכל קבוצה יש 7 תלמידים.	$3 + 4 = 7$
קב 2	$3 + 4 = 7$		יש 5 קבוצות של 7 תלמידים.	$35 : 7 = 5$
קב 3	$3 + 4 = 7$		ברכב הקטן יש 15 תלמידים.	$5 \cdot 3 = 15$ תלמי קבו
קב 4	$3 + 4 = 7$		ברכב הגדול יש 20 תלמידים.	$5 \cdot 4 = 20$ תלמי קבו
קב 5	$3 + 4 = 7$			

הדרך של מיכאל

מתוך תלמידי הכיתה:

$$\frac{3}{7} \cdot 35 = 15 \quad \text{מהתלמידים עולים לרכב הקטן.}$$

$$\frac{4}{7} \cdot 35 = 20 \quad \text{מהתלמידים עולים לרכב הגדול.}$$

ב. בשני הרכבים יחד יש 42 מקומות.

מצאו, בדרך של איתמר ובדרך של מיכאל, כמה מקומות ישיבה יש בכל כלי רכב. האם יש בכל כלי רכב מקום למורה מלווה?

ג. כמה תלמידים צריכים להצטרף לרכב הגדול כדי שהיחס בין מספר הנוסעים (תלמידים + מורה) ברכב הקטן למספר הנוסעים (תלמידים + מורה) ברכב הגדול יהיה 2 : 3 ?

תלמידים ועוד מורה סה"כ 16 נוסעים.

$$\frac{16}{21} \neq \frac{2}{3} \quad \left(\frac{16}{21} > \frac{2}{3} \right)$$

יש להוסיף תלמידים לרכב הגדול כדי לקבל את היחס המבוקש.
היחס המבוקש:

$$\frac{16}{?} = \frac{2}{3}$$

$$3 \cdot 8 = 24$$

צריכים להיות ברכב הגדול 24 נוסעים.

כרגע יש רק 21 לכן צריכים להוסיף 3 תלמידים.

פעילות 16 – מחלקים דמי כיס ביחס של 1 : 2 עמוד 110

אפיון הפעילויות: חלוקה ביחס.

תרגילים מתאימים: תרגילים 59 – 66 עמודים 111 – 112.

א. פתרון באסטרטגיות שהוצגו בפעילות 15.

ב. יואב צריך לחלק 48 ביחס של 1 : 2.

פתרון אפשרי:

לחלק 48 ל-3 חלקים שווים.

כל חלק הוא 16.

לבזבז $1 \times 16 = 16$ שקלים

לחסכון $2 \times 16 = 32$ שקלים.

פתרון אפשרי:

$$\frac{1}{3} \times 48 = 16 \text{ לבזבז}$$

$$\frac{2}{3} \times 48 = 32 \text{ לחסכון}$$

ג. יואב צריך לחלק 48 ביחס של 5 : 7.

$$\frac{5}{12} \times 48 = 20 \text{ לבזבז; } 20 \text{ שקלים;}$$

$$\frac{7}{12} \times 48 = 28 \text{ לחסכון } 28 \text{ שקלים.}$$

ד. פתרון אפשרי:

$$\frac{x}{35} = \frac{3}{5} \quad x \text{ כסף לבזבז.}$$

$$5x = 105$$

$$x = 21$$

לבזבז יש לו 21 שקלים. כלומר, הוא צריך לקבל $21 + 35 = 56$

← 56 שקלים.

מה המשמעות של חלוקה ביחס 1 : 1 ?

דוגמה: חלקו 48 שקלים בין יואב ואיתמר ביחס של 1 : 1. 24:24

חלוקה ביחס של 1 : 1 פירושה לחלק לשני חלקים שווים. לכן, 48 יחולקו ל-24 ו-24 שקלים.

פעילות 16 – מחלקים דמי כיס ביחס של 3 : 5

יואב מחלק את דמי הכיס שהוא מקבל בין כסף להוצאות וכסף לחיסכון ביחס של 3 : 5.

א. יואב קיבל 48 שקלים. כמה כסף הקציב להוצאות?

הדרך של מיכאל	הדרך של איתמר
$\frac{3}{8} \cdot 48 = 18$ מהכסף להוצאות. $\frac{5}{8} \cdot 48 = 30$ מהכסף לחיסכון.	אני מדמיין את התהליך הבא: על כל 3 שקלים להוצאות 5 שקלים לחיסכון. בכל שלב בתהליך 8 שקלים. $3 + 5 = 8$ חוזרים על התהליך 6 פעמים. $48 : 8 = 6$ כסף להוצאות: 18 שקלים. $3 \cdot 6 = 18$ שלבים שקלים כסף לחיסכון: 30 שקלים. $5 \cdot 6 = 30$ שלבים שקלים

תשובה: יואב הקציב 18 שקלים להוצאות.

ב. כמה כסף יקציב לחיסכון, אם הוא רוצה שהיחס בין הכסף להוצאות לכסף לחיסכון יהיה 1 : 2 ?

צריך לחלק את 48 ביחס של 1 : 2.
נפתור בדרך של מיכאל:

$\frac{1}{3} \cdot 48 = 16$ של הכסף להוצאות: $\frac{2}{3} \cdot 48 = 32$ של הכסף לחיסכון.
תשובה: יואב יקציב לחיסכון 32 שקלים.

ג. כמה כסף הוא יקציב לחיסכון, אם הוא רוצה שהיחס בין הכסף להוצאות לכסף לחיסכון יהיה 5 : 7 ?

ד. יואב רוצה לחסוך 35 שקלים.
כמה דמי כיס עליו לקבל כדי לשמור על יחס של 3 : 5 בין הכסף להוצאות לכסף לחיסכון?

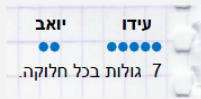
דוגמה – עמוד 111

בדוגמה יש התייחסות מפורשת למספר הבסיס. אם מבקשים לחלק 42 ביחס של 2 ל-5 הרי שהמספר 7 הוא מספר הבסיס.

א. 7 הוא הסכום של 2 ו-5. אם יש לחלק 42 ביחס של 2 : 5, הרי שנחלק את השלם לקבוצות של 7. מתוך ה-7, 2 חלקים ילכו לכמות אחת, ו-5 חלקים לכמות השנייה.

דוגמה:

מחלקים 42 גולות בין יואב ועידו ביחס של 2 : 5.



- א. מה הקשר בין המספר 7 לבין המספרים 2 ו-5 הנתונים בשאלה?
 ב. כמה גולות יקבל כל אחד מהם?

פתרון:

בחלוקה ביחס של 2 : 5 נבצע את השלבים הבאים:

הדרך של איתמר	הדרך של מיכאל
(1) נחלק ל-7 קבוצות שוות. בכל קבוצה יש 6 גולות.	(1) החלק של יואב $\frac{2}{7}$
(2) יואב מקבל 2 קבוצות. $2 \cdot 6 = 12$	(2) החלק של עידו $\frac{5}{7}$
(3) עידו מקבל 5 קבוצות. $5 \cdot 6 = 30$	(3) יואב מקבל $\frac{2}{7} \cdot 42 = 12$
	(4) עידו מקבל $\frac{5}{7} \cdot 42 = 30$

יואב יקבל 12 גולות.
 עידו יקבל 30 גולות.

תרגילים

עמ' 111 59. לעמרי ויותם יש 72 מדבקות. הם מחלקים את המדבקות ביניהם ביחס של 5 : 4. כמה מדבקות יקבל עמרי?

כמה מדבקות יקבל יותם? עמרי 32 ויותם 40

- עמ' 111 60. א. חלקו 48 ביחס של 3 : 5. 18 : 30
 ב. חלקו 85 ביחס של 6 : 11. 30 : 55
 ג. חלקו 960 ביחס של 5 : 7. 400 : 560
 ד. חלקו 2,400 ביחס של 1 : 5. 400 : 2000



עמ' 111 61. לחקלאי 24 דונם, בהם הוא מגדל פלפלים ירוקים ופלפלים צהובים ביחס של 3 : 5.

על כמה דונמים הוא מגדל פלפלים ירוקים? 9 דונם

עמ' 112 62. בקופסת הממתקים יש 40 חטיפי שוקולד. על כל 2 חטיפי שוקולד חלב יש 3 חטיפי שוקולד מריר.

כמה חטיפי שוקולד חלב בקופסה? 16

עמ' 112 63. אריאל שילם 80 שקלים עבור צבעים ועבור קופסה לאחסון הצבעים.

היחס בין מחיר הצבעים למחיר הקופסה היה 1 : 4.

כמה שילם עבור הקופסה? 16 שקלים

עמ' 112 64.

מיטל מחלקת את שעות הפנאי בין פעילויות בחצר לפעילויות בבית ביחס של 3 : 1. בשבוע האחרון היו לה 12 שעות פנאי. כמה שעות בילתה בפעילות בחצר? 3 שעות

עמ' 112 65.

יוסי תיקן את מכונתו במוסך ושילם עבור התיקון 2,240 שקלים. היחס בין שכר העבודה לבין מחיר חלקי החילוף הוא 5 : 2. א. מה היה שכר העבודה? 640 שקלים ב. מה היה מחיר חלקי החילוף? 1,600 שקלים

עמ' 112 66.

81 תלמידי השכבה יצאו לטיול. הם התחלקו בין שני האוטובוסים ביחס של 4 : 5. כמה תלמידים היו בכל אחד מהאוטובוסים? 36, 45

עמ' 112

דוגמה:
את ארוחת הצהריים בטיול אכלו התלמידים בישיבה מתחת לסככות. מתחת לסככה הקטנה ישבו 18 תלמידים ומתחת לסככה הגדולה ישבו 42 תלמידים. את 20 קופסאות המזון חילקו בין שתי הסככות לפי היחס בין מספרי התלמידים בכל סככה. כמה קופסאות נתנו לכל סככה?

פתרון:
א. נחשב תחילה את היחס המצומצם. $18 : 42 = 3 : 7$
ב. נחלק את 20 הקופסאות ביחס של 3 : 7.

הסככה הקטנה קיבלה 6 קופסאות	$\frac{3}{10} \cdot 20 = 6$	הקופסאות:
הסככה הגדולה קיבלה 14 קופסאות	$\frac{7}{10} \cdot 20 = 14$	הקופסאות:

עמ' 113 67.

בכיתה ח₁ יש 30 תלמידים. בכיתה ח₂ יש 32 תלמידים. עלות הטיול לשתי הכיתות יחד הייתה 2,480 שקלים. מה הייתה עלות הטיול לכל אחת מהכיתות? $1,200 - 1n$ שקלים, $1,280 - 2n$ שקלים

עמ' 113 68.

סביב השולחן הגדול יושבים 12 סועדים. סביב השולחן הקטן יושבים 8 סועדים. מחלקים 10 בקבוקי שתייה בין השולחנות על פי היחס של מספרי הסועדים. כמה בקבוקים יהיו על כל שולחן? 4, 6

עמ' 113 69.

סכום הגילים של אב ובנו הוא 63. היחס בין הגילים הוא 2 : 7. בן כמה האב? בן כמה הבן? 14, 49

עמ' 113 70.

פועל ותיק ופועל מתמחה עובדים בבית אריזה. בזמן שהפועל הוותיק ארז 4 ארגזים, ארז הפועל המתמחה 3 ארגזים. ביום ראשון ארזו שני הפועלים יחד 84 ארגזים. כמה ארגזים ארז כל אחד מהפועלים? 36, 48

אתנחתא – עמוד 113

1.

לסיגל חמש שרשראות שבכל אחת מהן שלוש חוליות.

סיגל ניגשה לצורף ובקשה ממנו להכין מהן שרשרת אחת ארוכה.

פתיחה של כל חולייה עולה 20 שקלים

וסגירה מחדש של כל חולייה עולה 10 שקלים,

ולכן סיגל ניסתה למצוא את הדרך היעילה ביותר

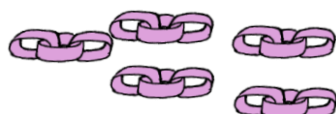
לחיבור השרשרת.

סיגל גילתה שהצורף יוכל ליצור שרשרת ארוכה על ידי פתיחה וסגירה של שלוש חוליות.

מהן ההנחיות שנתנה סיגל לצורף?

סיגל פירקה שרשרת אחת של 3 טבעות ופתחה את כל 3 הטבעות. כל אחת מ-3 הטבעות שנפתחו מחברת 2

שרשרות זו לזו. לחיבור 4 שרשרות יש צורך ב-3 חוליות. בכך התקבלה שרשרת שבה 15 חוליות.



2.

בתחרות חשיבה מתמטית נתנו לכל משתתף מאזניים והציגו בפניו את שתי המשימות הבאות:

א. לפניכם שלוש מטבעות. המטבעות נראות זהות, אך רק שתיים מהן באותו המשקל,

והשלישית קלה יותר.

עליכם למצוא בעזרת שקילה אחת בלבד את המטבע הקלה מהשתיים האחרות.

מניחים 2 מטבעות אחת על כל כף מאזניים. אם המאזניים מאוזנים – המטבע השלישית היא השונה. אם המאזניים

לא מאוזנים, ניתן לדעת איזו מטבע קלה יותר.

ב. לפניכם תשע מטבעות. לשמונה מהן יש אותו משקל, ואחת קלה מהאחרות.

עליכם למצוא בעזרת שתי שקילות בלבד את המטבע הקלה.

מניחים 3 מטבעות על כל כף מאזניים. אם המאזניים מאוזנים – אחת משלוש המטבעות האחרות היא הקלה יותר.

אם המאזניים לא מאוזנים, ניתן לדעת על איזו כף נמצאת המטבע הקלה יותר. לפי סעיף א ניתן למצוא את הקלה

מבין ה-3.



עוד על חלוקה ביחס עמוד 114

פעילות 17 – חרוזים ביחס של 2 : 5 : 3 עמוד 114

אפיון הפעילות: חלוקה ביחס נתון ליותר משתי קבוצות.

תרגילים מתאימים: 71 – 76, עמוד 115.

באופן עקרוני אסטרטגיות החלוקה לשלוש קבוצות ביחס נתון, אינן שונות מאסטרטגיות החלוקה לשתי קבוצות.

היחס הנתון בפעילות הוא: 2 : 5 : 3.

במחרוזת של תמר אותו יחס, במחרוזת של תמר 8 חרוזים ירוקים. $4 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 8 \end{pmatrix}$

המספר של החרוזים הירוקים גדל פי 4, לכן גם המספר של שאר החרוזים צריך לגדול פי 4.

ב. כיצד מחלקים 50 חרוזים ביחס של 2 : 5 : 3 ? בפעילות מוצגת הדרך של איתמר.

בדרך של מיכאל ניתן לומר ש:

$$\frac{2}{10} \text{ מהחרוזים הם ירוקים,}$$

$$\frac{5}{10} \text{ אדומים,}$$

$$\frac{3}{10} \text{ כחולים. לכן:}$$

$$10 = 50 \cdot \frac{2}{10} \text{ ירוקים}$$

$$25 = 50 \cdot \frac{5}{10} \text{ אדומים}$$

$$15 = 50 \cdot \frac{3}{10} \text{ כחולים}$$

ג. האם ניתן לחלק 65 ביחס של 2 : 5 : 3 ?

הדרך של איתמר מוסברת בפעילות.

$$13 = 65 \cdot \frac{2}{10} \text{ בדרך של מיכאל:}$$

ירוקים

$$32.5 = 65 \cdot \frac{5}{10}$$

המספר שהתקבל איננו מספר שלם.

לכן אין אפשרות לחלק את 65

החרוזים ביחס הנתון.

פעילות 17 – חרוזים ביחס של 2 : 5 : 3



במחרוזת של ליטל חרוזים משלושה צבעים.
היחס בין מספר החרוזים הירוקים, האדומים, והכחולים הוא 2 : 5 : 3.
על כל 2 חרוזים ירוקים יש 5 חרוזים אדומים ו-3 חרוזים כחולים.

א. במחרוזת של תמר היחס בין מספר החרוזים הירוקים, האדומים, והכחולים שווה ליחס במחרוזת של ליטל. במחרוזת של תמר 8 חרוזים ירוקים.
כמה חרוזים אדומים וכמה חרוזים כחולים במחרוזת שלה?

ב. גם במחרוזת של מיכל אותו יחס. במחרוזת של מיכל 50 חרוזים.

כמה חרוזים מכל צבע במחרוזת שלה?

ג. גם במחרוזת של דפנה אותו יחס. האם ייתכן שבמחרוזת של דפנה 65 חרוזים? הסבירו.

פתרון:

א. היחס בין החרוזים במחרוזת של ליטל הוא:
לכן היחס במחרוזת של תמר הוא:

ב. נחלק את 50 החרוזים ביחס של 2 : 5 : 3.

נפתור בדרך של איתמר:

$$(1) \text{ נדמיין קבוצות של 10 חרוזים. } 2 + 5 + 3 = 10$$

$$(2) \text{ יש 5 קבוצות. } 50 : 10 = 5$$

$$(3) \text{ חרוזים ירוקים } 2 \cdot 5 = 10$$

$$\text{חרוזים אדומים } 5 \cdot 5 = 25$$

$$\text{חרוזים כחולים } 3 \cdot 5 = 15$$

פתרו את סעיף ב גם בדרך של מיכאל.

ג. נבדוק האם ניתן לחלק 65 ביחס של 2 : 5 : 3.

$$(1) \text{ בכל קבוצה 10 חרוזים: } 2 + 3 + 5 = 10$$

(2) כמה קבוצות? $65 : 10 \leftarrow$ מספר הקבוצות חייב להיות שלם.
65 : 10 איננו מספר שלם, לכן לא יכולות להיות 10 קבוצות.

לא ייתכן שבמחרוזת של דפנה 65 חרוזים והיחס בין מספרי החרוזים מהצבעים השונים יהיה 2 : 5 : 3.

תרגילים

בתרגילים 71 – 76 יש שימוש ישיר באסטרטגיות המוצגות בפעילות 17.

עמ' 115 71. היחס בין הגדלים של שלוש הזוויות במשולש נתון הוא $2 : 3 : 4$.

מה גודל כל אחת מהזוויות? $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$

עמ' 115 72. יערה, הילה, ומעיין שילמו עבור הארוחה ביחס של $2 : 3 : 2$.

הארוחה עלתה 52.50 שקלים.

כמה שילמה כל אחת מהן? יערה - 15 שקלים, הילה - 22.5 שקלים, מעיין - 15 שקלים

עמ' 115 73. חקלאי נטע שלושה סוגי תבואה על שטח של 400 דונם.

חיטה, שעורה, ושיבולת שועל, ביחס של $5 : 1 : 2$.

כמה דונמים מכל סוג נטע? חיטה - 250 דונם, שעורה - 50 דונם, שיבולת שועל - 100 דונם

עמ' 115 74. היחס בין מספר הגולות של ראובן, שמעון, ודוד הוא $6 : 4 : 5$. לשמעון 24 גולות.

כמה גולות לשלושתם יחד? 90 גולות

היחס בין מספר הגולות של ראובן, שמעון, ודוד הוא $6 : 4 : 5$. אם לשמעון 24 גולות הרי שיש לו פי 6 מאשר היחס המצומצם.

לכן, יש לכפול את כל אחד מהמספרים האחרים גם כן ב- 6.
לכן לראובן יש $6 \times 6 \leftarrow 36$ גולות, לדוד $5 \times 6 \leftarrow 30$ גולות.

$6 : 4 : 5$
 $6 \cdot \downarrow$
 24

עמ' 115 75. שתי קבוצות התחרו ביניהן ב- 3 סבבים. בכל סבב מספר שונה של משחקים.

יחס הניצחונות בין קבוצה א לקבוצה ב מתואר בטבלה.

קב' ב קב' א

3 : 1	סבב ראשון
1 : 2	סבב שני
4 : 3	סבב שלישי

א. איזו קבוצה ניצחה ביותר משחקים? הסבירו. לא ניתן לדעת

ב. בסבב הראשון היו 8 משחקים.

בסבב השני היו 21 משחקים.

בסבב השלישי היו 14 משחקים.

איזו קבוצה ניצחה ביותר משחקים? הסבירו. (קבוצה ב)

א. לא ניתן לדעת איזו קבוצה ניצחה ביותר משחקים. לכאורה נראה שקבוצה א זכתה ביותר משחקים $(4 + 1 + 3)$ לעומת

קבוצה ב $(3 + 2 + 1)$. אבל מכיוון שלא ידוע כמה משחקים היו בכל סבב לא ניתן לדעת מהיחסים בסבבים השונים את

הכמויות בכל סבב.

קבוצה א

קבוצה ב

6	2	בסבב הראשון: 8 משחקים יחס $3 : 1$
7	14	בסבב השני: 21 משחקים יחס $1 : 2$
8	6	בסבב השלישי: 14 משחקים יחס $4 : 3$

לכן סה"כ קבוצה א ניצחה ב: 21 משחקים. קבוצה ב ניצחה ב: 22 משחקים.

בסבב השני הייתה הכמות הגדולה ביותר של משחקים. היחס העודף של קבוצה ב בסבב זה הוביל לכך שהם ניצחו ביותר משחקים.

76. משקלו של גור אריות קטן פי 4 ממשקלו של פילון, וגדול פי 3 ממשקלו של גור זאבים. שלושת בעלי החיים שוקלים ביחד 208 ק"ג.

מה משקל גור האריות? 39 ק"ג

היחס בין משקל הפילון למשקל גור האריות הוא: 4 : 1
 אריה פילון
 היחס בין משקל גור האריות למשקל גור הזאבים הוא: 3 : 1
 זאב אריה

משני יחסים יש להסיק על היחס בין כל השלושה. לצורך כך נרחיב את אחד היחסים כך שהכמות שמופיעה בשני היחסים (גור

האריות) תיוצג על ידי אותו מספר. 12 : 3
 3 : 1
 לכן היחס בין השלושה הוא 12 : 3 : 1.
 נחלק את 208 ל- 16 חלקים (12 + 3 + 1) ונכפול בחלק היחסי:

פילון	גור אריות	גור זאבים
$\frac{208 \cdot 12}{16} = 156$	$\frac{208 \cdot 3}{16} = 39$	$\frac{208 \cdot 1}{16} = 13$
156 ק"ג	39 ק"ג	13 ק"ג

פרופורציה – שוויון בין שני יחסים עמוד 116

ביחס אנו עוסקים בקשר בין שני גדלים. בפרופורציה עוסקים בקשר בין שני יחסים.

אם בין שני יחסים קיים שוויון אנו אומרים שקיימת פרופורציה.

בפרק פרופורציה אנו מבחינים בין שולשה סוגים של שאלות:

(1) שאלות של ערך חסר – בשאלות אלו נתונים שלושה ערכים מתוך הפרופורציה והמטלה היא למצוא את הערך הרביעי.

(2) שאלות של השוואה – שאלות בהן נתונים כל ארבעה ערכים והמטלה היא לבדוק אם מתקיימת פרופורציה.

(3) שאלות של אומדן איכותי – בשאלות אלו יש לאמוד או להשוות, אבל לא תוך שימוש בערכים מספריים מסוימים.

במחקר עוסקים בנוסף ל- 3 סוגים אלו של שאלות, גם בשאלות השוואה בהן הנבדקים נדרשים לקבוע יחס סדר בין זוגות של

יחסים ($=$, $>$, $<$).

בדרך כלל, כאשר תלמידים בודקים אם שני יחסים שווים הם משתמשים באחת משתי אסטרטגיות:

הצגת כל אחד מהיחסים כיחס מצומצם; הרחבה או צמצום של אחד היחסים למכנה (או מונה) משותף עם היחס השני.

פעילויות 18 ו- 19 – שוויון בין יחסים עמוד 116

אפיון הפעילויות: הצגה בסיסית של מושג

הפרופורציה.

תרגילים מתאימים: 77 – 81,

עמוד 117.

בפעילויות שואלים שאלה ישירה:

האם בשני החוגים יש אותו יחס בין מספר

התלמידים מכיתה ז וכיתה ח?

ובאופן דומה לגבי ההסעות. האסטרטגיה

לתשובה המוצגת בפעילות היא של מציאת שני

היחסים המצומצמים. ומוצג מושג

הפרופורציה:

פרופורציה היא שוויון בין יחסים.

בחי' היומיום יש שימוש במילה פרופורציה

בהקשרים שונים. למשל, התמונה אסתטית כי

יש בה פרופורציה נעימה לעין; המשכורת

שקיבל איננה פרופורציונית לתפקיד שהוא

ממלא. לעיתים השימוש בצורה יותר קרובה

להגדרה המתמטית: משקלו איננו פרופורציוני

לגובהו (בהשוואה לאיזו נורמה נסותרת). בחי'

היומיום כאשר משתמשים במילה פרופורציה

מתכוונים ליחס נכון, יחס מתאים, ובחוסר

פרופורציה ליחס לא נכון, בלי שום יחס וכדומה.

ניתן לדון בכיתה בהבדלים בין השימוש הרחב,

הלא מוגדר בחי' היומיום לבין ההגדרה

המדויקת והשימוש הצר במתמטיקה.

פרופורציה – שוויון בין שני יחסים

פעילות 18 – שוויון בין יחסים

בחוג להתעמלות קרקע משתתפים 6 תלמידי כיתות ז, ו- 8 תלמידי כיתות ח.

בחוג ג'ודו משתתפים 12 תלמידי כיתות ז, ו- 16 תלמידי כיתות ח.

האם בשני החוגים היחס בין מספר תלמידי כיתות ז למספר תלמידי כיתות ח הוא אותו היחס?

פעילות 19 – שוויון בין יחסים

90 מתלמידי כיתות ז מגיעים בהסעות, ו- 60 מגיעים בכוחות עצמם.

96 מתלמידי כיתות ח מגיעים בהסעות, ו- 64 מגיעים בכוחות עצמם.

האם היחס בשתי הכיתות שווה?

הסעות

היחס בכיתות ז הוא 90 : 60

היחס בכיתות ח הוא 96 : 64

כדי להשוות נוח לעבור ליחסים המצומצמים

$$30 : 2 \left(\frac{90 : 60}{3 : 2} \right) : 30 \quad 32 : 2 \left(\frac{96 : 64}{3 : 2} \right) : 32$$

היחסים שווים.

$$90 : 60 = 96 : 64 \quad \text{כותבים:}$$

$$\frac{90}{60} = \frac{96}{64} \quad \text{אפשר גם לכתוב:}$$

חוגים

היחס בחוג להתעמלות קרקע הוא 6 : 8

היחס בחוג לג'ודו הוא 12 : 16

כדי להשוות נוח לעבור ליחסים המצומצמים

$$2 : 2 \left(\frac{6 : 8}{3 : 4} \right) : 2 \quad 4 : 2 \left(\frac{12 : 16}{3 : 4} \right) : 4$$

היחסים שווים.

$$6 : 8 = 12 : 16 \quad \text{כותבים:}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{12}{16} \quad \text{אפשר גם לכתוב:}$$

פרופורציה היא שוויון בין יחסים.

תרגילים מתאימים: 77 – 81
עמוד 115

דוגמה:

בגביע יוגורט בטעם פירות, מתוצרת "זו ארצנו", יש 40 גרם פרי ו- 320 גרם יוגורט.

בגביע יוגורט בטעם פירות, מתוצרת "ארץ הגליל", יש 28 גרם פרי ו- 196 גרם יוגורט.

האם בשני הגביעים, היחס בין הפרי ליוגורט הוא אותו היחס?

$$\frac{28}{196} = \frac{1}{7} \quad \text{ארץ הגליל}$$

$$\frac{40}{320} = \frac{1}{8} \quad \text{זו ארצנו}$$

היחסים שונים

באיזה יוגורט יש, באופן יחסי, יותר פרי?

תרגילים – עמוד 117

עמ' 117 77. לפניהם צנצנות עם חרוזים. על כל תווית רשום כמה חרוזים מכל צבע יש בצנצנת.

מצאו זוגות של צנצנות בהן יש יחסים שווים בין מספר החרוזים האדומים למספר החרוזים הכחולים.
כלומר, קיימת ביניהם פרופורציה. א – ד, ב – ג



תרגול ישיר של מושג הפרופורציה. ניתן להעביר את היחס בכל אחת מהצנצנות ליחס מצומם ולהשוות:

א. $\begin{pmatrix} 6 : 6 \\ 1 : 1 \end{pmatrix}$ ב. $\begin{pmatrix} 4 : 5 \\ \text{יחס מצומם} \end{pmatrix}$ ג. $\begin{pmatrix} 16 : 20 \\ 4 : 5 \end{pmatrix}$ ד. $\begin{pmatrix} 7 : 7 \\ 1 : 1 \end{pmatrix}$ ה. $\begin{pmatrix} 15 : 30 \\ 1 : 2 \end{pmatrix}$

לכן בצנצנות א ו- ד היחסים שווים. כלומר, קיימת פרופורציה. כן בצנצנות ב ו- ג.

עמ' 117 78. בכל סעיף מסורטטות שתי צנצנות:

צנצנת אחת שבה חרוזים לבנים ואדומים וצנצנת שנייה בה חרוזים אדומים בלבד.
הוסיפו לצנצנת השנייה חרוזים לבנים כך שתתקיים פרופורציה.



בשאלה זו יש גודל חסר ויש להשלימו כך שתיווצר פרופורציה.

א. $\frac{8}{24} = \frac{1}{?}$ המספר החסר הוא 3 או $\cdot 3 \begin{pmatrix} 8 : 1 \\ 24 : ? \end{pmatrix} \cdot 3$

ב. $\frac{3}{12} = \frac{6}{?}$ נצמצם $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ המספר החסר הוא 8 או $\cdot 1\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 9 : 12 \\ 6 : ? \end{pmatrix} : 1\frac{1}{2}$
 $12 : 1\frac{1}{2} = 8$

ג. $\frac{10}{15} = \frac{2}{?}$ נצמצם $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ המספר החסר הוא 18 או $\begin{pmatrix} 10 : 15 \\ 12 : ? \end{pmatrix}$
כדאי לעבור ליחס מצומם
 $\cdot 6 \begin{pmatrix} 2 : 3 \\ 12 : ? \end{pmatrix} \cdot 6$
 $\begin{pmatrix} 2 : 3 \\ 12 : 8 \end{pmatrix}$

חלקה בת 4 דונם מניבה יבול של 10 טון. חלקה בת 6 דונם מניבה יבול של 12 טון.

א. האם היחס בין שטח החלקה ליבול שווה בשני המקרים? (האם מתקיימת ביניהם פרופורציה?) לא

ב. שנו את אחד מהנתונים כך שתתקיים ביניהם פרופורציה. לדוגמה, $\frac{4}{8} = \frac{6}{12}$ או $\frac{5}{10} = \frac{6}{12}$ (יש עוד אפשרויות)

א. היחס איננו שווה. $\frac{10}{4} \neq \frac{12}{6}$ או $\frac{4}{10} = \frac{6}{15}$

ניתן לשאול איזו חלקה מניבה יותר לדונם אחד? החלקה של 4 הדונמים פוריה יותר. היא מניבה $2\frac{1}{2}$ טון לדונם.

ב. יש כמה אפשרויות לשינוי הנתונים.

$$(1) \quad \frac{10}{5} = \frac{12}{6} \quad \text{נגדיל את החלקה הראשונה ל-5 דונם} \quad \frac{10}{5} = \frac{12}{6}$$

במקרה זה נקבל יחסים שווים. כדאי לדון במסקנה ששינוי זה משמעותו שטח פורה פחות. עכשיו משטח של 5 דונם יש 10 טון יבול. (בחלקה של ה-6 דונם, יש 12 טון יבול. כלומר, מכל דונם יש שני טון יבול. כדי שתתקיים פרופורציה, מ-4 דונם היו אמורים להיות 8 טון יבול)

נשנה את היבול ולא את השטח:

$$(2) \quad \text{היבול מהשטח של 4 דונם צריך להיות 8 טון.} \quad 2 \cdot \left(\frac{4}{8} = \frac{12}{6} \right) \cdot 2$$

אפשר לבדוק את כל השינויים האפשריים.

לפניכם סרטוטים מוקטנים של משולשים ישרי זווית.

א. היחס בין האורך של AB לאורך של BC

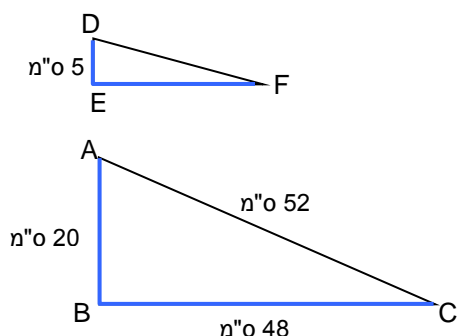
שווה ליחס בין האורך של DE לאורך של EF.

מה האורך של הניצב EF? $EF = 12$ מ"

ב. היחס בין האורך של AC לאורך של AB

שווה ליחס שבין האורך של DF לאורך של DE.

מה האורך של היתר DF? $DF = 13$ מ"



השאלה איננה עוסקת ישירות בדמיון משולשים. על סמך הנתונים בשאלה מתבקשים התלמידים למצוא את הגודל החסר.

או פנימיים:

ניתן לפתור על ידי יחסים חיצוניים:

$$? \cdot \left(\frac{20}{5} = \frac{48}{x} \right) : 4$$

צמצמנו פי 4 לכן גם את 48 נצמצם פי 4

$$? \cdot 2.4 \cdot \left(\frac{20}{48} = \frac{5}{x} \right)$$

יחסים חיצוניים

בגלל אופי המספרים נוח יותר במקרה זה לחשב על סמך היחסים הפנימיים.

בישוב דגנית יש 6,000 מבוגרים ו- 7,500 ילדים. בישוב חרצית יש 4,000 מבוגרים ו- 5,000 ילדים.
 א. האם היחס בין מספר המבוגרים למספר הילדים שווה בשני היישובים? (האם מתקיימת ביניהם פרופורציה?) כן
 ב. לישוב דגנית הצטרפו משפחות חדשות. במשפחות אלו יש 80 מבוגרים.
 הסתבר שהיחס בין מספר המבוגרים למספר הילדים נשאר שווה לזה שהיה לפני ההצטרפות.

כמה ילדים הצטרפו ליישוב? הצטרפו 100 ילדים

א. נצמצם: $\frac{5}{4} = \frac{5,000}{4,000}$ יחסים פנימיים

$\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$

ב. ניתן להציג כ: $\frac{x}{6,080} = \frac{7,500}{6,000}$ מספר הילדים לאחר ההצטרפות

צריכים להיות 7,600 ילדים. כלומר צריכים להתווסף 100 ילדים חדשים. $\cdot 1\frac{1}{4} \left(\frac{7,500}{6,000} = \frac{?}{6,080} \right) \cdot 1\frac{1}{4}$

התוספת צריכה להיות אף היא ביחס $\frac{5}{4}$ $6,080 \cdot 1.25 = 7,600$

אפשרות נוספת להתייחס רק לתוספת. היחס בין מספר הילדים למספר המבוגרים הוא 5:4. התוספת אמורה להיות באותו יחס.

$\frac{5}{4} = \frac{x}{80}$

חישוב גודל חסר בפרופורציה – עמוד 118

שאלות של מציאת גודל חסר בפרופורציה היו כבר במקבץ התרגילים הקודם. בפרק זה ישנה הקנייה של האסטרטגיה המקובלת – בניית משוואה אלגברית ופתרונה. עדיין, חלק גדול מהשאלות יכול להיפתר בדרכים חשבוניות. פתרון בדרך החשבונית מחייב, הרבה פעמים, שיקול דעת בדבר היחסים שכדאי להציג. האם להציג את היחסים הפנימיים או להציג את היחסים החיצוניים. לפי שיקול דעת המורה והתעניינות התלמידים, ניתן לנצל הקשרים אלו לפיתוח התובנה המספרית להבנת מושג היחס והפרופורציה.

פעילות 20 – נמצא את הגודל החסר עמוד 118

אפיון הפעילות: מציאת גודל חסר בפרופורציה בדרך אלגברית.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 22.

בשלב א מציגים את הפרופורציה כאשר x הוא הגודל החסר. $\frac{x}{87} = \frac{6}{58}$. (המספרים שנבחרו אינם מעוררים באופן מיידי סכמות מספריות לכן ניתן להצדיק את הפתרון האלגברי). מוצגות שתי דרכים לפתרון:

1) פתרון מלא של המשוואה על ידי מכנה משותף, הרחבה וצמצום.

$$\frac{x}{87} = \frac{6}{58} \quad / \quad \text{הכפלה במכנה המשותף} \\ \text{אין צורך לחשב את המכפלה}$$

2) התבוננות בתוצר של הדרך הראשונה והבאה

של "הכפל באלכסון" לסכמה המפורשת.

במידת הצורך ניתן להצדיק את הכפל באלכסון

גם ברמה המספרית:

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{21} \Leftrightarrow 3 \cdot 21 = 7 \cdot 6$$

3) ניתן לפתור את המשוואה

$$\frac{x}{87} = \frac{6}{58} \quad \text{על-ידי הכפלה ב- } 87.$$

$$x = \frac{6 \cdot 87}{58}$$

הדרך תבחר על-ידי המורה בהתאם לדרך בה

למדו לפתור משוואות עם מכנים.

הדוגמה בעמוד 119 מחזקת אסטרטגית פתרון זה.

"כפל באלכסון" הינו קיצור השלבים הכרוכים

בפתרון משוואה מהצורה: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

שבה אחד הגדלים חסר.

לפי שיקול דעת המורה ניתן לדרוש בכל תרגיל

פתרון תוך שימוש בכל השלבים.

פעילות 20 – נמצא את הגודל החסר

שכבת כיתות ח יצאה למחנה. הם התמקמו בשני מתחמים. היחס בין מספר המלווים למספר התלמידים היה שווה בשני המתחמים. במתחם "גפן" היו 6 מלווים ו- 58 תלמידים. במתחם "רימון" היו 87 תלמידים. כמה מלווים היו במתחם "רימון"?

x – מספר המלווים במתחם "רימון".
היחס בין מספר המלווים למספר התלמידים היה שווה בשני המתחמים.

היחס בין מספר המלווים למספר התלמידים היה שווה בשני המתחמים.

נציג את הפרופורציה:

$$\frac{x}{87} = \frac{6}{58}$$

הדרך של מעין

אני כופלת במכנה המשותף.

$$\frac{x}{87} = \frac{6}{58} \quad / \cdot 87 \cdot 58$$

$$\frac{58x}{87} = \frac{87 \cdot 6}{58}$$

$$58x = 87 \cdot 6$$

$$58x = 522 \quad / : 58$$

$$x = 9$$

הדרך של רענן

אני כופל ב- 87.

$$\frac{x}{87} = \frac{6}{58} \quad / \cdot 87$$

$$x = \frac{6 \cdot 87}{58}$$

$$x = \frac{522}{58}$$

$$x = 9$$

ענת אומרת

אני רואה קשר מת:

$$\frac{x}{87} = \frac{6}{58}$$

$$58 \cdot x = 87 \cdot 6$$

תשובה: במתחם "רימון" היו 9 מלווים.

בדיקה:

$$\frac{9}{87} = \frac{6}{58}$$

מצמצם:

$$\frac{3}{29} = \frac{3}{29}$$

היחס בשני המתחמים שווה.

פעילות 21 – מציאת הגודל החסר עמוד 119
אפיון הפעילות: מציאת גודל חסר בפרופורציה.
תרגילים מתאימים: 95-82, עמודים 120-121.

פעילות 21 – מציאת הגודל החסר

ב- 100 גרם גרנולה יש 245 קלוריות.
 כמה קלוריות יש בחטיף גרנולה שמשקלו 40 גרם?
 מספר הקלוריות: x
 נציג את הפרופורציה:

$$\frac{x}{40} = \frac{245}{100}$$

 נפתור את המשוואה.
 $x = 98$
 בחטיף גרנולה יש 98 קלוריות.

דוגמה:

היחס בין 5 ל- 14 הוא כמו היחס בין x ל- 42.
 מה הערך של x ?

נציג את הפרופורציה:

$$\frac{x}{42} = \frac{5}{14}$$

$$14x = 42 \cdot 5$$

$$14x = 210$$

$$x = 15$$

בדיקה:

$$\frac{15}{42} = \frac{5}{14}$$

$$\frac{5 \cdot 18}{14 \cdot 18} = \frac{5}{14}$$

$$\frac{15}{42} = \frac{5}{14}$$

- מה המגבלות על הערכים של b ו- d ?
- האם יש מגבלות גם על הערכים של a ו- c ?

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

בפרופורציה יש קשר בין ארבעה מספרים:
 אם ידועים שלושה מתוך ארבעה המספרים ניתן למצוא את המספר החסר.

פעילות 22 – מציאת הגודל החסר: משוואות שקולות עמוד 119

אפיון הפעילויות: גמישות בהצגת הפרופורציה.

תרגילים מתאימים: 95 – 82, עמודים 120 – 121.

כאשר הנתונים מנוסחים בדרך שבה הם מוצגים בפעילות 22 – היחס בין 7 ל- 16 הוא כמו היחס בין 48 ל- x – הנטייה היא לתרגם היגד מילולי זה למשוואה בצורה שבה הנתונים מוגשים:

$$\frac{7}{16} = \frac{48}{x}$$

לעיתים נוח יותר לכתוב את הנתונים בצורה: $\frac{16}{7} = \frac{x}{48}$

המטרה בפעילות היא לדון בשקילות שבין שתי ההצגות ובשיקולי הדעת המובילים לבחירה זו או אחרת.

בשתי ההצגות מוצגים היחסים הפנימיים. כדאי לפעמים גם להציג בצורה: $\frac{48}{7} = \frac{x}{16}$

כאשר פותרים בדרך אלגברית אין הבדל משמעותי בין שלוש ההצגות.

כאשר פותרים בדרך מספרית לעיתים יש עדיפות ברורה להצגה אחת על פני האחרת.

פעילות 22 – מציאת הגודל החסר: משוואות שקולות

היחס בין 7 ל- 16 הוא כמו היחס בין 48 ל- x .
 מה הערך של x ?

נציג את הפרופורציה:

הדרך של רונית

$$\frac{7}{16} = \frac{48}{x}$$

הדרך של תמר

$$\frac{16}{7} = \frac{x}{48}$$

האם שתי הבנות צודקות?
 איזו משוואה קל יותר לפתור?
 האם תמיד נוכל לבחור באיזו דרך להציג?

פתרו את המשוואה הנחה לכם יותר.
 הציבו במשוואה השנייה את הפתרון שקיבלתם ובדקו את הפתרון.

תרגילים מתאימים: 95 – 82
 עמודים: 120 – 121

תרגילים

תרגילים 82 – 93 השאלות עוסקות ביישום ישיר של חישוב גודל חסר בפרופורציה. אין כמובן צורך לפתור את כל השאלות.

עמ' 120

82. היחס בין x ל-28 הוא כמו בין 15 ל-21.

מה ערכו של x ? כתבו משוואה מתאימה ופתרו. 20

עמ' 120

83. היחס בין x ל-18 הוא כמו היחס בין 16 ל-144.

מה ערכו של x ? כתבו משוואה מתאימה ופתרו. 2

עמ' 120

84. בשעת צהריים אורך הצל של עץ שגובהו 2 מ' הוא 1.70 מ', אורך הצל של בית באותו זמן הוא 11.90 מ'.

מה גובה הבית? 14

עמ' 120

85. מחיר 6 אריזות חטיפים הוא 78 שקלים.

מה מחיר 5 אריזות חטיפים מאותו סוג?

כתבו משוואה מתאימה ופתרו. 65

עמ' 120

86. משקל 7 שקי מלט הוא 336 ק"ג.

מה משקל 3 שקי מלט בגודל זהה?

כתבו משוואה מתאימה ופתרו. 144 ק"ג

עמ' 120

87. לצביעת קיר בשטח 26 מ"ר יש צורך ב-6 ליטרים צבע.

כמה ליטרים צבע צריך לצביעת קיר ששטחו 65 מ"ר? 15 ליטר

עמ' 120

88. בכיתות ח יש 50 תלמידים. ביום א אחרו לשיעור הראשון 8 תלמידים.

היחס בין מספר המאחרים למספר תלמידי השכבה שווה בשתי השכבות.

בכיתות ז יש 75 תלמידים.

כמה תלמידי כיתות ז אחרו לשיעור הראשון ביום א? 12 תלמידים

את שאלות 89 – 91 פתרו בדרך של רענן. (פעילות 20).

עמ' 120

89. היחס בין x ל-5 שווה ליחס שבין 1 ל-75.

מה ערכו של x ? $\frac{1}{15}$

עמ' 120

90. היחס בין 8 ל- x שווה ליחס בין 21 ל-147.

מה ערכו של x ? 56

דוגמה:

$$\frac{6}{78} = \frac{5}{x}$$

נכתוב משוואה שקולה שבה x במונה:

$$\frac{78}{6} = \frac{x}{5}$$

נפתור.

$$\frac{5}{6} \cdot 78 = \frac{6}{5} \cdot x$$

מכנה משותף 30.

$$5 \cdot 78 = 6 \cdot x \quad / :6$$

$$x = 65$$

דוגמה:

היחס בין x ל-4 הוא כמו היחס בין 153 ל-9.

$$\frac{x}{4} = \frac{153}{9}$$

מה ערכו של x ?

נכתוב משוואה שקולה

$$9x = 4 \cdot 153$$

ללא מכנים.

$$9x = 612 \quad / :9$$

נפתור.

$$x = 68$$

בדיקה:

$$\frac{68}{4} = \frac{153}{9}$$

$$17 = 17$$

עמ' 120 91.

היחס בין 16 ל- 112 הוא כמו היחס בין x ל-3. $\frac{3}{7}$

מה ערכו של x ?

עמ' 121 92.

בעירייה גובים ארנונה על פי מספר החדרים בדירה.

למשפחת לוי דירה בת 5 חדרים והם משלמים ארנונה בגובה של 2,550 שקלים.

למשפחת כהן דירה בת 4 חדרים.

מה גובה הארנונה שישלמו? 2040 שקלים

עמ' 121 93.

בבית הדפוס מאחסנים חוברות על משטחים בשני גדלים. היחס בין מספר החוברות שמאוחסנות על משטח קטן למספר

החוברות שמאוחסנים על משטח גדול הוא 4 : 3. על משטח גדול ניתן לאחסן 1,600 חוברות.

כמה חוברות ניתן לאחסן על משטח קטן? 1,200 חוברות

עמ' 121 94.

חקלאי זורע חיטה בשתי חלקות. מחלקה אחת אסף 9.3 טון חיטה ומהחלקה השנייה 3 טון חיטה.

ידוע שגודל החלקה הראשונה 620 מ"ר.

מה גודל החלקה השנייה אם היחסים פרופורציוניים? 200 מ"ר

אפשרות אחת:

$$\frac{9.3}{3} = \frac{620}{x}$$

$$9.3x = 3 \cdot 620$$

$$x = \frac{3 \cdot 620}{9.3} = 200$$

השטח הוא 200 מ"ר.

עמ' 121 95.

היחס בין מספר התלמידים ומספר המורים בבית ספר "רקפת" שווה ליחס בין מספר התלמידים

ומספר המורים בבית ספר "אופק".

בבית ספר "רקפת" יש 575 תלמידים ו- 40 מורים. בבית ספר "אופק" יש 230 תלמידים.

כמה מורים בבית ספר "אופק"? 16 מורים

$$\frac{575}{40} = \frac{230}{x}$$

$$575x = 230 \cdot 40$$

$$x = \frac{230 \cdot 40}{575} = 16$$

הרכב המספרים מוביל לפתרון פורמלי. על פניו לא נראה שהמספרים הם כפולות אחד של האחר.

תרגול נוסף לפרק

עמ' 121 96.

תומר ועידו משחקים משחק. לכל אחד מהם קופסה שבה כדורים לבנים וכחולים. כל אחד מוציא כדור מהקופסה. הוצאת כדור כחול מזכה בפרס. בתום כל תור מחזירים לקופסה את הכדור שהוצא. בקופסה של תומר 15 כדורים כחולים ו-30 כדורים לבנים. בקופסה של עידו 14 כדורים כחולים ו-28 כדורים לבנים.

א. האם המשחק הוגן? כן

ב. מה היחס בין מספר הכדורים הכחולים למספר הכדורים הלבנים בכל אחת מהקופסאות? 1 : 2

עמ' 121 בפתרון אין צורך להתבסס על ידע פורמלי בהסתברות.

היחס בקופסה של תומר הוא 15 : 30 ← 1 : 2
לבנים כחולים

היחס בקופסה של עידו הוא 14 : 28 ← 1 : 2
היחסים שווים לכן המשחק הוגן.

בשאלה שבספר שואלים קודם אם המשחק הוגן ורק לאחר מכן מבקשים לבדוק את היחסים. בגלל שבקופסה של תומר 15 כדורים כחולים ואצל עידו רק 14, חלק מהתלמידים נוטה להאמין שלתומר סיכויים גדולים יותר.

97. 

בכד של מיכל 17 כדורים לבנים ו-34 כדורים כחולים. הציעו דרך להוסיף כדורים לבנים וכדורים כחולים לכד של מיכל כך שהיחס בין מספרי הכדורים הלבנים והכחולים יישמר.

עמ' 121

כל תוספת של כדורים לבנים וכחולים שבה היחס בין המספרים יהיה 1 : 2 ישמור על היחס. מספר הכדורים הכחולים שיש להוסיף צריך להיות גדול פי 2 ממספר הכדורים הלבנים. נושא זה נידון בפעילויות קודמות. יכולה להתבצע בדיקה מספרית של מספר דוגמאות ויכול להיערך דיון אינטואיטיבי.

$$\frac{17+x}{34+2x} = \frac{17}{34}$$

כדורים לבנים x
כדורים כחולים 2x

הסבר פורמלי אלגברי יכול להיות:

$$\frac{17+x}{2(17+x)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

לא מומלץ להציג הסבר זה לתלמידים

עמ' 121 98.

בזמן הקמת המפעל החליטו השותפים, אמנון ואבשלום, שהיחס בין הרווחים שלהם יהיה שווה ליחס בין ההשקעות שלהם. אמנון השקיע במפעל 350,000 שקלים ואבשלום השקיע 600,000 שקלים.

א. בשנה הראשונה היו למפעל רווחים בסך 570,000 שקלים.

כמה הרוויח כל אחד מהשותפים? 210,000 שקלים, 360,000 שקלים

ב. בשנה השנייה הרוויח אבשלום 240,000 שקלים.

כמה הרוויח אמנון באותה שנה?

א. השאלה היא שאלה של חלוקה ביחס. כדאי להיעזר ביחס מצומצם.

$$\frac{600,000}{350,000} = \frac{12}{7}$$

יחס ההשקעות הוא 12 : 7.

לכן יש לחלק את ההכנסה ביחס של 12 : 7.

$$\frac{570,000 \cdot 7}{19} = 210,000 \quad \text{אמנון יקבל } \frac{7}{19} \text{ מההכנסה:}$$

$$\frac{570,000 \cdot 12}{19} = 360,000 \quad \text{אבשלום יקבל } \frac{12}{19} \text{ מההכנסה:}$$

ב. השאלה היא: מציאת הגודל החסר.

יחס ההכנסות הוא כיחס ההשקעות כלומר:

$$\frac{x}{240,000} = \frac{7}{12}$$

$$x = 140,000$$

אמנון הרוויח 140,000 שקלים.

לפי אופי המספרים כדאי במקרה זה להציג יחסים חיצוניים:

$$-20,000 \left(\frac{12 : 7}{240,000 : x} \right) \cdot 20,000$$

$$7 \cdot 20,000 = 140,000$$

99. עמ' 122 בתמיסת דשן של "הכל לחקלאי" היחס בין כמות החנקן לשאר החומרים הוא 4 : 13.

כמה גרם חנקן יש בבקבוק המכיל 1,360 גרם תמיסת דשן? 320 ג'

השאלה היא שאלה של חלוקה ביחס. יש לחלק 1,360 ביחס של 4 : 13.

$$\frac{4}{17} \times 1360 = 320 \quad \text{חנקן:}$$

$$\frac{3}{17} \times 1,360 = 1,040 \quad \text{שאר החומרים:}$$

כמות החנקן 320 גרם.

עמ' 122 100. דני בן 12, אביו בן 52.

לפני כמה שנים היה יחס הגילים שלהם 6 : 1 ? (4)

יחס הגילים צריך להיות 6 : 1. צריך להוריד את אותו המספר מ- 12 ומ- 52. התשובה היא לפני 4 שנים, כאשר הגילים היו 48 ו- 8. ניתן לפתור על ידי ניסוי ושיפור.

$$\frac{12-x}{52-x} = \frac{1}{6} \quad \text{ייתכן ויהיו תלמידים שיוכלו לייצג את השאלה על ידי משוואה:}$$

הסבר נוסף יכול להתבסס על הפרשים: אם היחס היה 6 : 1 אז ההפרש הוא פי 5 מהגיל הצעיר.

עמ' 122 101. בעירייה הוחלט על תשלום ארנונה באופן פרופורציוני לגודל הדירה. משפחת אביבי ומשפחת חרמוני גרות באותו בניין.

שטח הדירה של משפחת אביבי הוא 180 מ"ר ויש בה 6 חדרים.

שטח הדירה של משפחת חרמוני הוא 140 מ"ר ויש בה 4 חדרים.

חשבון הארנונה של משפחת אביבי היה 4,050 שקלים, וחשבון הארנונה של משפחת חרמוני היה 3,150 שקלים.

מר חרמוני טען שהחשבון אינו פרופורציוני לגודל הדירה.

האם הוא צודק? הסבירו.

בשאלה לא מוגדר הקריטריון לגודל הדירה. לא נאמר האם גודל הדירה נקבע לפי מספר החדרים או לפי שטח הדירה.

אם הארנונה הייתה נקבעת לפי מספר החדרים אזי: $\frac{4,050}{3,150} = \frac{6}{4}$

מכיוון ששוויון זה איננו נכון, כלומר במקרה זה לא קיימת פרופורציה בין מספר החדרים וגובה הארנונה.

אם הארנונה הייתה נקבעת לפי השטח אזי: $\frac{4,050}{3,150} = \frac{180}{140}$

בדיקה חשבונית מראה שהארנונה פרופורציונית לשטח הדירה. במקרה זה מר חרמוני טועה.

בהתאם לשיקול דעת המורה, ולהתעניינות התלמידים ניתן להרחיב את הדיון בקריטריונים לתשלום ארנונה ובהתלבטות האם יש דרך צודקת יותר מאחרת.

עמ' 122

102. ארבעה חברים: אריאל, רונן, יובל, ועידו ערכו קניות לקראת מסיבה.

אריאל קנה 4 בקבוקי שתייה, רונן ויובל קנו כל אחד 3 בקבוקי שתייה, עידו לא קנה שתייה ושילם לחבריו 15 שקלים.

כיצד יחלקו ביניהם שלושת החברים את 15 השקלים שנתן להם עידו?

הנטייה הראשונה היא לחלק בין החברים את הסכום שעידו שילם לפי יחס מספר הבקבוקים שקנו.

כלומר לחלק 15 ביחס של 3 : 3 : 3. אבל יש לקחת בחשבון מה התרומה של כל אחד משלושת החברים. שכן, כל אחד מהם

משתמש בעצמו בחלק ממה שקנה ותורם את השאר. בסך הכל נקנו 10 בקבוקים, יש 4 חברים, לכן כל אחד משתמש ב-

2.5 בקבוקים. (יש האומרים ששאלה דומה נשאלה לראשונה על ידי אבן – עזרא).

2.5 הבקבוקים של עידו מתקבלים באופן הבא: רונן ויובל, כל אחד תורם לעידו 0.5 בקבוק. אריאל תורם 1.5 בקבוקים.

לכן 15 השקלים צריכים להתחלק ביחס של $\frac{3}{2} : \frac{1}{2} : \frac{1}{2} \leftarrow 3 : 1 : 1$.

כלומר $3 = \frac{15}{5} \leftarrow$ לאריאל $3 \cdot 3 \leftarrow 9$ שקלים ; לרונן $1 \cdot 3 \leftarrow 3$ שקלים, וליובל גם כן $1 \cdot 3 \leftarrow 3$ שקלים.

דוגמה:

(1) נתונים שלושה מספרים: 12, 18, 30.

א. הציעו מספר רביעי, כך שניתן יהיה להציג פרופורציה באמצעות ארבעת המספרים.

ב. הציעו מספר רביעי, שונה, כך שניתן יהיה להציג פרופורציה באמצעות ארבעת המספרים.

פתרון:

א. יותם מציע את המספר 45.

ב. הציעו מספר שונה ובדקו.

$$\frac{12}{18} \stackrel{?}{=} \frac{30}{45}$$

$$\checkmark \quad \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

(2) נתונים שלושה מספרים: 4, 6, 15.

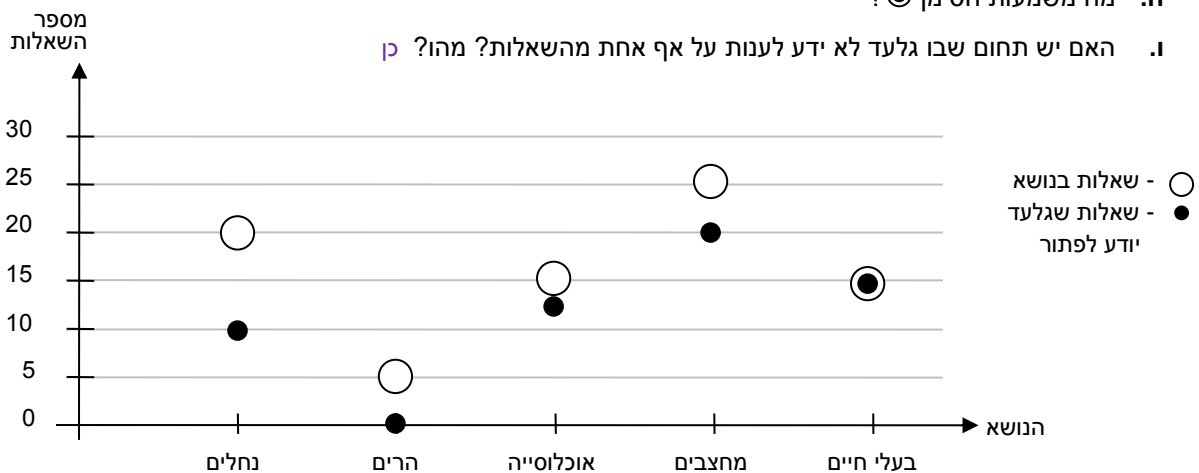
הציעו מספר רביעי כך שניתן יהיה להציג פרופורציה באמצעות ארבעת המספרים.

מפגש חוזר אינטגרטיבי – עמוד 123

עמ' 123

1. גלעד מתכונן לחידון בידיעת הארץ. הוא ערך רישום של מספר השאלות לדוגמה שניתנו בכל אחד מהתחומים ושל מספר השאלות מתוכן עליהם הוא יודע לענות. בגרף שבתחתית הדף מוצגים הנתונים שאסף.

- כמה שאלות ניתנו בכל אחד מהתחומים? 15, 25, 15, 5, 20
- על כמה שאלות ידע לענות בכל אחד מהתחומים? 15, 20, 12, 0, 10
- באיזה תחום מספר השאלות שהוא צריך להשלים הוא הגדול ביותר? נחלים
- כמה שאלות עליו להשלים בכל התחומים יחד?
- מה משמעות הסימן \odot ?
- האם יש תחום שבו גלעד לא ידע לענות על אף אחת מהשאלות? מהו? כן



השאלה מתחום של גרפים שימושיים.

בגרף זה עיגול ריק מסמן את כלל השאלות בנושא, עיגול מלא מסמן את השאלות שגלעד ידע לפתור. תחילה יש לוודא שהתלמידים יודעים לקרוא את הגרף. יש לשאול שאלות כגון "כמה שאלות ניתנו בנושא הרים?" ; "באיזה נושא ניתנו 5 שאלות?".

ג. מכיוון שבנושא הרים גלעד לא ידע לענות על אף שאלה, ייתכן שחלק מהתלמידים יחשוב שהנושא בו גלעד צריך להשלים את המספר הגדול ביותר של שאלות הוא הרים. המספר הגדול ביותר של שאלות שעליו להשלים הוא בנושא נחלים (10 שאלות).

ד. מכיוון שאין אפשרות לדעת כמה שאלות בדיוק עליו להשלים בנושא אוכלוסייה, הרי שמספר השאלות שעליו להשלים הוא בין 22 – 24 שאלות.

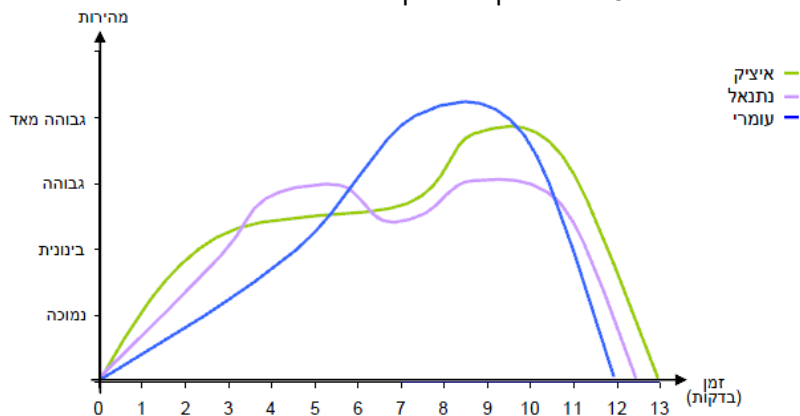
נקודה שחורה בתוך העיגול הריק פירושה שגלעד ידע לענות על כל השאלות בתחום.

- | | | | |
|---|----------------|---|----------------|
| 1) $-3 \cdot 5 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 3 \cdot 0$ | 0 | 7) $7 \cdot (10 \cdot 23) = (7 \cdot \underline{\hspace{1cm}}) \cdot 23$ | 10 |
| 2) $-\frac{2}{3} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 1$ | $-\frac{3}{2}$ | 8) $\underline{\hspace{1cm}} \cdot (6 + 1) = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 1$ | 2 |
| 3) $6 \cdot (7 + \underline{\hspace{1cm}}) = 6 \cdot 7 + 6 \cdot 4$ | 4 | 9) $0.8 \cdot 0.3 = 0.8 \cdot \underline{\hspace{1cm}}$ | 0.3 |
| 4) $2.35 \cdot (\underline{\hspace{1cm}} + 0.8) = 2.35$ | 0.2 | 10) $-4 \cdot (-7 + \underline{\hspace{1cm}}) = 20$ | 2 |
| 5) $\underline{\hspace{1cm}} : 6 = 0$ | 0 | 11) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \underline{\hspace{1cm}}^5 \cdot 4 = (-1)$ | -1 |
| 6) $\frac{4}{5} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = -\frac{4}{5}$ | -1 | 12) $3^3 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 1$ | $\frac{1}{27}$ |

אין הכוונה לחישוב התוצאות של התרגילים השונים אלא עד כמה שאפשר, להפעלת שיקול דעת המבוססים על תכונות המספרים ותכונות פעולות החשבון.

- (1) תכונות האפס. (2) מספרים הופכיים כפליים; כפל מספרים שליליים. (3) חוק הפילוג. (4) כפל ב-1.
 (5) אפס חלקי. (6) כפל ב-(-1). (7) חוק הקיבוץ. (8) חוק הפילוג. (9) חוק החילוף.
 (10) הסכום בסוגריים חייב להיות (-5). לכן התשובה היא (+2). (11) $(-\frac{1}{2})^2$ מבטל את הכפל ב-4. לכן $(-1)^5$ ייתן (-1).
 (12) יש לכפול במספר ההופכי כפלי, כלומר ב- $\frac{1}{3}$.

3. שלושה נהגים מתחרים בשלב הגמר במרוץ מכוניות. הם נוסעים ללא הפסקה עד לנקודת הסיום של המירוץ. הגרף שלפניכם מתאר את המהירויות בכל אחת מדקות המרוץ.



א. מי ניצח במרוץ? הסבירו. עומרי

ב. תארו במילים, על סמך הגרפים, את מהלך הנסיעה של כל אחד מהנהגים.

בשאלה נדרשת קריאה איכותנית של הגרף. למרות שיש ערכים על הצירים, אין בהם שימוש ישיר.

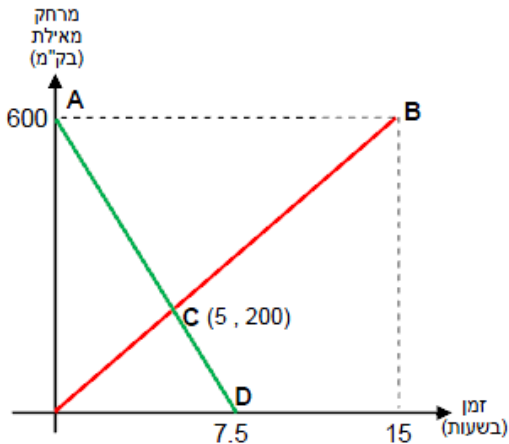
א. עומרי ניצח במירוץ. הוא הגיע ראשון, הוא חותך את ציר המהירות בנקודה הקרובה ביותר לראשית הצירים. כלומר, מהירותו הופכת לאפס (הוא נעצר) אחרי הזמן הקצר ביותר.

ב. התיאור במילים יכול להיות למשל: בחמש הדקות הראשונות הייתה המהירות של עומרי הנמוכה ביותר. הוא הגביר מאוד את מהירותו, ולקראת סוף המירוץ האט במשך זמן קצר מאוד. וכדומה.

4. א. איזה מספר יש להוסיף ל- 0.8 כדי לקבל 0.5 ? (-0.3)

ב. איזה מספר יש להוסיף ל- 0.8 כדי לקבל 0.75 ? (-0.05)

א. יש להוסיף מספר שלילי כי הסכום קטן מהמחובר הנתון. יש להוסיף (-0.3).



עמ' 124 5.

משאית יצאה בשעה 06:00 מאילת לקרית שמונה.
(בין הערים כ- 600 ק"מ).

באותה שעה יצאה משאית אחרת מקרית שמונה לכיוון אילת.
הסרטוט משמאל מציג את הגרפים המתארים את המרחק
מאילת של שתי המשאיות כפונקציה של זמן הנסיעה.

א. מה השיעורים של הנקודות A , B , C , D ?
מה המשמעות שלהן במונחי השאלה?

ב. מה מהירות הנסיעה של המשאית שיצאה מאילת?

ג. איזו משתי המשאיות נסעה במהירות גדולה יותר? הסבירו.

א. A (0 , 600) המרחק מאילת הוא 600. זמן הנסיעה 0. זו המשאית שיצאה מקרית שמונה.

B (15 , 600) המרחק מאילת 600, 15 שעות אחרי תחילת הנסיעה. זו המשאית שיצאה מאילת.

C (5 , 200) המשאיות חלפו זו על פני זו 5 שעות לאחר תחילת נסיעתן, במרחק 200 ק"מ מאילת.

D (7.5 , 0) המשאית שיצאה מקרית שמונה הגיעה לאילת אחרי 7.5 שעות.

ב. המשאית יצאה מאילת (הגרף האדום) עברה מרחק של 600 ק"מ במשך 15 שעות.

לכן מהירותה הייתה $\frac{600}{15} \leftarrow 40$ קמ"ש.

ג. המשאית שיצאה מקרית שמונה (הגרף הירוק) עברה את 600 הק"מ ב- 7.5 שעות. ניתן להסיק מכך שהזמן קצר פי 2

הרי שהמהירות גדולה פי 2 $\leftarrow 80$ קמ"ש.

או לחשב בצורה ישירה $\frac{600}{7.5} \leftarrow 80$ קמ"ש.

קנה-מידה – עמוד 125

קנה מידה הוא מקרה פרטי של יחס. הוא נכתב כיחס בין שני מספרים. בקנה מידה נתון היחס בין הגודל בתרשים לבין הגודל במציאות. בדרך כלל בקנה מידה יוצג היחס המצומצם. מקובל שהגודל שמייצג את התרשים ייכתב משמאל לסימן ה (:) והגודל במציאות מימין לסימן.

בלימוד קנה המידה נדגיש שלוש נקודות:

- 1) הבחנה בין המקרים בהם התרשים הוא הקטנה של המציאות (כמו במפות) לבין המקרים בהם התרשים הוא הגדלה של המציאות.
 - 2) היחידות במציאות ובתרשים צריכות להיות אותן היחידות (אם יש חריגה מהסכם זה יש לציין זאת במפורש).
 - 3) קנה המידה נבחר בהתאם לגדלים במציאות, לגודל התרשים המתוכנן, ובעיקר בהתאם לצרכים.
- בקבוצה הראשונה של הפעילויות שבספר אנו עוסקים ב"הקטנה". כלומר, התרשים הוא הקטנה של המציאות.

פעילות 23 – מתרשים למציאות עמוד 125

אפיון הפעילות: קנה מידה בהקטנה.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 24.

בפעילות מופיע תרשים של דירה. בשלב הראשון כדאי לבקש מהתלמידים להתבונן בתרשים וללמוד לקרוא אותו ללא כל קשר לקנה מידה. לאחר מכן נבקש מהם לשער מה הגודל של החדרים במציאות. תמר מציעה להשתמש בגודל המיטה כאמת מידה להערכת גודל החדרים. ניתן להעתיק את אורך המיטה על דף נייר ולהשתמש באורך שהתקבל כדי להעריך את המימדים של שאר חדרי הבית. לחילופין ניתן להשתמש בסרגל ולמדוד. זה רעיון מעניין ושימושי וכדאי להרחיב אותו לשימושים נוספים בחיי היום-יום.

פעילות 23 – מתרשים למציאות

לפניכם תרשים של דירה.

- א. נסו לשער מה גודלם של החדרים במציאות.
- ב. הציעו דרך לבדוק את השערתכם.

תמר אומרת

אני יודעת שאורך של מיטה הוא כ- 2 מטרים.
אמדוד מה האורך של המיטה בתרשים
ואשתמש בפרופורציה.

היעזרו בהצעה של תמר ואמדו את גודל החדרים במציאות.



פעילות 24 – ממפה למציאות עמוד 125

אפיון הפעילויות: קנה מידה בהקטנה.

תרגילים מתאימים: 103 – 115, עמודים 126 – 128.

בפעילות יש שימוש ברעיון דומה לרעיון של תמר מפעילות 23. כדי להעריך מרחקים בין מקומות ישוב, ניתן להשתמש במידע על מרחקים בין מקומות יישוב הידועים לנו, ולהעריך באמצעותם מרחקים שאינם ידועים לנו. ההנחה היא שקיימת פרופורציה בין הגדלים במפה והגדלים במציאות.

בעמוד 126 מוצגת דרך הכתיבה של קנה מידה במפות. בכתיבת קנה המידה חייבים להקפיד על אותן יחידות מידה. (במידה וחורגים מהסכם זה יש לציין זאת במפורש בסמוך לקנה המידה). ייתכן ויהיה צורך לערוך בכיתה חזרה על המרת יחידות מידה. מיקום הגדלים משני צידי סימן היחס אף הוא מוסכם: הגודל בתרשים מופיע מצד שמאל של סימן היחס והגודל במציאות מצד ימין. מקובל לצמצם את המספרים כך שהנתון של הגודל בתרשים יהיה 1. הצגה זו מקלה על ההתמצאות בתרשים. במפות ישראל יש שלושה סוגים עיקריים של קנה מידה:

- (1) קנה מידה גדול – מפות עירוניות 1 : 12,500
 - (2) קנה מידה בינוני – מפות טופוגרפיות 1 : 50,000
 - (3) קנה מידה קטן – מפות ארציות 1 : 250,000
- ו- 1 : 500,000

קנה המידה הגדול ביותר הוא זה שמבחינה מספרית הערך שלו הוא הקטן ביותר. כאשר יש קנה מידה קטן, רואים יותר שטח אבל בפחות פירוט. הדוגמה שבעמוד 126 עוסקת בארבעה גדלים מתוכם חסר גודל אחד. דרך החישוב של הגודל החסר היא כפי שלמדנו בפרק על פרופורציה (שימוש בשוויון בין היחסים).

פעילות 24 – ממפה למציאות

עומר מתכנן לנסוע מביתו באשקלון לנהריה. הוא מתבונן במפה ואומר: אני יודע שהמרחק מאשקלון לתל אביב הוא כ- 60 ק"מ. על סמך זה ניתן להעריך את המרחק מאשקלון לנהריה.

יאיר אומר

אפשר לדעת בצורה מדויקת. נמדוד בעזרת סרגל את המרחקים במפה.

המרחק במציאות בין אשקלון לתל אביב: 60 ק"מ
המרחק במפה בין אשקלון לתל אביב: 3 ס"מ
המרחק במפה בין אשקלון לנהריה: 10 ס"מ

היחס בין המרחק במפה למרחק במציאות הוא:

במציאות
6,000,000 : 3

1 : 2,000,000

היחס המצומצם הוא:

המרחק בין אשקלון לנהריה הוא: 10 : 2,000,000

המרחק במציאות הוא: 20,000,000 ס"מ

200 ק"מ

לירן אומרת

היחס בין המרחקים במציאות שווה ליחס בין המרחקים במפה.

$$\frac{x}{60} = \frac{10}{3}$$

$$x = 200$$

x המרחק בין אשקלון לנהריה.

המרחק הוא 200 ק"מ.

מה נוכל לומר על יחידות המידה באגף שמאל ויחידות המידה באגף ימין?

תרגילים מתאימים: 103 – 115, עמודים 126 – 128

קנה-מידה במפה

- א. המרחק בין אשקלון לנהריה במפה: 10 ס"מ
המרחק במציאות: 20,000,000 ס"מ (200 ק"מ).
- ב. היחס: 10 : 20,000,000 במציאות במפה
- ג. נצמצם ב- 10. 1 : 2,000,000
- ד. היחס בין המרחק במפה לבין המרחק במציאות הוא 1 : 2,000,000
ליחס זה קוראים **קנה מידה**.

קנה המידה במפה זו הוא: 1 : 2,000,000
כל סנטימטר במפה הם 2,000,000 סנטימטרים במציאות.
כל סנטימטר במפה הם 20 קילומטרים במציאות.

קנה מידה הוא **היחס** בין הגודל בתרשים לבין הגודל במציאות.

מוסכם על צורת כתיבה אחידה:

א. ממירים את יחידות המידה כך שהיחידות בתרשים ובמציאות תהיינה אותן היחידות.

ב. הגודל בתרשים מופיע משמאל לסימן היחס והגודל במציאות מופיע מימין לסימן היחס.

הגודל בתרשים : הגודל במציאות

ג. קנה המידה מוצג כיחס מצומצם שבו הגודל בתרשים הוא 1.

דוגמה:

גובה הבניין בצילום הוא 5 ס"מ.

גובה הבית במציאות הוא 10 מ'.

מה קנה המידה של הצילום?

א. נמיר יחידות מידה: 10 מ' ← 1,000 ס"מ

ב. נציג את היחס: 5 : 1,000

ג. נצמצם ב- 5: 1 : 200

אומרים: קנה המידה הוא "אחד למאתיים".

כל סנטימטר בצילום מייצג 200 ס"מ במציאות (2 מ').



1 : 200

תרגילים

תרגילים 103 – 109: בשאלות יש יישום ישיר של הגדרת קנה המידה. מתבקשים למצוא את הגודל החסר מבין ארבעת הגדלים המרכיבים את קנה המידה. בקנה מידה אחד מארבעת הגדלים הוא לעיתים סמוי. ה - 1, שמייצג את הגודל בתרשים לעיתים איננו מופיע ישירות בטקסט. קושי נוסף יכול להיות ההמרה של יחידות המידה.

עמ' 126 103. אורך הסלון בתרשים הוא 2 ס"מ, אורך הסלון במציאות הוא 6 מ'.

מה קנה המידה של התרשים? $2 : 600 = 1 : 300$

6 מטר הם 600 ס"מ. ניתן גם להציב במשוואה. המשוואה היא $\frac{1}{x} = \frac{2}{600}$. הפתרון הוא 300, לכן קנה המידה הוא 1:300. כדאי להמליץ: כל 300 ס"מ במציאות הם 1 ס"מ בתרשים, 3 מטר במציאות הם 1 ס"מ בתרשים. כמובן שבנתונים המספריים שבשאלה אין צורך לפתור בדרך אלגברית.

עמ' 126 104. קטע באורך 2.5 ס"מ בתרשים מתאר קטע באורך 1 מטר במציאות. מה קנה המידה של התרשים? $2.5 : 100 = 1 : 40$

$$2.5 : \left(\begin{array}{c} 2.5 : 100 \\ 1 : 40 \end{array} \right) : 2.5$$

עמ' 127 105. אורך המיטה בתרשים הוא 5 ס"מ, אורך אותה מיטה במציאות הוא 2 מ'.

מה קנה המידה של התרשים? $5 : 200 = 1 : 40$

עמ' 127 106. המרחק במפה בין ירושלים לאילת הוא 15.5 ס"מ, המרחק בין מקומות אלה במציאות הוא 310 ק"מ.

מה קנה המידה של המפה? $15.5 : 31,000,000 = 1 : 2,000,000$

הקושי נובע מהמרה של היחידות הנתונות בק"מ ליחידות בס"מ. ניתן להכין טבלת המרה. 1 ק"מ הם 1,000 מ' שהם 1000X100 ס"מ, כלומר 100,000 ס"מ.

עמ' 127 107. תרשים דירה מסורטט בקנה מידה של 1:300.

א. מה אורך מרפסת במציאות אם במפה אורכה 2.5 ס"מ? **7.5 מ'**

ב. מה אורך חדר במפה אם במציאות אורכו 6 מ'? **2 ס"מ**

עמ' 127 108. כדי לסרטט תרשים של כביש בתכנון השתמשו בקנה מידה של 1:500,000.

אורך הכביש בתרשים הוא 15 ס"מ.

מה אורך הכביש במציאות? הציגו את התשובה בק"מ. **75 ק"מ**

עמ' 127 109. כל 1 ס"מ במפה מייצג 25 ק"מ במציאות.

כתבו מהו המרחק במציאות אם האורך במפה הוא:

א. 5 ס"מ **125 ק"מ** ב. 5 מ"מ **12.5 ק"מ** ג. 150 מ"מ **375 ק"מ**



עמ' 127

110. הצירים שלפניכם סורטו תוך שימוש באותו קנה מידה.

גובה העץ במציאות 4 מטרים.

א. מדדו בעזרת סרגל את גובה העץ בתרשים

וחשבו את קנה המידה על פיו סורטו הצירים. $4 : 400 = 1 : 100$

ב. מה הגובה במציאות של מתקן הנדנדה? 2.5 מ'

גובה העץ בתרשים 4 ס"מ. לכן קנה המידה הוא $4 : 400$ כלומר, $1 : 100$ (1 ס"מ בתרשים הם כמו 1 מטר במציאות).
גובה מתקן הנדנדה בתרשים 2.5 ס"מ. לכן גובה המתקן במציאות 2.5 מטרים.



עמ' 127

111. הצירים שלפניכם סורטו תוך שימוש באותו קנה מידה.

גובה העמוד של תחנת האוטובוס במציאות הוא 2.5 מטרים.

אמדו את גובה הבית במציאות?

אין צורך למדוד במדויק אלא להעריך.

גובה הבית הוא קצת פחות מפי 2 מגובה התחנה. לכן במציאות ההערכה היא שגובהו כ- 4 מטרים.

ניתן לאחר ההערכה והדין לבקש מהתלמידים למדוד ולראות אם הערכתם הייתה קרובה.

במידה נקבל שגובה התחנה בתרשים הוא 1.5 ס"מ, וגובה הבית בתרשים הוא 2.5 ס"מ.

היחס הוא $3 : 5$, ולכן גובה הבית במציאות הוא 4.166 מטרים.

היחס הוא $1.5 : 2.5$. נרחיב ב-2 כדי להציג את היחס באמצעות מספרים שלמים.

$$2 \left(\begin{array}{l} 1.5 : 2.5 \\ 3 : 5 \end{array} \right) \cdot 2$$

עמ' 127

112. א. גובה מגדל עזריאלי בתל אביב הוא כ- 170 מטרים.

אורך דף הוא כ- 29 ס"מ. הציעו קנה מידה שיאפשר סרטוט תרשים של המגדל על הדף.

ב. גובה מגדל אייפל בפריס הוא כ- 310 מטרים.

האם קנה המידה שהצעתם מאפשר לסרטט גם את מגדל אייפל באותו דף?

אם לא, הציעו קנה מידה אחר.

א. 170 מטרים שהם 17,000 ס"מ, גדולים בערך פי 600 מ- 29 ס"מ (אורך הדף).

(שיקולי אומדן: למשל, 18,000 הם פי 600 מ- 30 לכן במקרה זה מדובר בקצת פחות מפי 600).

כדי שקנה המידה יתאים ניתן לקחת קנה מידה של $1 : 600$ או קנה מידה שבו כל ס"מ בתרשים הוא יותר מ- 600 ס"מ במציאות (יותר מ- 6 מטרים במציאות).

ב. 310 מטרים (31,000 ס"מ) הם יותר מפי 1,000 מ- 29 ס"מ.

כלומר קנה המידה צריך להיות 1 ס"מ ליותר מ- 1,100 ס"מ (11 מטרים).

אם נשתמש בקנה מידה כזה ניתן יהיה לסרטט את שני המגדלים באותו דף.

מציאות מפה

10,000 : 1

בתחתית המפה, במלבן המסומן באדום נתון בצורה גרפית קנה המידה של המפה:

כל ס"מ במפה מתאים ל- 100 מטר במציאות.

כדי לרשום את קנה המידה בצורת יחס עלינו להשתמש באותן יחידות.

נמיר את 100 המטרים ל- 10,000 ס"מ.

א. חשבו את המרחק במציאות מבריכת השחייה המסומנת במספר 1, לקופת החולים המסומנת

במספר 2. 700 מ'

ב. רחוב "שדרות ירושלים" נמצא בין הנקודות 3 ל- 4 המסומנות במפה. מצאו את אורכו של הרחוב במציאות. 800 מ'

ג. אורך הרחוב "משה שרת" במציאות הוא 300 מטר. מה אורך הרחוב במפה? 3 ס"מ

ליותם שלוש מפות בקנה מידה שונה: 1 : 150,000 1 : 250,000 1 : 500,000

א. באיזו מהמפות יהיה אורך הקטע המחבר את תל אביב לחיפה הקצר ביותר? במפה 1 : 500,000

ב. המרחק בין תל אביב לחיפה כ- 100 ק"מ. מה המרחק בכל אחת מהמפות? 66 ס"מ, 40 ס"מ, 20 ס"מ

במפה שקנה המידה שלה הוא 1:500,000 יהיה אורך הקטע במפה הקצר ביותר. כל ס"מ במפה מייצג מרחק גדול יותר

במציאות, ולכן לאותו מרחק במציאות, ככל שקנה המידה "גדול יותר" המרחק במפה יהיה קצר יותר – נדרשים פחות ס"מ

במפה כדי להציג קטע באותו האורך. לכל ס"מ במפה מספר הס"מ במציאות גדול יותר.

בהתאם לתלמידים אפשר לשאול שאלה כגון, פי כמה הוא יותר קצר מאשר במפות האחרות.

לפניכם קנה מידה של שלוש מפות. אילו מבין המפות הבאות מתאימה:

א. לרכיבה על אופניים, לאורך כבישים בתוך העיר.

ב. לנסיעה באוטובוס, בארץ.

ג. לטיול רכבות באירופה.

הסבירו.

לרכיבה על אופניים צריך מפה מפורטת. כלומר, מפה שבה רואים כל שביל אופניים ודרך סלולה, אך אין צורך, בדרך כלל, לראות

איפה ממוקם איזור הרכיבה ביחס לערים שבסביבה.

לעומת זאת בנסיעה ברכבת בין מדינות שונות או ערים שונות, אין צורך במפה המפרטת את הרחובות בכל עיר על פניה חולפים,

אלא במפה שבה מוצג איזור הרבה יותר רחב המאפשר לראות מיקום של ערים גדולות (לפעמים אין צורך בפירוט של כל

היישובים הקטנים), הרים, נהרות, מדינות. בנסיעה באוטובוס בארץ (בהנחה של נסיעה באוטובוס בין עירוני) יש צורך במפה

המפרטת ערים ויישובים קטנים. ככל שנדרשת מפה יותר מפורטת רצוי שכל ס"מ במפה ייצג פחות מרחק במציאות. לכן לרכיבה

על אופניים נבחר בקנה מידה 1 : 50,000 ← 1 ס"מ במפה הם 500 מטרים במציאות (חצי ק"מ).

לנסיעה בארץ באוטובוס נבחר קנה מידה 1 : 500,000 (1 ס"מ ל- 5 ק"מ).

לנסיעה בין מדינות ברכבת נבחר מפה שקנה המידה שלה הוא 1 : 5,000,000 (1 ס"מ ל- 50 ק"מ).

מומלץ לעסוק הלכה למעשה בסרטוט בקנה מידה.

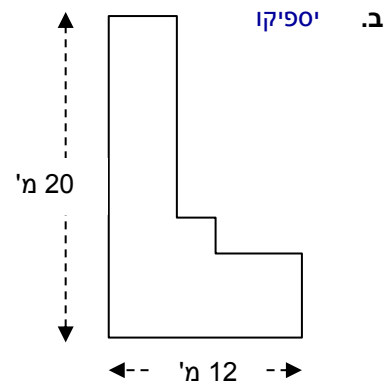
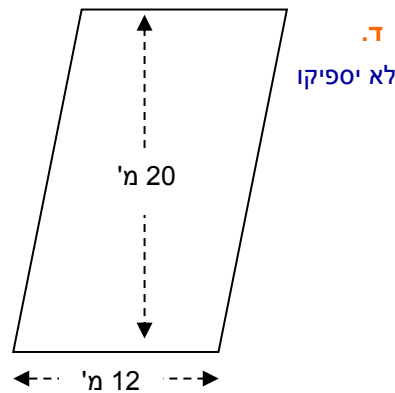
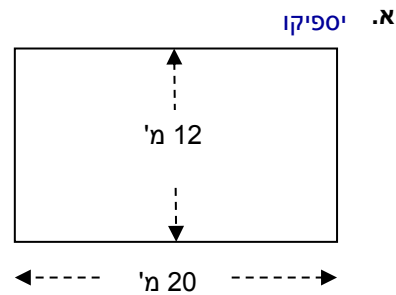
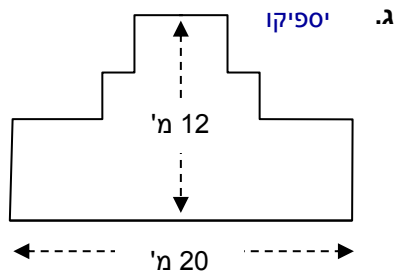
למשל: לפניכם סרטוט של משולש (המידות בס"מ). סרטוט משולש שמידותיו במציאות 45 ס"מ, 36 ס"מ, 27 ס"מ

בקנה מידה של 3 : 1. וכדומה.

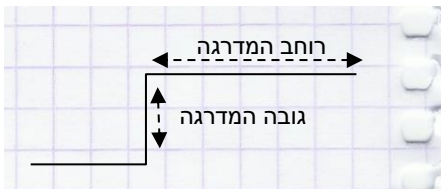
אוריינות – מעקות ומדרגות – עמוד 129

עמ' 129

1. מתכננים ארבע בריכות דגים לפארק. בנאי קיבל הזמנה לבנות מעקות שיש לבריכות אלה. הוא הכין עבור כל בריכה פסי שיש באורך של 64 מטרים. לפניכם סרטונים מוקטנים של הבריכות. בדקו, לכל בריכה, האם יספיקו עבודה פסי השיש שבמחסן? הסבירו. (כל הזוויות של בריכות א, ב ו- ג הן ישרות. בריכה ד היא מקבילית).



בחישוב היקף הצורות, צורה א היא מלבן, כלומר כל צד של הבריכה הוא קטע ישר. בצורות ב, ג הצדדים של הבריכה הם קווים שבורים. למרות זאת, האורך הכולל של המעקה הוא אותו אורך, כלומר, האורך המצטבר של שפת הבריכה (סכום האורכים וסכום הרוחבים) שווים. צורה ד היא מקבילית. במקרה זה למרות שאורך הבריכה בפועל הוא אותו אורך כמו בצורה ב, והרוחב אותו רוחב, ההיקפים שונים, שכן הצלע "האלכסונית" ארוכה יותר.



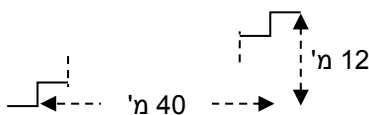
2. בראש הגבעה יש מצפה נוף. אפשר לעלות אליו בשני גרמי מדרגות. גובה כל גרם מדרגות 12 מ'. בכל גרם כל המדרגות שוות זו לזו, והרוחב של כל מדרגה 1 מ'.

א. רוחב גרם המדרגות הראשון 60 מ'.

בגרם הראשון יש 60 מדרגות. מה הגובה של כל מדרגה? 60 מדרגות. גובה מדרגה 20 ס"מ

ב. בגרם המדרגות השני יש 40 מדרגות.

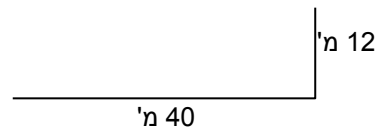
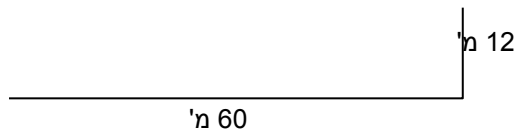
מה גובה כל מדרגה בגרם הזה? 40 מדרגות. גובה מדרגה 30 ס"מ



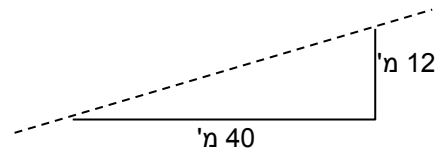
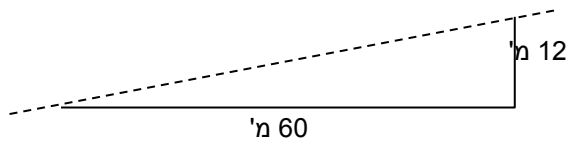
ג. איזה גרם מדרגות תלול יותר? איך משווים תלילות? גרם שני

בדיון על שאלה 2 מומלץ:

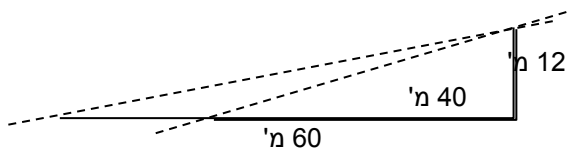
- לסרטט על הלוח את שני הסרטוטים הבאים, בקנה מידה מתאים:



- להוסיף את הישרים המקווקווים:



- להשוות את התלילות שלהם
על פי הזוויות של הישרים המקווקווים:



מיחס האורכים ליחס השטחים – עמוד 130

נושא זה הוא נושא דיפרנציאלי. על פי שיקול דעת המורה והתעניינות התלמידים יחליטו המורים אם לטפל בנושא בשלב זה, והאם לעסוק בזה עם כלל התלמידים או רק עם חלקם. הנושא מטופל בהמשך במסגרת הפרק דמיון משולשים בחלק ב של הספר. מטרת הפעילויות להגיע למסקנה כי יחס השטחים הוא הריבוע של יחס האורכים (יש לשים לב ליחידות המידה).

פעילות 25 – הקשר בין יחס האורכים ליחס השטחים עמוד 130

אפיון הפעילות: כאשר צלע הריבוע גדלה פי 3, השטח גדל פי 9.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 27.

בפעילות מבקשים מהתלמידים לסרטט הלכה למעשה ריבוע שהצלע שלו ארוכה פי 3 מצלע הריבוע המקורי.

מומלץ להביא דפי משבצות או לסרטט באמצעות מחשב.

יתקבל ריבוע שאורך הצלע שלו 6 ס"מ.

א. שטח הריבוע המקורי הוא $2 \times 2 = 4$ סמ"ר

ג. השטח החדש $6 \times 6 = 36$ סמ"ר.

היחס בין השטח של הריבוע המקורי לשטח של הריבוע החדש:

$$36 : 4$$

היחס המצומצם: $9 : 1$

פעילות 26 – הקשר בין יחס האורכים ליחס השטחים עמוד 130

אפיון הפעילות: כאשר צלעות המלבן גדלות פי אותו מספר הרי ששטח המלבן גדל פי הריבוע של אותו מספר.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 27.

מומלץ לסרטט הלכה למעשה את שני המלבנים – המקורי והמוגדל – על דף משבצות. הסרטוט מבליט את ההגדלה של השטח לעומת ההגדלה של אורך הצלעות.

יתקבל מלבן שאורך צלע אחת שלו 6 ס"מ.

אורך הצלע השנייה 9 ס"מ.

ב. המידות של המלבן החדש: 9×6 (המידות בס"מ).

ג. השטח של המלבן החדש:

$$9 \times 6 = 54 \text{ סמ"ר}$$

השטח של המלבן המקורי: $3 \times 2 = 6$ סמ"ר

ד. יחס השטחים: $54 : 6$

יחס מצומצם: $9 : 1$

יחס השטחים איננו $3 : 1$.

יחס השטחים הוא $3^2 : 1$.

פעילות 25 – הקשר בין יחס האורכים ליחס השטחים

אורך הצלע של הריבוע הכתום הוא 2 ס"מ.



א. סרטטו במחברותיכם ריבוע שאורך הצלע שלו 6 ס"מ.

ב. חשבו את השטח של כל אחד מהריבועים.

ג. מה היחס בין אורך הצלע של הריבוע החדש לאורך הצלע של הריבוע הנתון?

ד. מה היחס בין שטח הריבוע החדש לשטח הריבוע הנתון?

פעילות 26 – הקשר בין יחס האורכים ליחס השטחים

אורך הצלעות של המלבן הכחול הן 2 ס"מ ו-3 ס"מ.



א. סרטטו במחברותיכם מלבן שאורך כל אחת מהצלעות שלו גדול פי 3 מאורך הצלע המתאימה של המלבן הנתון.

ב. מה המידות של המלבן החדש?

ג. חשבו את השטח של כל אחד מהמלבנים.

ד. האם היחס בין שטח המלבן החדש לשטח המלבן הנתון שווה ליחס בין אורך הצלעות של המלבנים?

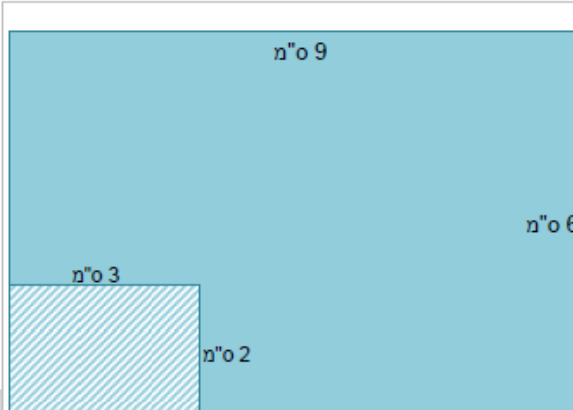
ה. נסו למצוא קשר בין היחס שבין שטחי המלבנים ליחס שבין אורכי הצלעות.

פעילות 27 – הקשר בין יחס האורכים ליחס השטחים עמוד 130

אפיון הפעילות: הקשר שבין היחס בין אורכים של צלעות מלבן לבין היחס שבין השטחים של מלבנים אלו.
תרגילים מתאימים: תרגילים 116 – 120, עמוד 131.

פעילות 27 – הקשר בין יחס האורכים ליחס השטחים

נתבונן במלבנים שבסרטוט.



שטח המלבן הגדול	54 סמ"ר	$(9 \cdot 6 = 54)$
שטח המלבן הקטן	6 סמ"ר	$(3 \cdot 2 = 6)$
יחס השטחים:	9 : 1	$(54 : 6)$
יחס אורכי הצלעות:	3 : 1	$(9 : 3, 6 : 2)$

יחס השטחים הוא $3^2 : 1$

יחס השטחים הוא הריבוע של יחס האורכים.

בפעילות נתון

מלבן שממדיו

9x6 (היחידות בס"מ).

בתוכו מסורטט מלבן קטן יותר שמימדיו 3x2

(המידות בס"מ). מה היחס בין השטחים?

מהסרטוט ניתן לראות שבתוך המלבן המקורי ייכנסו

9 מלבנים חדשים.

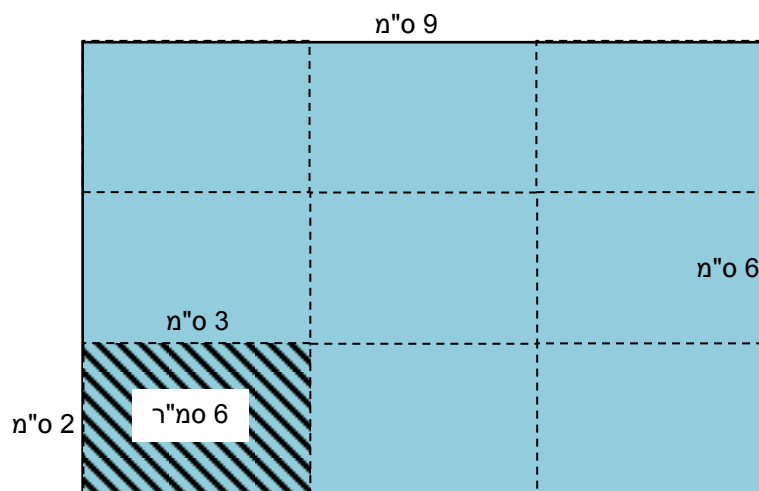
היחס בין השטחים הוא 9 : 1.

הקשר המספרי הוא:

1 : 3 יחס אורכים.

1 : 9 יחס השטחים.

1 : 3² יחס השטחים.



סיכום

קנה מידה מציג את **היחס** בין **אורך** של עצם בתרשים לבין **האורך** שלו במציאות.

היחס בין **השטח** בתרשים **לשטח** במציאות איננו אותו יחס, אבל קיים ביניהם קשר.

היחס בין השטח בתרשים לשטח במציאות הוא **ריבוע** היחס בין האורך בתרשים לאורך במציאות.

תרגילים

תרגילים 116 – 120: בתרגילים יש יישום ישיר של המסקנות מפעילויות 25 – 27.

עמ' 131

116. מלבן שבמציאות מידותיו 28 ס"מ ו- 48 ס"מ מסורטט בקנה מידה 4 : 1.

א. מה אורך צלעות המלבן בסרטוט? 7 ס"מ ו- 12 ס"מ

ב. מה היחס בין שטח המלבן בסרטוט לבין שטח המלבן הנתון? 16 : 1

א. קנה המידה הוא 4 : 1. לכן בסרטוט מידות המלבן תהיינה 7 ס"מ ו- 12 ס"מ.

ב. שטח המלבן במציאות הוא 48×28 שהם 1,344 סמ"ר. שטח המלבן בסרטוט הוא 12×7 שהם 84 סמ"ר.

היחס בין השטחים הוא 1344 : 84 כלומר 16 : 1. היחס בין האורכים הוא 4 : 1. היחס בין השטחים הוא ריבוע היחס בין האורכים (4^2 הוא 16).

עמ' 131

117. היחס בין שטח המטבח בסרטוט לבין שטח אותו מטבח במציאות הוא 1 : 1,600.

מה קנה-המידה של הסרטוט? 40 : 1

יחס השטחים הוא $40^2 : 1$, לכן יחס האורכים הוא 40 : 1.

עמ' 131

118. כל 1 ס"מ בתרשים של דירה מייצג 2 מטרים במציאות.

א. אם שטח הדירה בתרשים הוא 45 סמ"ר. מה שטח הדירה במציאות? 180 מ"ר

ב. אורך קיר המטבח בתרשים הוא 2.1 ס"מ. מה אורך הקיר במציאות? 4.2 מ'

נמצא את קנה המידה של התרשים.

קנה המידה הוא: 200 : 1 (יש להמיר לאותן יחידות מידה).

לכן יחס השטחים הוא: $200^2 : 1$

1 : 40,000 (40,000 סמ"ר)

נתרגם את השטח בתרשים לשטח במציאות:

$$\frac{x}{45} = \frac{40,000}{1}$$

$$x = 45 \cdot 40,000$$

$$x = 1,800,000 \text{ היחידות בסמ"ר.}$$

$$x = 180 \text{ מ"ר}$$

אפשר לפתור על ידי פרופורציה מבלי להמיר את יחידות המידה.

יחס של 40,000 : 1 משמעו שכל סמ"ר בסרטוט הם 4 מ"ר במציאות.

$$\frac{x}{45} = \frac{4}{1}$$

$$x = 180 \text{ מ"ר}$$

119. מגרש מלבני שמידותיו 20 מ' ו- 48 מ' מיועד לבניה. המגרש סורטט בקנה מידה של 1 : 400.

- א. מה היחס בין היקף המלבן בסרטוט להיקף המגרש במציאות? 1 : 400
- ב. מה היחס בין שטח המלבן בסרטוט לשטח המגרש במציאות? 1 : 160,000
- החליטו להכין תרשים של המבנה שייבנה על המגרש.
- לצורך כך הגדיל המהנדס את כל אחד ממימדי המלבן שבסרטוט פי 2.
- ג. מה קנה-המידה של הסרטוט החדש? 1 : 200
- ד. האם היחס בין שטח הסרטוט לשטח המגרש שונה בשני הסרטוטים? אם כן, כתבו עבור כל סרטוט מהו היחס.
- א. חשוב להדגיש שהיחס בין ההיקפים של הצורות שווה ליחס בין האורכים.
- ג. כאשר מגדילים את מידות המלבן בסרטוט, משתנה קנה המידה. במקום קנה מידה של 1:400, קנה המידה הוא 1:200 (400:2).
- ד. גם היחס בין השטח בתרשים לשטח במציאות משתנה. תחילה היחס היה 1:160,000 ועכשיו היחס הוא 1:4,000. יחס השטחים קטן פי 4 (2 בריבוע) כאשר יחס האורכים גדל פי 2.

120. לקראת שיווק מבנה חדש בנה האדריכל דגם של המבנה המתוכנן. הדגם נבנה בקנה-מידה של 1:500.

- א. פי כמה גדול רוחב המבנה במציאות מרוחבו בדגם?
- ב. פי כמה גבוה המבנה במציאות מגובהו בדגם?
- ג. פי כמה גדול שטח הבסיס של הבניין במציאות מגודלו בדגם?
- ד. פי כמה גדול נפח הבניין במציאות מגודלו בדגם?
- א. רוחב המבנה במציאות גדל פי 500.
- ב. המבנה במציאות גבוה פי 500 מהגובה בדגם.
- ג. שטח הבסיס במציאות גדול פי 500^2 (250,000) מהשטח בדגם.
- ד. הנפח במציאות גדול פי 500^3 (500x500x500) מהנפס בדגם כי כל אחד מהמימדים (אורך, רוחב וגובה) גדול פי 500.

קנה-מידה בהגדלה – עמוד 132

בעמודים אלה עוסקים במקרים בהם התרשים גדול מהגודל במציאות. גם במקרה זה יש להקפיד על צורת הכתיבה – הגודל בתרשים כתוב משמאל לסימן היחס, והגודל במציאות כתוב מימין לסימן היחס. ישנן שתי דרכים להציג את קנה המידה בהגדלה: דרך אחת היא כאשר הגודל בתרשים מיוצג על ידי המספר 1 – במקרה זה הגודל במציאות יהיה שבר. לדוגמה, הגדלה פי 10 תוצג כ- 1:0.1, כל ס"מ בתרשים הוא עשירית ס"מ במציאות. דרך שנייה היא להציג את הגודל במציאות כ- 1 (הגודל הקטן מבין השניים), במקרה זה הגדלה פי 10 תיכתב כ- 10:1 (כל 10 ס"מ בתרשים הם 1 ס"מ במציאות). חשוב להמליץ את קנה המידה ולקשר זאת ליחס בין הגדלים ולעובדה שהתרשים גדול פי כך וכך מהגודל במציאות.

פעילות 28 – מגדילים עמוד 132

אפיון הפעילות: מצבים בהם הגודל בתרשים גדול מהגודל במציאות. ההגדלה נעשת בקנה מידה נתון כך שניתן ללמוד מהתרשים על הגודל במציאות למרות ההגדלה (שיכולה להטעות). ההגדלה מאפשרת להתייחס לפרטים רלוונטיים שבמציאות הם קטנים מאוד.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 29.

בתרשים מסורטטת חיפושית בגודל פי 10 מגודלה במציאות. הדבר דומה להסתכלות בזכוכית מגדלת.

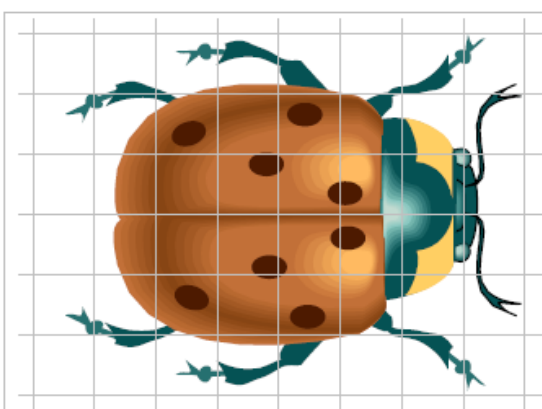
הקושי הוא בהצגת היחס. הגודל בתרשים מופיע בצד שמאל 0.6 : 6 מציאות תרשים

מעבירים ליחס שווה שבו המספרים שלמים, ורצוי שאחד מהשניים יהיה 1.

אם נעביר לכתיבה שבה נהגנו בקנה מידה בהגדלה, נקבל 0.1 : 1 שמשמעו כל 1 ס"מ בתרשים הוא 0.1 ס"מ במציאות.

הנוחיות בכתיבה בדרך זו היא בהיותה זהה לזו שבקנה מידה בהגדלה. הקושי הוא המספר הלא נוח שמתקבל.

מקובל לכתוב את קנה המידה כך שהמספר 1 מייצג את הגודל במציאות: 1 : 10, שמשמעו, כל 10 ס"מ בתרשים הם 1 ס"מ במציאות.



הדרך של אור

$$:6 \left(\begin{array}{l} 6 : 0.6 \\ 1 : 0.1 \end{array} \right) :6$$

מציאות תרשים

כל 1 ס"מ בתרשים הם 0.1 ס"מ במציאות.

האם בשתי הדרכים
מתקבל אותו קנה מידה?

פעילות 28 – מגדילים

לפניכם תרשים של חיפושית בהגדלה.

אורך החיפושית בתרשים הוא 6 ס"מ.

אורך החיפושית במציאות הוא 0.6 ס"מ.

קנה המידה: 0.6 : 6 מציאות תרשים

אורך החיפושית בתרשים גדול פי 10 מאורך החיפושית במציאות.

התלמידים התבקשו להציג את קנה המידה כיחס מצומצם שאחד הערכים שלו הוא 1.

הדרך של מועה

$$-10 \left(\begin{array}{l} 6 : 0.6 \\ 60 : 6 \\ 10 : 1 \end{array} \right) -10$$

מציאות תרשים

כל 10 ס"מ בתרשים הם 1 ס"מ במציאות.

פעילות 29 – מגדילים עמוד 132

אפיון הפעילות: התרשים גדול מהמציאות.

תרגילים מתאימים: 124 – 125,

עמודים 150 – 151.



גם בהגדלה, קנה המידה מציין את היחס בין הגודל בתרשים לבין הגודל במציאות.
גם במקרה של הגדלה:

- ממירים את יחידות המידה כך שהיחידות בתרשים ובמציאות יהיו זהות.
- הגודל בתרשים מופיע משמאל לסימן היחס והגודל במציאות מופיע מימין לסימן היחס.
- לעיתים מצמצמים את היחס עד לקבלת מספרים נוחים.

סימונים של קנה מידה – הגדלה לעומת הקטנה

קנה מידה של 1 : 10 פירושו שכל 10 סנטימטר בתרשים הם 1 סנטימטר במציאות.
התרשים הוא הגדלה פי 10 של המציאות.

קנה מידה של 10 : 1 פירושו שכל 1 סנטימטר בתרשים הוא 10 סנטימטר במציאות.
התרשים הוא הקטנה פי 10 של המציאות.

תרגילים



121. לפניכם תרשים מוגדל של נמלה.

עמ' 133

אחת משתי הטענות הבאות היא טענה נכונה, מהי?

- קנה המידה של התרשים הוא 8 : 1.
- קנה המידה של התרשים הוא 1 : 8.

הטענה הנכונה היא א. קנה המידה הוא 8:1.

הסבר: מכיוון שהתרשים הוא הגדלה של המציאות הרי הגודל שמייצג את התרשים (מצד שמאל של סימן היחס) גדול יותר.
כל 8 ס"מ בתרשים הם 1 ס"מ במציאות.

122. צילמו תעודה שמימדיה במציאות הן 8 ס"מ × 6 ס"מ, וקיבלו תמונה שמימדיה 12 × 9 (המידות בס"מ).

עמ' 133

א. מה קנה המידה של ההגדלה? 1 : 1.5

ב. צילמו שוב את התעודה המקורית וקיבלו תמונה שמימדיה 4 × 3 (המידות בס"מ).

מה קנה המידה של ההקטנה? 2 : 1

123. סרטוט במחברותיכם מלבן שמימדיו 10 × 6 (המידות בס"מ).

עמ' 133

א. סרטוט תרשים של מלבן זה בקנה מידה של 2 : 1. 5 ס"מ, 3 ס"מ

ב. סרטוט תרשים של מלבן זה בקנה מידה של 1 : 2. 20 ס"מ, 12 ס"מ

- עמ' 133
- א. קנה מידה בהקטנה, כל ס"מ בתרשים הוא 2 ס"מ במציאות. לכן, מימדי המלבן בסרטוט יהיו 3 ס"מ ו- 5 ס"מ.
- ב. קנה המידה בהגדלה 2 ס"מ בסרטוט הם 1 ס"מ במציאות. לכן, התרשים יהיה יותר גדול מהמציאות. מימדי המלבן יהיו 10 ס"מ ו- 12 ס"מ.



- עמ' 133
124. הילד מצויר בקנה מידה של 1 : 40. הבניין מסורטט בקנה מידה של 1 : 600. כמה ילדים במציאות יש "להעמיד זה על ראשו של זה" כדי שראשו של הילד האחרון יגיע לגג הבניין? 15

אם 15 ילדים כמו אלה שבתמונה יעמדו זה על ראשו של זה, ראשו של הילד העליון יגיע לגג הבניין. אחת האסטרטגיות לפתרון היא לראות פי כמה גבוה הבניין במציאות מגובה הילד. הילד והבניין באותו גובה. אבל ס"מ אחד של הילד בתרשים מייצג 40 ס"מ במציאות ואילו ס"מ אחד של הבניין בתרשים מייצג 600 ס"מ במציאות, כלומר פי 15. אסטרטגיה נוספת לפתרון היא למדוד את הגבהים בתרשים ולחשב על פי קני המידה הנתונים את הגבהים במציאות.

תרגול נוסף על פרק יחס וקנה מידה – עמוד 134

התרגילים בסעיף זה מהווים תרגול אינטגרטיבי של כל הנושאים שנלמדו במסגרת הפרק. לפי שיקול דעת המורה יוחלט אם לפתור את כל התרגילים בשלב זה, או לפזר את פתרונם לאורך זמן במסגרת חזרות.

- עמ' 134
125. 78 תלמידים יצאו לשבוע של עזרה למשקים. על כל 11 תלמידים שנשלחו לעזור בקטיף, נשלחו 2 תלמידים לעזור ברפת. כמה תלמידים נשלחו לעזור ברפת? 12

- עמ' 134
126. יש לחלק 42 משימות בין שני פועלים ביחס של 4 : 3. כמה משימות יקבל כל אחד מהפועלים? 18, 24

- עמ' 134
127. שני עובדים ביצעו ביחד עבודה וקיבלו עבודה תשלום של 1,680 שקלים. פועל אחד עבד 5 ימים, הפועל השני עבד 9 ימים. כיצד יחלקו ביניהם את התשלום שקיבלו? 600 שקלים, 1,080 שקלים

- עמ' 134
128. שתי קבוצות יצאו למחנה וקיבלו 36 ארגזי מזון. קבוצה אחת קיבלה פי 3 יותר ארגזי מזון מאשר הקבוצה השנייה. א. מה היחס בין כמות הארגזים שקיבלה הקבוצה הראשונה לבין זו שקיבלה הקבוצה השנייה? 3 : 1 ב. כמה ארגזים קיבלה כל קבוצה? 9, 27 ארגזים ג.

עמ' 134



129. א. חלקו 120 ביחס של 7 : 3. מהם המספרים שהתקבלו? 84 , 36
 ב. חלקו 120 ביחס של 21 : 9. מהם המספרים שהתקבלו? 84 , 36
 ג. מה הקשר בין תשובתכם לסעיף א ותשובתכם לסעיף ב ? הסבירו.

עמ' 134

130. כיתות ח יצאו לטיול בשני מסלולים.
 למסלול הראשון יצאה קבוצה של 72 תלמידים, למסלול השני יצאה קבוצה של 56 תלמידים.
 כיצד יחלקו בין שתי הקבוצות את 32 קופסאות המזון שהכינו? 18 , 14

עמ' 134

131. בזמן שיואב פותר 3 תרגילים, עומר פותר 4 תרגילים.
 כמה תרגילים פתר יואב בזמן שעומר פתר 28 תרגילים? 21

עמ' 134

132. חלקו את 195 ביחס של 9 : 4. מהם המספרים שהתקבלו? 135 : 60

עמ' 134

133. מחיר 8 שקיות שוקו הוא 26 שקלים. מחיר 12 שקיות שוקו הוא x שקלים.
 א. כתבו משוואה המתארת את הקשר בין הנתונים בשאלה, וחשבו את ערכו של x. 39 שקלים
 ב. מה מחיר 18 שקיות שוקו? 58.5 שקלים

עמ' 135

134. חלקו את 392 ביחס של 0.28 : 0.7. 112 , 280
 חלקו את 392 ביחס של 0.28 : 0.7. כדאי לעבור ליחס במספרים שלמים וליחס מצומצם.
 נכפול את שני המספרים ב- 100 (הכפלה ב- 10 לא תספיק). נקבל שהיחס הוא 28 : 70.
 נצמצם ב- 7 ונקבל שהיחס הוא 4 : 10. נצמצם שוב ונקבל שהיחס הוא 2 : 5.
 חלק אחד יהיה $\frac{5}{7}$ מתוך השלם. החלק השני $\frac{2}{7}$ מהשלם.
 אופי המספרים הנתונים איננו מעורר סכמות אינטואיטיביות. לא נראה באופן מיידי ש 0.7 גדול מ- 0.28, ובוודאי שלא נראה שהוא גדול ממנו פי 2.5. $392 \cdot \frac{5}{7}$ הם 280, $392 \cdot \frac{2}{7}$ הם 112.

עמ' 135

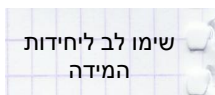
135. כתבו את היחסים הבאים כיחסים מצומצמים.

א. 6 : 4	ב. 3 : 2	ג. 12 : 15	ד. 4 : 5	ה. 100 : 70	ו. 10 : 7
ב. 20 : 35	ג. 4 : 7	ד. 450 : 800	ה. 9 : 16	ו. 6 : 13	ז. 6 : 13
ג. 160 : 200	ד. 4 : 5	ה. 7 : 21	ו. 1 : 3	ז. 30 : 30	ח. 1 : 1

עמ' 135

136. לטיול יצאו 117 תלמידים, 5 מורים ו- 4 הורים.
 כתבו את היחס בין:
 (א) מספרי תלמידים ומורים. 117 : 5
 (ב) מספרי תלמידים והורים. 117 : 4
 (ג) מספרי תלמידים ומבוגרים. 117 : 4

- עמ' 135 137. נועה ודנה קנו ביריד כרטיס הגרלה במחיר 20 שקלים. נועה שילמה 12 שקלים ודנה שילמה את היתר. הן זכו ב- 15 כרטיסי כניסה למתחם ההחלקה. כיצד תחלקנה ביניהן את הכרטיסים? 6, 9

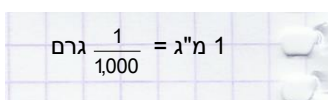


- עמ' 135 138. במתכון לעוגיות משתמשים ב- 400 גרם סוכר לכל 1.2 ק"ג קמח. מהו היחס בין משקל הסוכר למשקל הקמח? 1 : 3

- עמ' 135 139. תזונאית פרסמה המלצה לאכילה בריאה. לפי המלצה יש לאכול פירות וירקות ביחס של 2 : 3, ובתנאי שכמות הפרי תהיה בין 500 ל- 800 גרם ליום. נעמה אכלה במשך היום 600 גרם פירות. כמה גרם ירקות עליה לאכול לפי המלצה זו? 900 גרם

- עמ' 135 140. קנה המידה במפה הוא 5,000 : 1. המרחק במפה בין הבית של איתמר לבית הספר הוא 18 ס"מ, מה המרחק במציאות בין הבית לבית הספר? 900 מ'

- עמ' 135 141. בכל אחת מהפרופורציות הבאות מספר אחד אינו ידוע. חשבו אותו.
- א. $\frac{3}{8} = \frac{x}{12}$ $x = 4$ ב. $\frac{x}{12} = \frac{16}{48}$ $x = 35$ ג. $\frac{50}{40} = \frac{x}{28}$ $x = 30$ ד. $\frac{7.5}{6} = \frac{x}{24}$



- עמ' 135 142. במרשם לתרופה נתונה ההוראה הבאה: 5 מ"ג תרופה לכל 1 ק"ג משקל. משקלו של ערן הוא 45 ק"ג. כמה מ"ג תרופה יקבל? 225 מ"ג

- עמ' 136 143. בדוקן המזון ביריד נמכרו מוצרים משלושה סוגים: חטיפים, פיצה, כריכים. במשך היום מכרו בדוקן 24 חטיפים, 20 מנות פיצה, וכריכים. א. מהו היחס בין מספר מנות הפיצה שנמכרו למספר החטיפים שנמכרו? 20:24 ב. היחס בין מספר הכריכים שנמכרו למספר הכולל של המוצרים שנמכרו הוא 9 : 20. כמה כריכים נמכרו? 36

ב. ניתן לפתור בדרך אלגברית:

$$\begin{aligned}\frac{x}{24 + 20 + x} &= \frac{9}{20} \\ \frac{x}{44 + x} &= \frac{9}{20} \\ 9(44 + x) &= 20x \\ 396 + 9x &= 20x \\ 396 &= 11x \\ x &= 36\end{aligned}$$

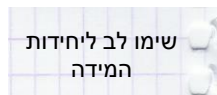
נמכרו 36 כריכים.

עמ' 136 144. סלילת כביש המחבר שני יישובים עלתה 810,000 שקלים. ביישוב אחד יש 1,500 תושבים. ביישוב השני יש 7,500 תושבים.

כיצד הייתם מחלקים את העלות בין שני היישובים? 135,000 שקלים, 675,000 שקלים

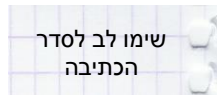
עמ' 136 145. היחס בין אורכי הצלעות של מלבן הוא 9 : 5. אורך הצלע הקצרה של המלבן הוא 32.5 ס"מ. מה אורך הצלע הארוכה של המלבן? 58.5 ס"מ

עמ' 136 146. אורכי צלעות מלבן הם 12 ס"מ ו- 8 ס"מ. הוא סורטט בקנה מידה של 4 : 1. מה המידות שלו בסרטוט? 48, 32



עמ' 136 147. גובהו של בית בסרטוט הוא 6.5 ס"מ. 400 : 1 גובה הבית במציאות 26 מ'. מה קנה המידה?

עמ' 136 148. גובה החרמון 2,800 מטרים מעל פני הים. מהנדס בנה מודל של ההר בקנה מידה של 2,000 : 1. מה גובה המודל? גובה המודל 1.4 מ'



עמ' 136 149. חרק שאורכו 1.75 ס"מ סורטט בקנה מידה 4 : 1. מה האורך שלו בסרטוט? אורך הסרטוט 7 ס"מ

עמ' 136 150. היחס בין שתי הזוויות החדות במשולש ישר זווית הוא 11 : 7. מה גודל הזוויות המשולש? 90° , 35° , 55°

עמ' 137 151. בכיתה ח₁ 30 תלמידים. בכיתה ח₂ 35 תלמידים. משתי הכיתות יחד נבחרו 26 תלמידים לייצג את השכבה בתחרויות העירוניות. הבחירה נעשתה לפי יחס מספרי התלמידים בכיתות. כמה תלמידים נבחרו מכל כיתה? 14, 12

עמ' 137 152. מלבן שאורכו 20 ס"מ ורוחבו 16 ס"מ סורטט בקנה מידה של 1 : 2.5 (שימו לב לסדר הכתיבה).
א. מה שטח המלבן המסורטט? שטח המלבן המסורטט 2,000 סמ"ר
ב. מה היחס בין שטח המלבן המסורטט לשטח המלבן המקורי? 6.25:1

א. המלבן סורטט בהגדלה. לכן, אורכו בסרטוט הוא 2.5×20 . אורכו בסרטוט הוא 50 ס"מ. רוחבו בסרטוט הוא 2.5×16 . רוחבו בסרטוט הוא 40 ס"מ.
ב. את היחס ניתן למצוא על ידי העלאה בריבוע של היחס בין האורכים. היחס בין השטחים הוא 2.52. או על ידי מציאת היחס בין השטחים: $(16 \times 20) : (40 \times 50)$. כלומר, 320 : 2,000 שהם 6.25.

עמ' 137

153. היקפו של משולש שווה שוקיים הוא 140 ס"מ.

היחס בין אורכי הצלעות $1 : 3 : 3$.

מה האורכים של צלעות המשולש? 60 ס"מ, 60 ס"מ, 20 ס"מ

נחלק את 140 ל-7. כל אחת משתי השוקיים אורכה $\frac{3}{7}$ מההיקף, הבסיס אורכו $\frac{1}{7}$ מההיקף.140 $\cdot \frac{3}{7}$ הם 60 ס"מ. 140 $\cdot \frac{1}{7}$ הם 20. אורך כל שוק 60 ס"מ, אורך הבסיס 20 ס"מ.

עמ' 137

154.

בקופסה יש 16 חרוזים אדומים ו-8 חרוזים לבנים מהם רוצים להרכיב צמידים.

הציעו אפשרויות שונות להרכבת צמידים מקופסה זו כך שבכל צמיד היחס בין מספר החרוזים הלבנים לאדומים יהיה שווה לזה שבקופסה.

עמ' 137

155.

א. על כל תווית רשומים מספרי החרוזים בצנצנת. $1 : 1$ (1) $1 : 2$ (2) $3 : 5$ (3) $4 : 8$ (4) $5 : 1$ (5)

עבור כל צנצנת, רשמו את היחס המצומצם בין מספר החרוזים הכחולים והלבנים.



ב. חלקו את החרוזים בכל צנצנת לקבוצות, כך שהיחס בכל קבוצה יהיה שווה ליחס החרוזים בצנצנת.

הציעו אפשרויות שונות לחלוקה. ניתן לחלק לקבוצות בצנצנות (1), (2), (3), (5)



עמ' 137

156.

תמונה מלבנית שמימדיה 9 ס"מ ו-12 ס"מ סורטטה על ידי יואב ביחס של $1 : 3$,ועל ידי אוהד ביחס של $3 : 1$.מה היחס בין שטחי הסרטטים של יואב ואוהד? $1 : 81$






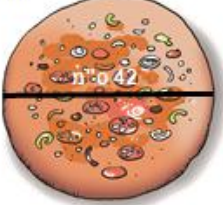

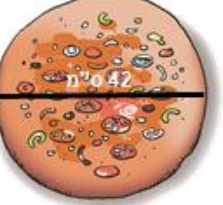
התמונה של יואב סורטטה בהקטנה פי-3. התמונה של אוהד סורטטה בהגדלה פי-3.

לכן יחס אורכי הצלעות $9 : 1$. יחס השטחים הוא $81 : 1$. גודל התמונה במציאות איננו הכרחי לתשובה.

ניתן כמובן לחשב את השטחים של הסרטטים בהקטנה ובהגדלה ולחשב את היחס.

אוריינות – בפיצרייה של מוטי – עמוד 138

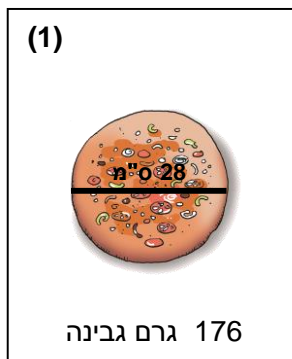
- עמ' 138 1. בפיצרייה של מוטי יש שמונה סוגי פיצות. הפיצות נבדלות זו מזו בשילוב שבין הצורה, הגודל וכמות הגבינה. בטבלה שלפניכם מוצגות הפיצות השונות.

(1)  גרם גבינה 176	(3)  גרם גבינה 396	(5)  גרם גבינה 297	(7)  גרם גבינה 396
(2)  גרם גבינה 176	(4)  גרם גבינה 396	(6)  גרם גבינה 264	(8)  גרם גבינה 264

מוטי עקב במשך מספר חודשים אחר העדפות הקונים. הוא מצא שיש העדפה ברורה של הקונים לפיצות (1), (2), (4), (7) על פני הפיצות האחרות. מה לדעתכם יכולה להיות הסיבה להעדפה זו?

$$\pi = \frac{22}{7}$$

- עמ' 138 2. בפיצרייה של מוטי משתמשים להכנת הפיצות בגבינה שבה 28% שומן. השותף החדש של מוטי הציע לשלב גבינה שבה אחוז השומן נמוך יותר – 22% שומן, כך שהיחס בין כמות הגבינה שבה 22% שומן לכמות הגבינה שבה 28% יהיה 4 : 7. מה תהיה כמות הגבינה מכל סוג בכל אחת מהפיצות?



- עמ' 138 3. מחירה של פיצה מספר (1) היא 46 שקלים. אילו מחירים הייתם קובעים לפיצות מספר (2), (4), (7) ? הסבירו.

- עמ' 138 4. איזה מחיר הייתם קובעים לפיצה מספר (6) ? הסבירו.

תשובות:

היחס בפיצוץ 1, 2, 4, 7 בין כמות הגבינה לשטח הבצק: $\frac{176}{616} = \frac{396}{1386} = \frac{2}{7} = 0.286$

במקרים האחרים:

$$\frac{396}{616} = \frac{9}{14} = 0.642 \quad (3) \quad \text{(ניתן לצמצם ב- 44)}$$

$$\frac{297}{1386} = \frac{3}{14} = 0.214 \quad (5) \quad \text{(ניתן לצמצם ב- 99)}$$

$$\frac{264}{616} = \frac{3}{7} = 0.428 \quad (6) \quad \text{(ניתן לצמצם ב- 88)}$$

$$\frac{264}{1386} = \frac{4}{21} = 0.190 \quad (8) \quad \text{(ניתן לצמצם ב- 66)}$$

$$\begin{array}{lcl} 176 < 64 & 22\% \\ & 112 & 28\% \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} 396 < 144 & 22\% \\ & 252 & 28\% \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} 264 < 96 & 22\% \\ & 168 & 28\% \end{array}$$

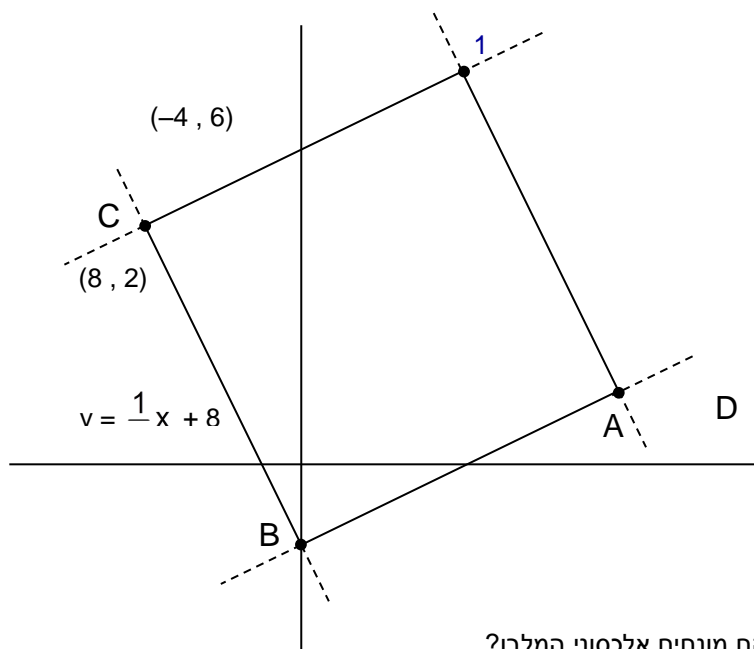
$$\begin{array}{lcl} 297 < 108 & 22\% \\ & 189 & 28\% \end{array}$$

מפגש חוזר אינטגרטיבי – עמוד 139

עמ' 139

1. א. במערכת הצירים מסורטט מלבן ABCD.

מה השיעורים של קודקודי המלבן?



ב. מה הייצוגים האלגבריים של הישרים עליהם מונחים אלכסוני המלבן?

א. $BD: y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$; $AC: y = 3x - 2$. ב. $D(-4, 6)$; $C(0, -2)$; $B(8, 2)$; $A(4, 10)$.

עמ' 139

2. איזו מבין המכפלות הבאות מציגה את המספר 720 כמכפלה של גורמים ראשוניים.

- 1) $720 = 8 \cdot 9 \cdot 10$
- 2) $720 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$
- 3) $720 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
- 4) $720 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6$

מומלץ לחזור על המושג מספר ראשוני. על ההבדל בין הצגה של מספר כמכפלה של גורמים כלשהם לבין הצגתו כמכפלה של גורמים ראשוניים. יש להזכיר ש-1 איננו מספר ראשוני.

עמ' 139

3. הציגו את המספר 630 כמכפלה של גורמים ראשוניים. $630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

עמ' 139

4. אילו מבין המספרים הבאים הם מספרים ראשוניים? $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19$

$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$

$$20 < x < 30$$

x בין 20 ל-30.
x גדול מ-20 וקטן מ-30.

עמ' 139

5. תנו דוגמה למספר ראשוני x, כך ש:

א. $20 < x < 30$ 23, 29

ב. $40 < x < 50$ 41, 43, 47

השאלה עוסקת בהצגה אלגברית של תחום מספרים. יש לוודא שהצגה זו ברורה לתלמידים. התלמידים נחשפו אליה בפרק של תחומי עלייה וירידה של פונקציות, ובתחום הגדרה של פונקציה