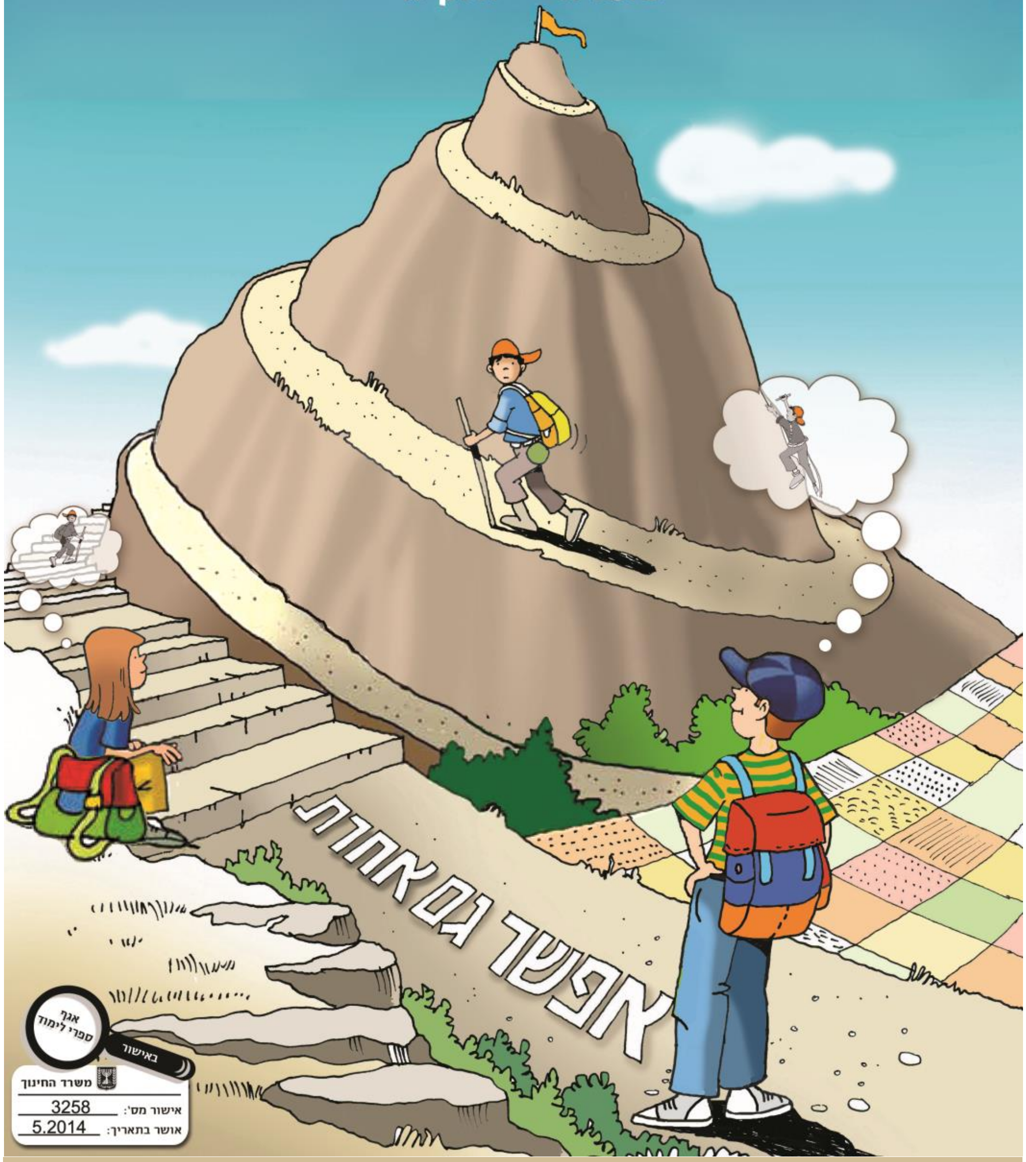
אפשר גם אחרת

מתמטיקה לחטיבת הביניים

כיתה ח - חלק א



מדריך למורה

הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל
המחלקה לחינוך
למדע וטכנולוגיה

מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך
מדעי- טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים

האוניברסיטה העברית בירושלים
היחידה לחקר החינוך המתמטי
ע"ש עמיצור

© כל הזכויות שמורות למשרד החינוך
ספטמבר 2014

מבנה הספר

פעילויות

בדרך כלל פרק מחולק לתתי פרקים. כל תת פרק מתחיל במספר פעילויות. הפעילויות ממוספרות ברצף לאורך כל הפרק. לאחר מקבץ של פעילויות מופיעים תרגילים.

שילוב בין פעילויות ותרגילים

אפשר וכדאי לא לעבור על כל הפעילויות המופיעות בתת פרק ברצף בזו אחר זו. כדאי לפצל את הפעילויות האלו למספר מקבצים. המקום המדויק בו כדאי לפצל מקבץ פעילויות תלוי בכיתה וזו הסיבה המרכזית בגללה לא פיצלנו את הפעילויות פיצול יתר. במדריך למורה, בצמוד לכל פעילות מצוינים מספרי התרגילים המתבססים על פעילות זו כך שהמורים יכולים, לפי שיקול דעתם, להחליט בכמה פעילויות לעסוק במליאת הכיתה לפני המעבר לתרגילים ולעבודה יותר אישית של התלמידים. בנוסף, יש בכל תת פרק ובכל פרק תרגילים רבים המבוססים על מכלול הפעילויות המופיעות בתת הפרק ובפרק כולו. את הפעילויות כדאי לבצע עם התלמידים במליאת הכיתה. מומלץ לתת לתלמידים לנסות ולענות על השאלות המופיעות בפעילויות בכוחות עצמם או בעבודה בזוגות או קבוצות ולאחר מכן לדון באסטרטגיות השונות שמציעים התלמידים. פעילויות אלו בונות את הנושא ואת המושגים המרכזיים בפרק.
הפעילויות אינן מיועדות לעבודה עצמית של התלמידים. מומלץ במידת האפשר להציג אותן כאשר ספרי הלימוד של התלמידים סגורים. הספרים מופיעים באתר המלווה כך שניתן להקרין חלקים מהפעילות במליאה.
הפעילויות מנוסחות בצורה מפורטת למדי. למרבית השאלות המופיעות בהן ישנן תשובות בתוך הספר, כדי לאפשר לתלמידים לחזור על הפעילות בכוחות עצמם או במסגרות נוספות.

תרגילים

לאחר הפעילויות מופיעים בדרך כלל תרגילים. תרגילים אלה נועדו לתרגול בכיתה ולשיעורי בית ויינתנו לתלמידים על פי שיקול דעת המורה ובהתאם לתלמידים. ישנם תרגילים הקשורים ישירות לפעילות מסוימת בה התלמידים עבדו עם המורה וישנן פעילויות אינטגרטיביות יותר.

- תרגילים המיועדים לכלל התלמידים ממוספרים במספרים **בצבע שחור** (לדוגמה, **1**).
- תרגילים מתקדמים ממוספרים **בצבע כתום** (לדוגמה, **1**).
- תרגילים המיועדים לתרגול ולביסוס ממוספרים **בצבע ירוק** (לדוגמה, **1**).

מפגשים חוזרים

בספר מופיעים מפגשים חוזרים משני סוגים.

(1) מפגשים חוזרים המתייחסים לנושא מסוים. לדוגמה, מפגש חוזר – משוואות עם שברים.
כאשר בספר יש הרחבה או העמקה או נושא שמתבסס ישירות על חומר שנלמד בעבר, ישנו מפגש חוזר ייעודי המקשר בין החומר שנלמד בעבר לחומר החדש. לדוגמה, הפרק טכניקה אלגברית מניח ידע קודם בחזקות עם מעריכים טבעיים ובחוק הפילוג. לכן, לפני תחילת הפרק מופיעים שני מפגשים חוזרים ייעודיים – חזקות, חוק הפילוג.
במקרה זה הכותרת מכילה את הנושא המסוים. למשל, מפגש חוזר – חוק הפילוג.
כל מורה על-פי שיקול דעתו יחליט על היקף החזרה.

(2) מפגשים חוזרים אינטגרטיביים.
מפגשים אלה מכילים פעילויות מתמטיות שונות במגוון נושאים, לאו דווקא לפי רצף התכנים הנלמדים, המתייחסות לתכנים שכבר נלמדו.
פעילויות מפגש חוזר אינטגרטיבי חשובות במיוחד. הן עוזרות לשמור על הידע הנלמד זמין. יתכן שלחלק מהתלמידים לוקח זמן להגיע אל הידע הדרוש ולמראית עין פעילויות אלה נותנות הרגשה של

"בזבוז זמן". אך, בטווח הרחוק דרך עבודה זו משמרת את מרבית החומר הנלמד בצורה זמינה ומשמעותית.

מפגשים חוזרים ניתן לבצע על פי מיקומם בספר או בזמן אחר בהתאם לשיקול דעת המורה.

פעילויות אינטגרטיביות ושאלות אוריינות

פעילויות שהן באורך ובהיקף מעבר לתרגילים הרגילים הניתנים במהלך לימוד הפרק. יש בהן התייחסות ישירה למגוון נושאים שנלמדו במהלך השנה. לדוגמה, בעמוד 138 מופיעה שאלה, ארוכה יחסית, המשלבת תכנים מתמטיים מנושאים קודמים: שטח עיגול ומלבן, יחס ופרופורציה. זוהי שאלת חקר שבה ישנה אפשרות להעלאת השערות ובדיקתן, מעודדות שיח מתמטי ויכולת הנמקה.

אנחתאות

פעילויות אתנחתא הן פעילויות מתמטיות במגוון נושאים מתמטיים, לאו דווקא לפי רצף הנושאים בתוכנית הלימודים. הפעילויות מכילות, שאלות מילוליות אינטגרטיביות מתחומים שונים, פעילויות נוספות לפיתוח תובנה מספרית, פעילויות המעודדות חשיבה לוגית מתמטית, ופעילויות להעשרה ולהעמקה בתחום המספרי ובתחום הגיאומטרי.

אתנחתאות ניתן לבצע על פי מיקומם בספר או בזמן אחר בהתאם לשיקול דעת המורה.

דוגמאות

תרגילים פתורים / בעיות פתורות.

דוגמה מהווה אב-טיפוס לקבוצת תרגילים או בעיות. היא מופיעה בדרך כלל בסמוך לקבוצת התרגילים ומציגה את הפתרון על כל שלביו.

מקרא לרקעים בספר

רקע תכלת
דיון

רקע צהוב
סיכומים / הגדרות / עיקרי הדברים

דף תובנות

רקע אפור
דוגמה – בעיה פתורה

פרק הרחבה

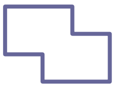
הפניה לתרגילים מתאימים

ארגז כלים בגיאומטריה

תרגילים לדיון במליאה

פעילות פתיחה – מצולעים מיוחדים – עמוד 1

כל אחד מספרי "אפשר גם אחרת" פותח ב"פעילות פתיחה". פעילויות הפתיחה הן פעילויות במגוון נושאים מתמטיים לאו דווקא לפי רצף הנושאים בתוכנית הלימודים. הפעילויות מכילות שאלות מילוליות אינטגרטיביות מתחומים שונים, פעילויות לפיתוח תובנה מספרית, פעילויות המעודדות חשיבה לוגית מתמטית, ופעילויות להעשרה ולהעמקה בתחום המספרי ובתחום הגיאומטרי.
פעילות זו מוצעת כפעילות פתיחה לשנת הלימודים, או לספר החדש. ניתן, לפי שיקול דעת המורה, לשלבה גם במועד מאוחר יותר במשך שנת הלימודים.

פעילות הפתיחה לספר הנוכחי עוסקת במציאת חוקיות והכללה במצולעים בעלי תכונות מיוחדות. הפעילות מזמנת חזרה על תכונות של צורות גיאומטריות ושל זוויות ישרות.
התכונה המשותפת לכל המצולעים היא הזוויות. לכל המצולעים זוויות בנות 90^0 או 270^0 בלבד. תוך כדי הדיון במצולעים ניתן לערוך חזרה על הקשר בין מספר הצלעות ומספר הזוויות במצולעים כלשהם.
בפעילות יש הזדמנות נוספת לחשיפה למצולעים לא סטריאוטיפים. (זה איננו מובן מאליו שתלמיד רואה בצורה כגון:  מצולע, ומזהה את צלעותיו ואת זוויותיו).

תחילה מומלץ לסרטט מספר מצולעים שכל אחת מזוויותיהם בת 90^0 או 270^0. לבקש מהתלמידים לזהות את הזוויות השונות, לבדוק כמה צלעות לכל אחד מהמצולעים, לסמן את הקדקודים באותיות ולבקש מהתלמידים לשיים את הצלעות ואת הזוויות השונות. כמו כן כדאי לבקש מהם לסרטט מצולעים נוספים משלהם המקיימים תכונה זו, לספור את מספר הצלעות ומספר הזוויות מכל סוג.
כדאי לשאול תחילה מהי הדוגמה הפשוטה ביותר למצולע מסוג זה (המלבן – יש לו 0 זוויות של 270^0).
בשלב הבא המטרה היא למצוא קשר בין מספר הזוויות בנות 90^0 למספר הזוויות בנות 270^0. יש תלמידים המוצאים את הקשר הבא: "הסכום של מספר הזוויות בנות 90^0 ומספר הזוויות בנות 270^0 שווה למספר הצלעות". במקרה זה יש לשאול את התלמידים, האם עובדה זו מפתיעה אותם? אם לא, מדוע לא? האם ניתן היה לדעת מראש שזה יהיה הקשר, גם מבלי למנות את הזוויות?
התכונה הבולטת שמרבית התלמידים מוצאים היא הפרש של 4 בין מספר הזוויות בנות 90^0 למספר הזוויות בנות 270^0.

1. מצולע בן 6 צלעות, 5 זוויות בנות 90^0 וזווית אחת בת 270^0.
2. מצולע בן 8 צלעות, 6 זוויות בנות 90^0 ושתי זוויות בנות 270^0.

בונים מצולעים נוספים בעלי זוויות בנות °90 ו- °270 בלבד, כמודגם בסרטוט.

1. א. כמה צלעות במצולע א'?
ב. כמה זוויות בנות °90 במצולע א'?
ג. כמה זוויות בנות °270 במצולע א'?

2. א. כמה צלעות במצולע ב'?
ב. כמה זוויות בנות °90 במצולע ב'?
ג. כמה זוויות בנות °270 במצולע ב'?

3. א. ציירו מצולע נוסף בעל אותו מספר צלעות כמו מצולע ב', שיש לו זוויות בנות °90 ו- °270 בלבד.
ב. כמה זוויות בנות °90 וכמה זוויות בנות °270 יש במצולע זה?

4. מצולע ג בן 10 צלעות, 7 זוויות בנות 90^0 ו- 3 זוויות בנות 270^0.

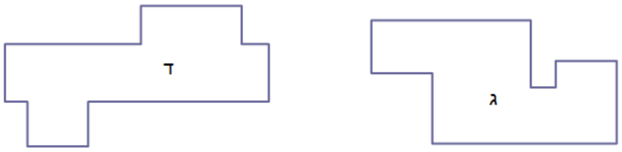
מצולע ד בן 12 צלעות, 8 זוויות בנות 90^0 ו- 4 זוויות בנות 270^0.

אחרי חשיפה לשישה מצולעים השייכים לקבוצה זו, מומלץ לשאול מהו המצולע הפשוט ביותר השייך לקבוצה?

התשובה המצופה היא המלבן.

בהמשך, בתשובה לשאלה 5, נבסס את הראיה של כל אחד מהמצולעים שבדיון כמלבן שנוצרים בו מפרצים.

4. לפניכם מצולעים נוספים מסוג זה:



א. בדקו כמה צלעות יש לכל אחד מהמצולעים ג ו- ד.

ב. העתיקו את הטבלה והשלימו אותה.

ג. האם תוכלו למצוא קשר בין מספר הצלעות במצולע למספר הזוויות בנות 90°?

מצולע	מספר צלעות	מספר זוויות בנות 90°	מספר זוויות בנות 270°
א			
ב			
ג			
ד			

5. הנוסחה שדני מצא למספר הזוויות במצולע בעל n צלעות, מעלה את השאלה מה היה קורה אילו מספר הצלעות במצולע זה היה אי-זוגי? הדיון בשאלה 6 אמור להוביל למסקנה שדבר זה אינו אפשרי. בשלב זה ההסבר הוא לא פורמלי.

למשל, דרך אפשרית אחת להראות זאת היא: ב"הליכה" לאורך צלעות המצולע. בהליכה מופיעות לסירוגין צלעות אופקיות וצלעות אנכיות. לכן, מספר הצלעות האופקיות שווה למספר הצלעות האנכיות. מכאן שהמספר הכולל של הצלעות הוא זוגי. (פעמיים מספר הצלעות האופקיות).

דרך אפשרית נוספת להראות זאת היא לצאת ממצולע בסיסי בעל 4 צלעות – המספר הקטן ביותר האפשרי של צלעות (נשאל מדוע לא ייתכן מצולע מסוג זה בעל 3 צלעות?).

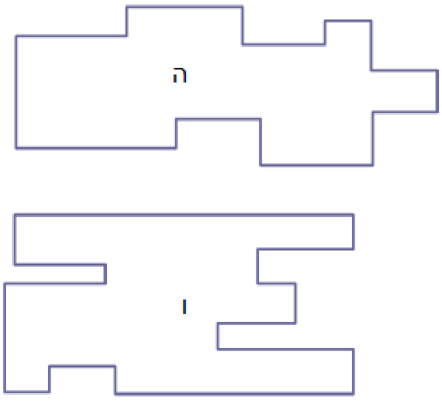
המרובע האפשרי היחיד הוא "מלבן" כל זוויותיו 90^0 ויש לו 0 זוויות בנות 270^0.

ממלבן בסיסי זה ניתן לקבל מצולעים נוספים מאותו סוג בשתי דרכים: "חיתוך פינה" או "חיתוך מפרצת" (לחילופין – "תוספת של מפרצת").

5. דני אומר: אני מצאתי נוסחה לחישוב:

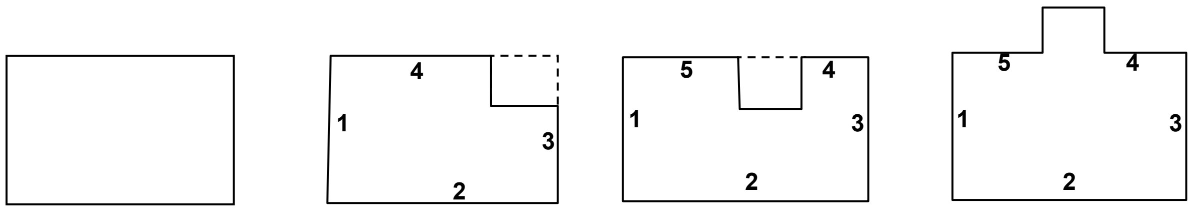
במצולע מסוג זה בעל n צלעות מספר הזוויות בנות 90° הוא: $2+\frac{n}{2}$.

א. האם דני צודק? בדקו עבור מצולעים ה', ו'.



ב. כמה זוויות בנות 270° במצולע מסוג זה בעל **n** צלעות?

6. לכל המצולעים המסורטטים א'-ו' מספר זוגי של צלעות.
נסו לסרטט מצולע בעל מספר אי זוגי של צלעות שזוויותיו בנות 90° ו- 270° בלבד.
מה מסקנתכם?



בצורה זו יש בסך הכל 8 צלעות: שלוש צלעות מהמלבן הבסיסי – מסומנות במספרים 1, 2, 3. ויש עוד חמש צלעות: 2 הן פיצול של הצלע הרביעית של המלבן (מסומנות 4, 5) ו- 3 הן ה"תוספת" – סה"כ "נוספו" 4 צלעות.

בצורה זו יש בסך הכל 8 צלעות: שלוש צלעות מהמלבן הבסיסי – מסומנות במספרים 1, 2, 3. ויש עוד חמש צלעות: 2 הן פיצול של הצלע הרביעית של המלבן (מסומנות 4, 5) ו- 3 הן ה"תוספת" – סה"כ "נוספו" 4 צלעות.

בצורה זו יש בסך הכל 6 צלעות: שתי צלעות מהמלבן הבסיסי – מסומנות במספרים 1, 2. שתי צלעות נוספות שקטנו – מסומנות במספרים 3, 4. ושתי צלעות שהתווספו מה"מגרעת" החדשה – סה"כ "נוספו" 2 צלעות.

כל אחד מהמצולעים מתקבל מהמלבן הבסיסי על ידי "מגרעות" ו"מפרצים". כל "מגרעת" או "מפרץ" מוסיפים מספר זוגי של צלעות. לכן מספר הצלעות במצולע הוא זוגי.

מציאת הקשר בין מספר הצלעות ומספר הזוויות מכל סוג במצולעים מיוחדים אלה יכולה להיעשות בכמה דרכים.

למשל, לפי הטבלה בשאלה 4 כאשר מוסיפים גם נתונים על מצולעים ה, ו :

	מס' צלעות	מס' זויות 90°	מס' זויות 270°
א	6	5	1
ב	8	6	2
ג	10	7	3
ד	12	8	4
ה	18	11	7
ו	20	12	8

ניתן לחפש חוקיות בטבלה. למשל, ניתן לראות מידית שההפרש במספר הזוויות הוא תמיד 4. וכן, כאשר מספר הצלעות גדל ב- 2, מספר הזוויות בנות 90^0 גדל ב- 1.

כלומר חצי מהגידול ב- n. ולכן "מעודד" לחפש קשר ל- $\frac{n}{2}$

דרך אפשרית נוספת היא דרך אלגברית: במצולע מסוג זה בעל n צלעות, מספר הזוויות בנות 270^0 הוא **x**, מספר הזוויות בנות 90^0 הוא **x+4**, סכום הזוויות הוא כמספר הצלעות **n** .

מתקבלת המשוואה **x + x + 4 = n** שפתרונה $x = \frac{n}{2} + 2$. כלומר מספר הזוויות בנות 270^0 הוא $\frac{n}{2} - 2$. מספר הזוויות בנות 90^0 גדול ב- 4 ולכן הוא $\frac{n}{2} + 2$.

יש לעודד את התלמידים להציע דרכים משלהם. בשלב זה אין צורך להכנס להוכחות אלגבריות של הנוסחה.

בהתאם לכיתה, אם ידועה לתלמידים הנוסחה למציאת סכום הזוויות במצולע בעל n צלעות, ניתן לבקש מהם לבדוק שסכום הזוויות בנות 90^0 ו- 270^0 הוא אכן $180(n – 2)$.

פונקציות – מפגש חוזר – עמוד 3

השתנות ערכי הפונקציה בקצב אחיד ובקצב לא אחיד.

המפגש החוזר פותח בשלוש דוגמאות שעוסקות בחזרה על המושג השתנות בקצב אחיד ולא אחיד. בדוגמה הראשונה פונקציות עולות, בדוגמה השנייה פונקציות יורדות, ובדוגמה השלישית פונקציה שמשנה מגמה.

בשתי הדוגמאות הראשונות הפונקציות מוצגות באמצעות טבלה ובאמצעות גרף.

הפעילות סביב דוגמאות אלה מזמנת חזרה על המושגים המרכזיים שנלמדו בכיתה ז.   טבלאות הערכים הן טבלאות ערכים חלקיות. בכיתה ז עסקנו במפורש בטבלאות ערכים מלאות. ועמדנו על ההבדל בין טבלאות ערכים מלאות לטבלאות ערכים חלקיות.   חשבו לזכור שבדיקת קצב ההשתנות על-פי טבלה, מניח הנחה בסיסית שנתוני הביניים מתנהגים באותו אופן.

בכל אחת מהדוגמאות התלמידים נדרשים להשוות בין שתי הפונקציות לתאר את הדומה ואת השונה. המונחים המוצעים מהווים רמזים לאפיונים להשוואה. יש לבקש מהתלמידים להסביר את תשובותיהם. האם ניתן להסיק זאת מהגרף? מהטבלה? משני הייצוגים? כיצד ניתן להסיק זאת? באיזה מהייצוגים קל יותר לראות זאת? וכדומה.

לדיון ולהמללה יש חשיבות בביסוס הידע הקיים. ובהכנה לקראת לימוד הפרק הבא.

למשל, **בדוגמה בעמוד 3:**

דומה - שתי הפונקציות עולות.

זו הזדמנות לחזור על המושג פונקציה עולה. פונקציה שבה כאשר ערכי x גדלים, גם ערכי y גדלים. כיצד מזהים זאת בטבלה? מתבוננים בשינוי בערכי x ובערכי y כאשר עוברים משורה לשורה בטבלה. אם גם הערך של x וגם הערך של y גדלים, הרי שהפונקציה עולה.

כיצד ניתן לראות זאת בגרף: מתבוננים בשתי נקודות על הגרף, אם כאשר ערכי x גדלים (מתקדמים ימינה), גם ערכי y גדלים (מתקדמים למעלה), אזי הפונקציה עולה.

במידת הצורך ניתן לתת גם רמז ויזואלי: במבט על הקו מהפינה השמאלית לפינה הימנית – הכיוון הוא כלפי מעלה.

דומה – תחום ההגדרה. תחום ההגדרה נקבע על פי התחום הנתון בשאלה. לפי הנתון שתי הפונקציות מוגדרות עבור ערכי x בין (–1) ל- 3.

פונקציות – מפגש חוזר

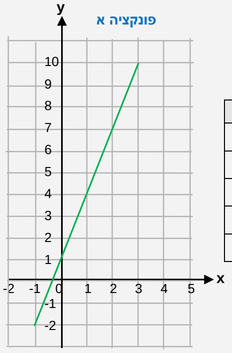
השתנות ערכי הפונקציה בקצב אחיד ובקצב לא אחיד

דוגמה: קצב אחיד וקצב לא אחיד בטבלה ובגרף

לפניכם גרפים של שתי פונקציות המוגדרות בין (–1) ל- 3, וטבלאות ערכים חלקיות של שתי הפונקציות.

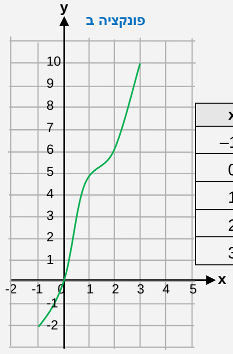
פונקציה א

x	y
–1	–2
0	1
1	4
2	7
3	10



פונקציה ב

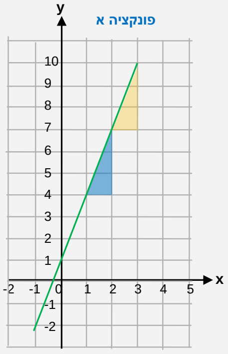
x	y
–1	–2
0	0
1	5
2	6
3	10

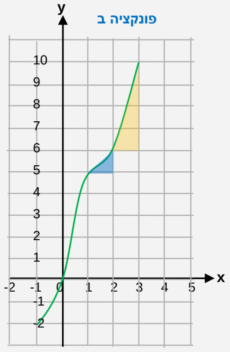


א. תארו את הדומה ואת השונה בהתנהגות של שתי הפונקציות.
היעזרו במונחים: תחום הגדרה, פונקציה עולה, יורדת, קבועה, מגמה משתנה, קצב השתנות.

ב. הסבירו, על סמך הטבלה, את כל אחד מהמאפיינים שציינתם.

ג. הסבירו, על סמך הגרף, את כל אחד מהמאפיינים שציינתם.





דומה – שתי הפונקציות עוברות דרך הנקודות (–2 , –1) , (10 , 3).

שונה – פונקציה א חותכת את ציר ה- x ואת ציר ה- y בשתי נקודות שונות. ואילו פונקציה ב עוברת דרך ראשית הצירים.

שונה – צורת הגרף. פונקציה א היא קו ישר. גרף פונקציה ב – הקו עקום (איננו ישר).

שונה – קצב ההשתנות. פונקציה א – קצב השתנות אחיד. פונקציה ב – קצב השתנות לא אחיד. זה הזמן לחזור לשאלה איך יודעים אם קצב ההשתנות אחיד או לא? איך בודקים זאת בגרף? למשל, על ידי סרטוט מדרגות. אם למדרגות ברוחב שווה יש גובה שווה – ההשתנות היא בקצב אחיד. אם למדרגות ברוחב שווה יש גובה שונה קצב ההשתנות לא אחיד. חשוב להדגים את סרטוט המדרגות ולהדגיש מה רוחב המדרגה ומה גובה המדרגה. (ראו הדגמה בדוגמה בעמוד 4). נושא זה נלמד בכיתה ז.

איך בודקים בטבלה אם קצב ההשתנות אחיד? בודקים אם עבור שינוי של x במרווחים קבועים (במקרה שלנו במרווחים של יחידה אחת), ערכי y משתנים במרווחים קבועים. (ראו הדגמה בדוגמה בעמוד 4). וכדומה. (לא נדון בשלב זה במדרגות ברוחב שונה או בשינוי בערכי x במרווחים לא קבועים).

אנו רואים כי הדיון בשווה ובשונה בין שתי הפונקציות מהווה הזדמנות לחזרה על המושגים השונים שנלמדו בעבר. חשוב לוודא שהתלמידים יודעים לקשר בין הגרפים לטבלה, יודעים לעבור מייצוג לייצוג, יודעים איך באים לידי ביטוי המאפיינים השונים בטבלה ובגרף.

באופן דומה לדיון בדוגמה שבעמוד 3, יש לערוך דיון על שני הגרפים שבדוגמה השנייה בעמוד 4.

במקרה זה לא נתון במפורש תחום ההגדרה. לכן חשוב לדון בדבריו של מיכאל. לא נוכל לדעת אם תחום ההגדרה זהה או לא. ניתן להתייחס אך ורק לחלק הגרף המופיע בסרטוט. כלומר, אנו יודעים בוודאות ששתי הפונקציות מוגדרות עבור כל ערך של x בין (–2) ל- 2, ולא יודעים מה קורה עבור x גדול מ- 2 או קטן מ- (–2).

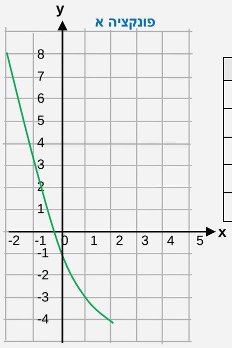
כמו כן כדאי לדון בהבדל בין טבלת הערכים החלקית המציגה ערכים שלמים בלבד לבין הגרף המציג גם ערכים לא שלמים של x.

בדיון בשתי הדוגמאות הראשונות, חוזרים על התכונה שלפונקציה שהגרף שלה קו ישר יש קצב השתנות אחיד. (גם בכיתה ז נחשפו התלמידים, תוך כדי עבודה, לקשר זה).

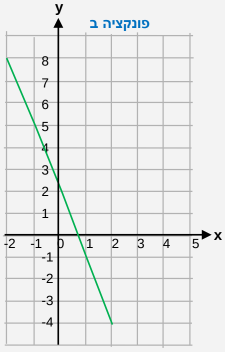
דוגמה: קצב אחיד וקצב לא אחיד בטבלה ובגרף

לפניכם גרפים של שתי פונקציות ושתי טבלאות ערכים חלקיות.

x	y
–2	8
–1	3
0	–1
1	–3
2	–4



x	y
–2	8
–1	5
0	2
1	–1
2	–4



תארו את הדומה ואת השונה בהתנהגות של שתי הפונקציות.

היעזרו במונחים: תחום הגדרה, פונקציה עולה, יורדת, קבועה, מגמה משתנה, קצב השתנות.

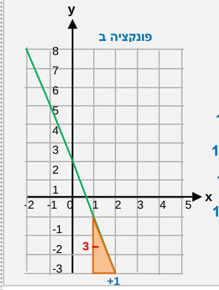
יונתן אומר: שתי הפונקציות יורדות.
גם בטבלה וגם בגרף אני רואה
שכאשר ערכי x גדלים ערכי y קטנים.

מיכאל אומר: לגבי תחום ההגדרה, אני לא בטוח
אם הוא שווה או שונה.
אמנם מהטבלה נראה שתחום ההגדרה שווה,
אבל, הטבלה היא טבלת ערכים חלקית.
מהגרף נראה שהקווים יכולים להמשיך
מעבר לערכים של x הנתונים בטבלה
כך שבעצם אי אפשר להיות בטוחים.

x	y
–2	8
–1	3
0	–1
1	–3
2	–4

דניאל אומר: יש הבדל בין שתי הפונקציות
בקצב ההשתנות.
לפונקציה ב יש קצב השתנות אחיד.
כאשר x גדל ב- 1, ה- y קטן ב- 3.
קצב ההשתנות של פונקציה א איננו אחיד.
קל לראות זאת גם בטבלה וגם בגרף.

x	y
–2	8
–1	5
0	2
1	–1
2	–4



דוגמה – עמוד 5

הקשר מילולי לפונקציה בעלת מגמה משתנה.
פונקציות בעלות מגמה משתנה הן פונקציות אשר בחלק מהתחום הן עולות ובחלק מהתחום הן יורדות, או בחלק מהתחום קבועות. בדוגמה זה הפונקציה תחילה קבועה, לאחר מכן עולה, שוב קבועה, יורדת ועולה.

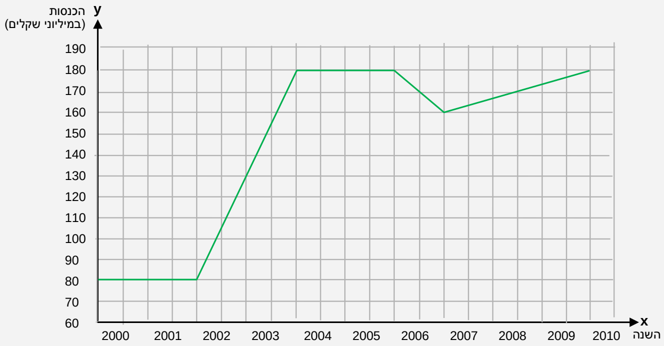
יש לבקש מהתלמידים לתאר במילים שלהם את התנהגות הפונקציה. לחזור על המושגים פונקציה קבועה – ערכי x גדלים, אך ערכי y אינם משתנים. צורת הפונקציה: קו מקביל לציר ה- x. התיאור במילים מסייע לתלמידים את המושגים והמונחים.

סעיף א: כאשר מנתחים נתונים (גם בניתוח נתוני אמת) המוצגים בגרף, ניתן להדגיש חלקים כאלה או אחרים על-פי ההיבט אותו רוצים להבליט. למשל, אפשר לומר: לאחר תקופה שבה הייתה יציבות, הייתה תקופה של ירידה ברווחים (אולי בגלל השקעה בתשתיות – ראו סעיף ה) ומאז נמצאים במגמת עליה.

סעיף ג: שואלים מתי היה קצב העלייה המהיר ביותר – שאלות מסוג זה מהוות תשתית להקנייה של המושג שיפוע של פונקציה, ודיון במידת התלילות של הפונקציה.

דוגמה: מגמה משתנה

לפניכם גרף ההכנסות של מפעל תעשייתי גדול.
הגרף מציג מידע לגבי ההכנסות של המפעל בתום כל שנה, במשך השנים: 2000 – 2010.



חיבור הנקודות בקו נועד להציג את המגמה של הגרף.

א. בעל המפעל מתכנן למכור את מניותיו במפעל.
כיצד כדאי לבעל המפעל להציג בפני קונה פוטנציאלי את ההכנסות של המפעל במהלך השנים 2000 – 2010 ?

ב. תארו את הכנסות המפעל במשך שנים אלו.
השתמשו במונחים: פונקציה עולה, יורדת, קבועה, מגמה משתנה, קצב השתנות.

ג. באילו שנים קצב העלייה היה המהיר ביותר?
1) הסבירו באמצעות הגרף.
2) הסבירו באמצעות נתונים מספריים.

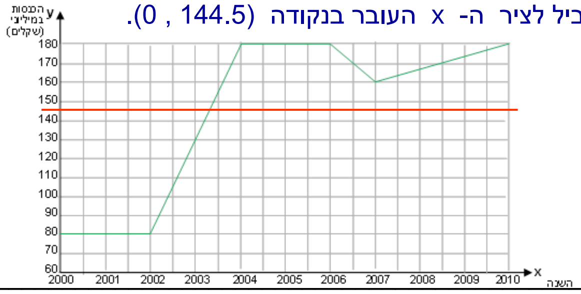
ד. ידוע כי סך כל ההכנסות של מפעל מתחרה, במשך אותן שנים, היה זהה.
כמו כן ידוע שההכנסה השנתית של המפעל המתחרה הייתה קבועה לאורך השנים.
סרטטו את גרף ההכנסות של מפעל זה.

ה. בשנת 2006, במהלך דיון שנערך במועצת המנהלים בנושא שדרוג המכונות של המפעל, אחד המנהלים טען שאם לא יתבצע שדרוג של המכונות, הכנסות המפעל יפסיקו לצמוח וישארו קבועות לאורך השנים.
הוא אמר שאם ישקיעו בשדרוג המכונות אמנם תהיה, לתקופה מסוימת, ירידה בהכנסות, אבל בטווח הארוך זה יתרום באופן משמעותי לעלייה בהכנסות.
איזה משני התרחישים לדעתכם התקיים? בססו את התשובה על הגרף.

בין שנת 2002 לשנת 2004 הייתה עלייה של 100 מיליון שקלים בשנתיים (מ- 80 מיליון שקלים ל- 180 מיליון שקלים).
לעומת השנים 2007 עד 2010 בהן הייתה עלייה של 20 מיליון שקלים ב- 3 שנים.

שנה	הכנסה (במיליוני שקלים)
2000	80
2001	80
2002	80
2003	130
2004	180
2005	180
2006	180
2007	160
2008	165
2009	175
2010	180
סך הכל	**1,590**

סעיף ד: כדי לדעת את סך כל ההכנסות של המפעל כדאי תחילה לבנות טבלת ערכים ולסכם את סך ההכנסות בכל שנה ושנה.
המפעל הרוויח בסך הכל 1,590 מיליוני שקלים במהלך 11 שנים.
המפעל המתחרה הרוויח סכום זהה במהלך אותן שנים. ההכנסה הייתה קבועה.
כלומר לאורך שנים אלה המפעל הרוויח כ- 144.5 מיליוני שקלים בשנה.
צורת הגרף היא קו מקביל לציר ה- x העובר בנקודה (0 , 144.5).
(הקו האדום).



סעיף ה: כדאי תחילה לשאול את התלמידים האם הם מסכימים עם דבריו של המנהל.
כנראה שהתרחיש השני הוא זה שהתקיים. בין שנת 2006 לשנת 2007 הייתה ירידה בהכנסות. אך החל משנת 2007 החלה מגמה של עלייה בהכנסות. מכיוון שאין נתונים מעבר לשנת 2010, לא ניתן לדעת אם העלייה בהכנסות המשיכה מעבר להכנסות בשנים שקדמו לשנת 2006.

תרגילים

תרגול המושגים פונקציה עולה, פונקציה יורדת, פונקציה קבועה, מגמה משתנה, וקצב השתנות, בייצוגים שונים. תרגילים 1 – 3 עוסקים בפונקציות המיוצגות באמצעות טבלה. בתרגיל 4 נתונים ייצוגים גרפיים של פונקציות. בתרגילים 5, 6 נתונים ייצוגים אלגבריים של פונקציות.

עמ' 6

1. לפניכם 3 טבלאות ערכים חלקיות של פונקציות. מתחת לכל טבלה נתון התיאור של הפונקציה.
השלימו בכל טבלה, ערכים מספריים מתאימים.

א.

x	y
–2	5
–1	9
0	**13**
1	**17**
2	**21**

פונקציה עולה, קצב ההשתנות אחיד.

ב.

x	y
–2	5
–1	9
0	**12**
1	**13**
2	**15**

פונקציה עולה, קצב ההשתנות לא אחיד.

ג.

x	y
–2	5
–1	9
0	**8**
1	**5**
2	**4**

מגמה משתנה.

עמ' 6

2. לפניכם 3 טבלאות ערכים חלקיות של פונקציות. מתחת לכל טבלה נתון התיאור של הפונקציה.
השלימו בכל טבלה, ערכים מספריים אפשריים.

א.

x	y
–2	12
–1	**10**
0	**8**
1	**6**
2	**4**

פונקציה יורדת, קצב ההשתנות אחיד.

ב.

x	y
–2	12
–1	10
0	**9**
1	**6**
2	**4**

פונקציה יורדת, קצב ההשתנות לא אחיד.

ג.

x	y
–2	12
–1	**10**
0	**8**
1	**15**
2	28

תחילה הפונקציה יורדת ואחר-כך עולה.

התלמידים נדרשים להשלים בכל טבלה ערכים מתאימים, כך שזוגות המספרים בטבלה יתאימו לפונקציה המתוארת מתחת לטבלה. מומלץ לבקש מהתלמידים להציע אפשרויות שונות במקרים בהם יש יותר מתשובה אפשרית אחת ולבקש מהם להסביר באילו מקרים יש רק תשובה אפשרית אחת.
למשל, בשאלה 1 בסעיף א, קצב ההשתנות אחיד – יש רק תשובה אפשרית אחת. מכיוון שנתונים שני ערכים עבור y, קצב ההשתנות כבר נקבע מראש. קצב ההשתנות הוא 4.

3. עמ' 6

לפניכם שלוש טבלאות ערכים חלקיות של פונקציות. מתחת לכל טבלה נתון התיאור של הפונקציה.
בכל טבלה, השלימו ערכים מספריים אפשריים.

א.

x	y
–2	15
–1	**18**
0	**21**
1	**24**
2	**27**
3	**30**

קצב השתנות אחיד.
קצב השתנות (3+).

ב.

x	y
–2	15
–1	**11**
0	**7**
1	**3**
2	**–1**
3	**–5**

קצב השתנות אחיד.
קצב השתנות (4–).

ג.

x	y
–2	15
–1	**15**
0	**15**
1	**15**
2	**15**
3	**15**

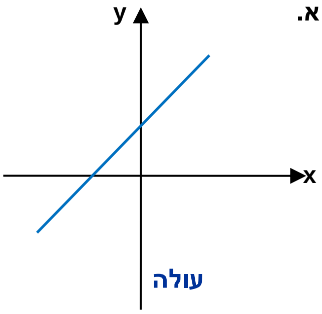
הפונקציה קבועה.
(מה קצב ההשתנות?).

בשאלה 3 בסעיף ג, הפונקציה קבועה. יש לדון במשמעות הפונקציה הקבועה – לכל ערך של x מתאים אותו ערך של y.
במקרה זה השינוי בערכי y הוא 0. קצב ההשתנות הוא אפס.

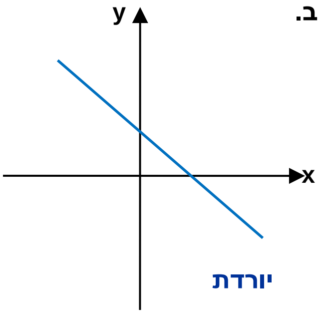
4. עמ' 7

לפניכם גרפים של שש פונקציות.
לכל פונקציה קבעו האם היא עולה, יורדת, קבועה, או בעלת מגמה משתנה.

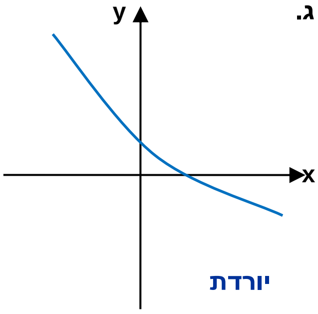
א.



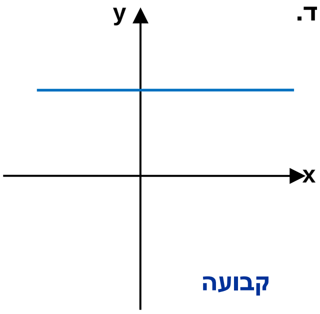
ב.



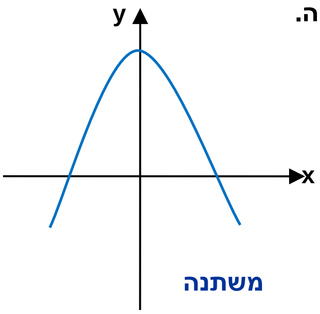
ג.



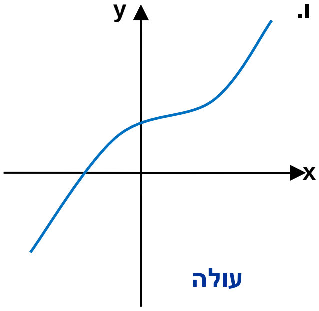
ד.



ה.



ו.



עמ' 7

5. לפניכם ייצוגים אלגבריים של שלוש פונקציות ושלוש טבלאות ערכים חלקיות.

א. לכל פונקציה מצאו את הטבלה המתאימה. **א – 2 , ב – 1 , ג – 3**

ב. השלימו את הטבלאות.

1) $y = 2x - 3$ **2)** $y = -x + 6$ **3)** $y = x(x - 1)$

א.

x	y
–2	
–1	
0	
1	
2	4

ב.

x	y
–2	
–1	
0	
1	
2	1

ג.

x	y
–2	
–1	
0	
1	
2	2

בתרגיל 5 התלמידים אמורים להציב 2 בכל אחת מהפונקציות. על פי הערך של y ניתן להתאים לכל פונקציה את הטבלה המתאימה.

עמ' 7

6. נתונה הפונקציה שהייצוג האלגברי שלה הוא: $y = 5 - \frac{1}{2}x$

אילו מהנקודות הבאות נמצאות על גרף הפונקציה? **1 , 3 , 5**

1) (6 , 2) **2)** (–6 , –2) **3)** (–6 , 8) **4)** (5 , 0) **5)** (0 , 5)

הזדמנות לחזור ולשאול כיצד יודעים אם נקודה כלשהי נמצאת על גרף הפונקציה. לכל זוג סדור – מציבים את הערך של x בייצוג האלגברי של הפונקציה ובודקים אם מתקבל הערך של y . עבור זוגות סדורים שלא מייצגים נקודה על גרף הפונקציה ניתן לשאול שאלה כגון: למה צריך לשנות את ערך ה- y בזוג הסדור, כך שיתאים לשיעורי נקודה על גרף הפונקציה. ולחילופין, למה צריך לשנות את ערך ה- x בזוג הסדור, כך שיתאים לשיעורי נקודה על גרף הפונקציה.

ניתן לבקש מהתלמידים להציע נקודות נוספות הנמצאות על גרף הפונקציה.

הפונקציה הקווית – עמוד 8

מבוא

פונקציה קווית היא פונקציה שהגרף שלה יוצר במערכת הצירים צורה של קו ישר. (הפונקציה נקראת גם **פונקציה לינארית** - מהמילה line שפירושה קו).

פונקציה קווית (פונקציה ליניארית) היא פונקציה ממעלה ראשונה.

ייצוג אלגברי של הפונקציה $y = mx + b$. כל פונקציה ממעלה ראשונה ניתנת להצגה בדרך זו.

קצב ההשתנות של הפונקציה אחיד. כל הפונקציות שקצב ההשתנות שלהן אחיד הן פונקציות קוויות ורק הן.

נושא הפונקציות נלמד החל מכיתה ז. התכנים בהם עסקו בכיתה ז:

- מושג הפונקציה
- ייצוגים שונים של פונקציה: בטבלה, בגרף, ייצוג אלגברי.
- המושגים: עליה וירידה. פונקציה עולה, יורדת, וקבועה. השתנות בקצב אחיד ובקצב לא אחיד. תחום הגדרה, חיוביות ושליליות, טבלת ערכים מלאה, טבלת ערכים חלקית.

בכיתה ח עוסקים בפונקציה קווית.

בכיתה ז בפרק שעסק בקצב ההשתנות לא עסקו באופן מפורש בפונקציה הקווית. העיסוק היה בעיקר בזיהוי ובניית פונקציות שקצב ההשתנות שלהן קבוע. כיצד בא הדבר לידי ביטוי בטבלה ובגרף? כאשר העיסוק בגרף התמקד בעיקר בזיהוי ובנייה של מדרגות שיש להן גובה אחיד. הושם פחות דגש על צורת הגרף כקו ישר ועל הכללה של הייצוג האלגברי (פונקציות מהמעלה הראשונה).

הנושאים והמושגים הנלמדים בפרק זה:

- הקשר בין פונקציה קווית וקצב השתנות אחיד.
- ייצוג אלגברי של פונקציה קווית.
- הפרמטרים m ו- b בפונקציה מהצורה $y = mx + b$
- השיפוע בטבלה, בגרף, והקשר לפרמטר m.
- השיפוע של פונקציה קווית. הקשר בין שיפוע לבין עלייה וירידה.
- נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y, והקשר שלה ל- b.
- נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x – נקודת האפס של הפונקציה. מציאת הנקודה בדרך גרפית, בדרך אלגברית ובאמצעות טבלת הערכים.
- מציאת תחום חיוביות ושליליות של פונקציה קווית.
- מציאת משוואה של קו ישר על פי שיפוע ונקודה, ועל פי שתי נקודות.
- נקודת חיתוך של שני ישרים.

הצגת מושג הפונקציה הקווית בספר אפשר גם אחרת

לפי תכנית הלימודים של משרד החינוך לפרק פונקציה קווית ואי-שוויון מוקדשות 20 שעות לימוד.

<u>מבנה הפרק:</u>

- מפגש חוזר בנושא השתנות בקצב אחיד ולא אחיד תוך חזרה על המושגים המרכזיים שנלמדו בכיתה ז: תחום הגדרה, פונקציה עולה, יורדת, קבועה, מגמה משתנה, קצב השתנות.
- המושג פונקציה קווית – הצגת הפונקציה $y = x$, הייצוגים של הפונקציה בטבלה ובגרף, וחקירת תכונותיה.
- הפונקציה $y = -x$, הייצוגים של הפונקציה בטבלה ובגרף, וחקירת תכונותיה.
- הפונקציה $y = mx$, הייצוגים של הפונקציה בטבלה ובגרף, וחקירת תכונותיה.
- הקשר בין m לבין קצב ההשתנות.
- שיפוע של הפונקציה.
- הפונקציה $y = mx + b$.
- נקודת החיתוך עם ציר ה- y.
- נקודת החיתוך עם ציר ה- x (נקודת האפס של הפונקציה).
- תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
- מציאת הייצוג האלגברי של הפונקציה על-פי שיפוע ונקודה.
- מציאת הייצוג האלגברי של הפונקציה על-פי שתי נקודות.

ניתן להציג את הפונקציה כאשר מתחילים מהצורה הכללית של הפונקציה, מהייצוג האלגברי: $y = mx + b$ ובכל פעם לשנות את אחד הפרמטרים ולבדוק כיצד השינוי משפיע על צורת הגרף ועל תכונות הפונקציה.
ניתן לחילופין לעסוק תחילה בפונקציות העוברות דרך הראשית, בייצוג האלגברי שלהן. ולהרחיב לפונקציות שאינן עוברות דרך הראשית.
בכל אחת משתי הדרכים המוצעות, ניתן לעסוק במקביל בכל הפונקציות מאותה משפחה. ניתן לחילופין להפריד תחילה בין פונקציות עולות ופונקציות יורדות ולאחר מכן להתייחס לכלל הפונקציות.

הדרך שבה בחרנו להציג את הנושא היא בנייה הדרגתית החל מהפונקציה הבסיסית $y = x$, הרחבה לפונקציה $y = -x$, הרחבה למשפחת הפונקציות $y = mx$ לכל m, חקירת ההשפעה של הפרמטר m על תכונות הפונקציה. מעבר לפונקציה הכללית $y = mx + b$ וחקירת ההשפעה של הפרמטר b על תכונות הפונקציה. אחד השיקולים בהעדפת אסטרטגיה זו היה בהתאמתה לספקטרום גדול יותר של תלמידים.

הפונקציה y = x עמוד 8

פעילות 1 – הפונקציה y = x : ייצוגים שונים – עמוד 8

אפיון הפעילות: ייצוגים שונים של הפונקציה y = x. מעבר בין הייצוגים. דיון בתכונות השונות של הפונקציה.

תרגילים מתאימים: תרגילים 1, 3 , 5. עמודים 11, 12.

את כל הפעילות חשוב לבצע, שלב אחר שלב, במליאת הכיתה.

כדאי לבקש מהתלמידים לתאר במילים את הקשר המתואר באמצעות הפונקציה. למשל, הפונקציה מתאימה לכל מספר, מספר השווה לו. לבנות יחד את טבלת הערכים. לשאול האם טבלת הערכים היא טבלה מלאה או חלקית? הסבירו. מה מאפיין את זוגות המספרים בטבלה? בכל זוג שני המספרים שווים זה לזה.

לסמן את הנקודות במערכת הצירים, לחבר בקו.

מדוע מותר לחבר בקו? האם הנקודות המתקבלות על הקו המחבר אף הן שייכות לפונקציה? נבחר מספר נקודות ונבדוק.

אם נמשיך את הקו ונבחר נקודות בהמשך הקו, האם הן שייכות לפונקציה? האם נוכל למצוא נקודות מחוץ לקו הישר שמתאימות לפונקציה? כלומר, מקיימות את הקשר y = x ?

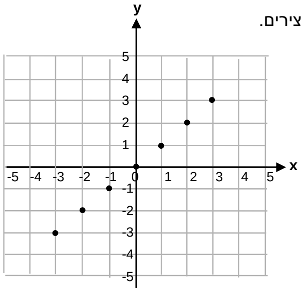
פעילות 1 – הפונקציה y = x : ייצוגים שונים

נתונה הפונקציה: y = x

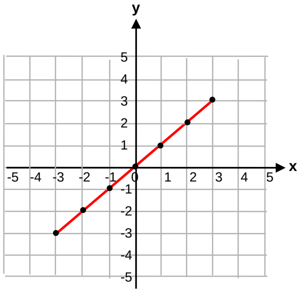
נסרטט את גרף הפונקציה.

א. נבנה טבלת ערכים חלקית, ונסמן את הנקודות במערכת צירים.

x	y
–3	–3
–2	–2
–1	–1
0	0
1	1
2	2
3	3



ב. נחבר את הנקודות בקו.



ג. מה תוכלו לומר על הפונקציה y = x ?

ד. כיצד התכונות שמניתם בסעיף ג באות לידי ביטוי בטבלה?
כיצד הן באות לידי ביטוי בגרף?

ה. אם נוסיף ערכים לטבלה ונקודות מתאימות להם בגרף, האם לדעתכם, ישתנו התכונות שמניתם, כולן או חלקן?

תרגילים מתאימים 1, 3, 5
עמודים 11 – 12

גרף מצורה זו נקרא **קו ישר.**

פונקציה זו נקראת **פונקציה קווית.**

דיון זה מהווה תשתית לתכונה שתילמד בהמשך (לגבי כל הפונקציות הקוויות): כל הנקודו ת של גרף הפונקציה הקווית נמצאות על הקו הישר ורק הן.

אפשר גם להתייחס לתחום ההגדרה של הפונקציה.

סעיף ג: נשאל מה ניתן לומר על הפונקציה? מה הן תכונות הפונקציה? יש לתת לתלמידים להציע תכונות שונות. לאחר קבלת ההצעות של התלמידים יש לסכם את כל התכונות כמודגם בעמודים 9, 10. לשאול לגבי התכונות השונות האם ניתן ללמוד אותן מהגרף? מהטבלה? מהייצוג האלגברי?

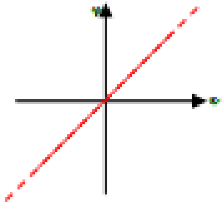
תכונה 6 – הסבר אפשרי לתכונה יכול להיות על ידי הדגמת ריבוע שחלק מהגרף הוא אלכסון שלו.

חשוב להתייחס לכך שיש אותו קנה מידה לציר ה- x ולציר ה- y. הזווית שרואים בין הצירים לבין הקו היא הזווית האמיתית. במקרה זה מכיוון שערכי x וערכי y שווים מתקבל ריבוע. יש לקחת בחשבון שהסבר זה מובן רק לחלק מהתלמידים.

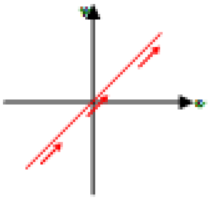
סעיף ה: הוספה של נקודות לטבלה או לגרף לא תשנה את התכונות.

בסיום הדיון נסכם: הגרף הוא קו ישר. הפונקציה נקראת פונקציה קווית.

מהן התכונות של הפונקציה y = x אותן ניתן ללמוד מהגרף, מטבלת הערכים, ומהייצוג האלגברי?

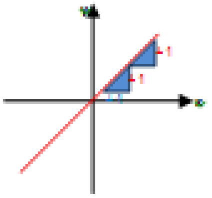


1. אנו רואים כי גרף הפונקציה y = x הוא קו ישר.



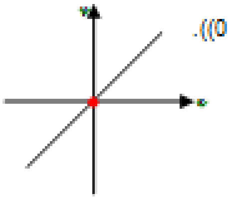
2. אנו רואים שהפונקציה y = x היא פונקציה עולה.

האם ניתן ללמוד תכונה זו מהטבלה?
האם ניתן ללמוד תכונה זו מהייצוג האלגברי?



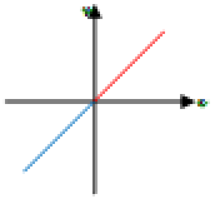
3. אנו רואים כי ההשתנות של ערכי הפונקציה y = x היא קבועה.

האם ניתן ללמוד תכונה זו מהטבלה?



4. אנו רואים כי גרף הפונקציה y = x עובר בראשית הצירים (בנקודה (0 , 0)).

האם ניתן ללמוד תכונה זו מהטבלה?
האם ניתן ללמוד תכונה זו מהייצוג האלגברי?



5. מגרף הפונקציה y = x, אנו רואים כי כאשר x חיובי y חיובי,
כאשר x שלילי y שלילי.

האם ניתן ללמוד תכונה זו מהטבלה?
האם ניתן ללמוד תכונה זו מהייצוג האלגברי?

פעילות 2 – הפונקציה $y = -x$: ייצוגים שונים עמוד 10

אפיון הפעילות: ייצוגים שונים של הפונקציה $y = -x$. מעבר בין הייצוגים. דיון בתכונות השונות של הפונקציה.

תרגילים מתאימים: תרגילים 2 , 4 , 6. עמודים 11, 12.

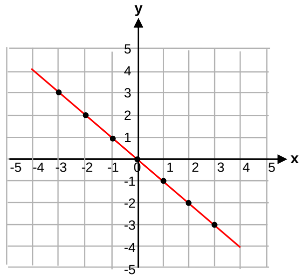
פעילות 2 – הפונקציה $y = -x$: ייצוגים שונים

נתונה הפונקציה: $y = -x$

נסרטט את גרף הפונקציה.

נבנה טבלת ערכים חלקית, ונסרטט את גרף הפונקציה.

x	y
–3	3
–2	2
–1	1
0	0
1	–1
2	–2
3	–3



א. מה תוכלו לומר על הפונקציה $y = -x$?

ב. אילו תכונות של הפונקציה $y = -x$ ניתן ללמוד: מהגרף, מטבלת הערכים, ומהייצוג האלגברי?

היעזרו בתכונות של הפונקציה $y = x$, המופיעות בעמודים 9 – 10 לגבי:

1) צורת הגרף.
2) עלייה או ירידה.
3) קצב ההשתנות.
4) ראשית הצירים.
5) הקשר בין הערכים של x לערכים של y.
6) הזוויות בין הגרף לצירים.

תרגילים מתאימים 2 , 4 , 6
עמודים 11 – 12

כדאי לבקש מהתלמידים לתאר במילים את הקשר המתואר באמצעות הפונקציה – הפונקציה מתאימה לכל מספר, את המספר הנגדי לו.

לבנות יחד את טבלת הערכים. האם טבלת הערכים היא טבלה מלאה או חלקית?

מה מאפיין את זוגות המספרים בטבלה? בכל זוג שני המספרים נגדיים.

לסמן את הנקודות במערכת הצירים, לחבר בקו .

מדוע מותר לחבר בקו? האם הנקודות המתקבלות על הקו המחבר אף הן שייכות לפונקציה? נבחר מספר נקודות ונבדוק.

אם נמשיך את הקו ונבחר נקודות בהמשך הקו, האם הן שייכות לפונקציה? האם נוכל למצוא נקודות מחוץ לקו הישר שמתאימות לפונקציה? כלומר, מקיימות את הקשר $y = -x$?

סעיף ג: נשאל מה ניתן לומר על הפונקציה? מה הן תכונות הפונקציה? יש לתת לתלמידים להציע תכונות שונות. לאחר קבלת ההצעות של התלמידים, יש לסכם את כל התכונות כמודגם בסיכום פעילות 1, בעמודים 9, 10, לשאול לגבי התכונות השונות האם ניתן ללמוד אותן מהגרף? מהטבלה? מהייצוג האלגברי?

1) גרף הפונקציה הוא קו ישר.

2) הפונקציה היא פונקציה יורדת. כיצד ניתן לראות זאת בגרף? למשל, אם נתבונן בגרף מהפינה השמאלית לכיוון הפינה הימנית, נראה שהקו הוא בכיוון כלפי מטה. אם נסרטט מדרגה, נראה שכאשר ערך ה- x גדל (מתקדמים ימינה), הערך של y קטן (יורדים כלפי מטה). בטבלה: כאשר ערך x גדל ביחידה אחת, ערך ה- y קטן ביחידה אחת. בייצוג האלגברי: x ו- y הם מספרים נגדיים. כאשר אחד גדל האחר קטן. (מספרים נגדיים על ישר המספרים, נמצאים במרחק שווה מהאפס. ככל שהמספר החיובי נמצא יותר ימינה (גדול יותר) המספר השלילי נמצא יותר שמאלה (קטן יותר).

3) ההשתנות של ערכי הפונקציה היא קבועה.

4) גרף הפונקציה עובר בראשית הצירים. שיעורי הנקודה (0 , 0) מקיימים את הקשר של הפונקציה.

5) x ו- y הם מספרים נגדיים, כלומר הערכים המוחלטים שלהם שווים והסימנים שלהן מנוגדים. כאשר ערך ה- x חיובי, ערך ה- y שלילי. ולהיפך.

6) גרף הפונקציה חוצה את הזווית שבין הצירים. הסבר אפשרי לתכונה יכול להיות על ידי הדגמת ריבוע שחלק מהגרף הוא אלכסון שלו. למשל ריבוע שקדקודיו $(1 , -1)$, $(-1 , 1)$, $(0 , 0)$, $(0 , -1)$.

מומלץ לסכם את התכונות בשני טורים. תכונות שמשותפות לשני הגרפים: $y = x$ ו- $y = -x$. תכונות 1, 3, 4, 6 – הן תכונות משותפות לשני הגרפים. התכונות 2 ו- 4 הן תכונות שונות בין שני הגרפים. בהמשך בדיון על הפרמטר m של הפונקציה, נתייחס במפורש להבדל בין ערכים חיוביים וערכים שליליים של m.

תרגילים

עמ' 11

1. התבוננו בגרף הפונקציה $y = x$ וענו על השאלות הבאות.

א. האם ישנה נקודה ששיעור ה- **x** שלה הוא 4 ? אם כן, מהי?

ב. האם ישנה נקודה ששיעור ה- **y** שלה הוא (-7) ? אם כן, מהי?

ג. האם ישנה נקודה ששיעור ה- **x** שלה הוא 650 ? אם כן, מהי?

ד. אילו מבין הנקודות הבאות נמצאות על הישר? **2 , 3 , 6 , 7 , 8**

1) $(5 , -5)$	**3)** $(5 , 5)$	**5)** $(1.2 , -1.2)$	**7)** $(0 , 0)$
2) $(-5 , -5)$	**4)** $(-5 , 5)$	**6)** $(-0.7 , -0.7)$	**8)** $(312 , 312)$

עמ' 11

2. התבוננו בגרף הפונקציה $y = -x$ וענו על השאלות הבאות.

א. האם ישנה נקודה ששיעור ה- **x** שלה הוא (-3) ? אם כן, מהי?

ב. האם ישנה נקודה ששיעור ה- **y** שלה הוא 8 ? אם כן, מהי?

ג. האם ישנה נקודה ששיעור ה- **x** שלה הוא (-114) ? אם כן, מהי?

ד. אילו מבין הנקודות הבאות נמצאות על הישר? **1 , 3 , 5 , 8**

1) $(57 , -57)$	**3)** $(-57 , 57)$	**5)** $(0 , 0)$	**7)** $(-0.8 , -0.8)$
2) $(57 , 57)$	**4)** $(-57 , -57)$	**6)** $(\frac{1}{2} , \frac{1}{2})$	**8)** $(100 , -100)$

ה. האם ישנה נקודה הנמצאת גם על הישר $y = x$ וגם על הישר $y = -x$? אם כן, מהי? **(0 , 0)**
האם ישנה נקודה נוספת? הסבירו.

תרגילים 1, 2 מזמנים שיחה על תחום ההגדרה. תחום ההגדרה הוא כל המספרים.
לכן לכל ערך של x יש ערך מתאים של y . כמו כן, אם ידוע מה הערך של y נוכל לדעת מה הערך של ה- x המתאים.

עמ' 11

3. רענן בנה סדרה של 12 מבנים מריבועים שאורך הצלע שלהם 1 ס"מ.
הסדרה בנויה לפי חוקיות קבועה.
בסרטוט מופיעים שלושת המבנים הראשונים בסדרה.

א. כתבו פונקציה המתארת את הקשר בין מספר הריבועים במבנה לבין מספר המבנה. **$y = x$**

ב. בנו טבלת ערכים חלקית, סרטטו מערכת צירים, וסמנו את הנקודות במערכת הצירים.

ג. האם יש משמעות לערכי הביניים? הסבירו.

ד. האם יש משמעות לערכים שליליים של **x** ? הסבירו.

ה. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

א. הפונקציה $y = x$.

ב. ניתן להציג טבלת ערכים חלקית. ניתן גם להציג טבלת ערכים מלאה שבה 12 זוגות מספרים.

ג. ד. במונחי השאלה, אין משמעות לערכי הביניים ואין משמעות לערכים שליליים של x. המשתנה x מבטא את מספר המבנה. מספר המבנה לא יכול להיות מספר לא שלם או מספר שלילי.

זו הזדמנות לשוחח על הקונפליקט בין השם של הפונקציה: "פונקציה קווית" שיוצר את הדימוי של פונקציה שהגרף שלה הוא קו ישר, לבין הפונקציה המתאימה לשאלה זו, המורכבת מ- 12 נקודות בודדות שלא מהוות קו. חשוב להדגיש שפונקציה זו גם נקראת פונקציה קווית. שאם נעביר קו דמיוני בין הנקודות, נראה שהן כולן מונחות על אותו קו ישר.

ה. תחום ההגדרה של הפונקציה: המספרים הטבעיים 1 – 12.

עמ' 12

4. הפונקציה **y** מתאימה לכל מספר את המספר הנגדי לו.

x	y
–2	
–1	
0	
1	
2	

א. השלימו את הטבלה, וסרטטו גרף מתאים.

ב. כתבו ייצוג אלגברי מתאים לפונקציה. **$y = -x$**

ג. עבור אילו ערכים של **x** הפונקציה מוגדרת? **כל x**

ד. אילו מבין הנקודות הבאות נמצאות על גרף הפונקציה? **2 , 1**

1) (6 , –6) **2)** (0 , 0) **3)** $(6 , \frac{1}{6})$ **4)** (–4 , –4)

מעבר מתיאור מילולי לביטוי אלגברי של הפונקציה $y = -x$.

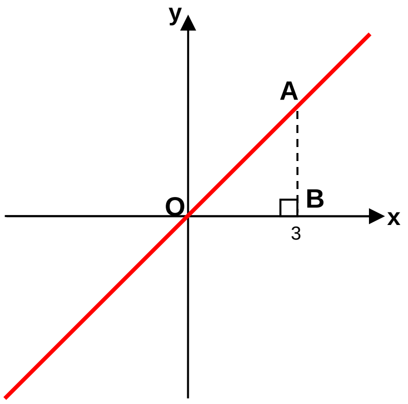
ג) בשונה מתרגיל 3, שבו תחום ההגדרה נקבע על פי ההקשר של השאלה בתרגיל 3 הערכים של x הם מספרים טבעיים בין 1 ל- 12.

בתרגיל זה הפונקציה מוגדרת לכל x, אין מגבלות הנובעות מההקשר.

כדאי להציע ערכים חיוביים, שליליים, שלמים ושברים, אפס.

עמ' 12

5. במערכת הצירים שלפניכם מסורטט גרף הפונקציה **$y = x$**.
(לשני הצירים אותו קנה מידה).



מה השטח של משולש OAB ? **$4\frac{1}{2}$** יחידות שטח

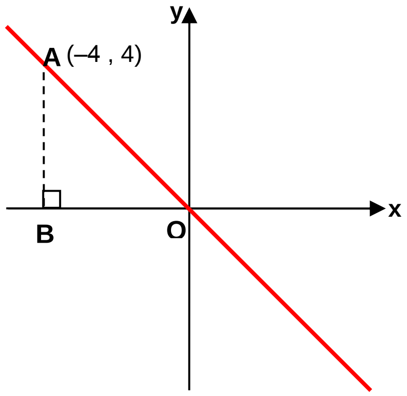
משולש ישר זווית.

אורך כל אחד מהניצבים שווה לשיעור ה- x ולשיעור ה- y של הנקודה A.

3 יחידות אורך. השטח $4\frac{1}{2}$ יחידות שטח. $(\frac{3 \cdot 3}{2} = 4\frac{1}{2})$.

עמ' 12

6. במערכת הצירים שלפניכם מסורטט גרף הפונקציה **y = –x**.
(לשני הצירים אותו קנה מידה.)
בנקודה A(–4 , 4) הורידו אנך לציר ה- **x**.
מה השטח של משולש OAB ? **8** יחידות שטח

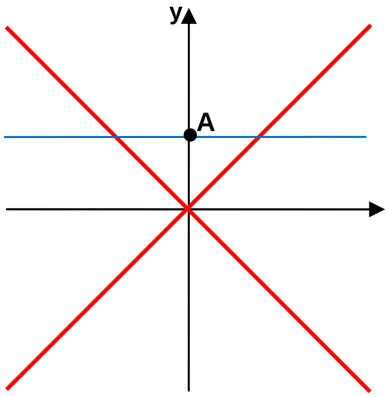


אורך כל אחד מהניצבים 4 יחידות אורך. השטח 8 יחידות שטח. ($\frac{4\cdot4}{2} = 8$).

תרגיל 7 נועד לתרגול דיפרנציאלי.

עמ' 12

7. במערכת הצירים שלפניכם מסורטטים הגרפים:
y = –x ; **y = x**. (לשני הצירים אותו קנה מידה.)
דרך הנקודה A(0 , 2) העבירו קו ישר המקביל לציר ה- **x**.
מהו שטח המשולש הכלוא בין הגרפים של הפונקציות
לבין הישר שהועבר? **4**



ניתן לחשב את שטח המשולש כסכום השטחים של שני משולשים ישרי זווית.
בשלב זה אין להם כלים לדעת שהמשולש שווה שוקיים, פרט לזיהוי על פי היכרות מבית הספר היסודי.

המשולש שווה שוקיים. קדקוד הראש בראשית הצירים.
אורך הגובה הוא שיעור ה- y של הנקודה A – 2 יחידות אורך.
אורך הצלע של המשולש הוא המרחק בין נקודות החיתוך של הגרפים הנתונים עם הישר y = 2.
כדאי להתחיל לטפטף את המונחים משוואת הישר המקביל לציר ה- x, ונקודת חיתוך של שני גרפים.
אורך בסיס המשולש: 4 יחידות אורך. אורך הגובה: 2 יחידות אורך. שטח המשולש: 4 יחידות שטח.

הפונקציה הקווית y = mx
עמוד 13

השיפוע של קו ישר

בפרק זה מרחיבים את העיסוק לפונקציות קוויות מהצורה y = mx שבהן המקדם m שונה מ- 1.

הפרק עוסק במציאת קצב ההשתנות, בקשר שבין המקדם m לבין קצב ההשתנות, בהגדרת השיפוע.

פעילות 3 – מציאת קצב ההשתנות בטבלה ובגרף
עמודים 13 – 14

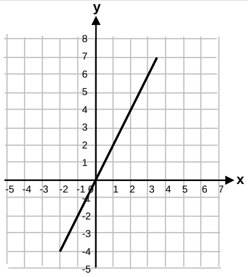
אפיון הפעילות: מציאת קצב ההשתנות בטבלה ובגרף.
בדיקה כאשר השינוי בערכי x הוא ביחידה אחת וכאשר השינוי בערכי x שונה מ- 1.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 4.
חשוב לבצע את הפעילות הלכה למעשה.

הטבלה המוצגת היא סטטית ולא מייצגת את התהליך ולא את הסדר שבו סומנו החיצים. סדר זה מרמז על הקשר בין השינוי ב- x לשינוי ב- y.
יש להוסיף את החיצים בשלבים. בכל שלב מוסיפים חיצים המתייחסים לשורה אחת. להראות שכאשר x גדל ביחידה אחת, y גדל ב- 2 יחידות.
כמו כן יש לבנות בגרף את המדרגה הלכה למעשה, לסמן את הרוחב (השינוי בערכי x) ואת הגובה (השינוי בערכי y).
בנייה הדרגתית זו היא קריטית לגבי התלמידים המתקשים. יש לעזור להם להתגבר על הקושי לתרגם את התמונה הסטטית לבנייה הדרגתית דינאמית. המשותף לדרך של דני ולדרך של טלי הוא בבחירת גודל השינוי ב- x. יחידה אחת. לעומת הדרכים של איתמר ומיכל המוצגות בהמשך, שבה השינוי בערכי x הוא ב- 3 יחידות. לכן לקבלת קצב ההשתנות יש לבדוק את המנה בין השינוי בערכי y לשינוי בערכי x.
חשוב להמליל: אנו בודקים פי כמה גדול השינוי בערכי y מהשינוי בערכי x. קצב ההשתנות הוא המנה בין השינוי בערכי y לשינוי בערכי x. בכל פעם שערך ה- x גדל ב- 3 יחידות, ערך ה- y גדל ב- 6 יחידות. קצב ההשתנות הוא 2.

פעילות 3 – מציאת קצב ההשתנות בטבלה ובגרף

לפניכם הגרף של הפונקציה הקווית: **y = 2x**
מה קצב ההשתנות של הפונקציה?

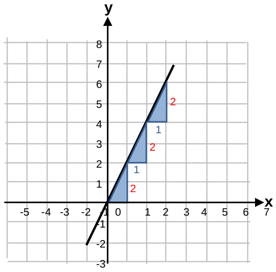


הדרך של דני
אבנה טבלת ערכים שבה הערכים של x גדלים ב- 1, ואבדוק את השינוי בערכים של y.

x	y
0	0
1	2
2	4
3	6

1+ 1+ 1+ / +2 +2 +2

דני אומר
אני רואה מהטבלה שקצב ההשתנות קבוע. קצב ההשתנות הוא 2.
כאשר ערכו של x גדל ב- 1, ערכו של y גדל ב- 2.
השינוי ב- y הוא 2.



טלי אומרת
לי נוח למצוא את קצב ההשתנות מהגרף.
אני בונה מדרגות. רוחב כל מדרגה הוא 1,
גובה המדרגה הוא בדיוק קצב ההשתנות.
לכן, קצב ההשתנות הוא 2.

מה המשותף לדרך של דני ולדרך של טלי?

איתמר אומר
גם אני בניתי טבלת ערכים.
אבל בטבלה שאני בניתי הערכים של x אינם בדילוגים של 1.
בחרתי ערכים בדילוגים קבועים של 3.

x	y
1	2
4	8
7	14

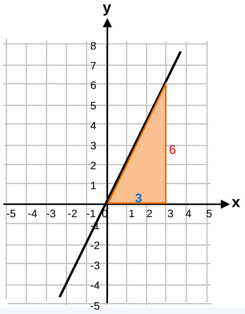
3+ 3+ / +6 6+

האם גם לפי הטבלה של איתמר קצב ההשתנות הוא 2 ?

איתמר אומר גם לפי הטבלה שלי קצב ההשתנות הוא 2.
כאשר x גדל ב- 3 יחידות,
y גדל ב- 6 יחידות.
ערכי y גדלים פי 2 יותר מערכי x.
קצב ההשתנות הוא 2.

$\frac{6}{3} = \frac{\text{השינוי ב- y}}{\text{השינוי ב- x}} =$ קצב ההשתנות

2 = קצב ההשתנות



מיכל אומרת
אני מעדיפה לסרטט מדרגה גדולה יותר מהמדרגה שסרטטה טלי.
נוח יותר לסרטט אותה.
סרטטתי מדרגה שהרוחב שלה הוא 3.
התקבלה מדרגה בגובה של 6.
ה- x גדל ב- 3.
ה- y גדל ב- 6.
הערך של y גדל פי 2 יותר מהערך של x.
לכן קצב ההשתנות הוא 2.

מה המשותף לדרך של איתמר ולדרך של מיכל?
במה שונה הדרך של איתמר מהדרך של דני?

לפניכם טבלת ערכים חלקית של הפונקציה הקווית. **y = 7x**
מה קצב ההשתנות?

x	y
1	7
3	21
5	35
7	49

2+ 2+ 2+

א. ניתן לראות מהטבלה שקצב ההשתנות אחיד.
כאשר **x** משתנה במרווחים קבועים, גם **y** משתנה במרווחים קבועים.

ב. קצב ההשתנות: $7 = \frac{14}{2} = \frac{\text{השינוי ב- y}}{\text{השינוי ב- x}}$

קצב ההשתנות הוא 7.

בתחתית עמוד 14 דוגמה פתורה של חישוב קצב ההשתנות על-ידי חישוב המנה.

פעילות 4 – הקשר בין m לבין קצב ההשתנות עמוד 15

אפיון הפעילות: ניסוח הקשר שבין המקדם של x בייצוג האלגברי לבין קצב ההשתנות. עבור המקרים בהם המקדם, שלם חיובי, המקדם שבר, והמקדם שלילי.

תרגילים מתאימים: תרגילים 8 – 10 עמודים 19 – 20.

קצב ההשתנות של הפונקציה הקווית שווה ל- m, המקדם של x בייצוג האלגברי של הפונקציה.

קצב ההשתנות נקרא **השיפוע** של הפונקציה.

כדאי לשאול את התלמידים האם לדעתם השם מתאים? מדוע?

שימוש ברוחב ובגובה המדרגה משמעותי לתלמידים ומשמש מודל ויזואלי תומך במקרה של פונקציה עולה אבל מאבד מהיעילות כאשר מדובר בפונקציה יורדת.

יש קושי עם המונח "גובה המדרגה" כאשר השינוי הוא שלילי. לכן, לפני המעבר לפונקציה יורדת כדאי להקדים ולהשתמש במונח "השינוי בערכי y", המתאים לשני המצבים.

ניתן עדיין לסרטט את המדרגה, אבל להתייחס לשינוי בערכי y.

בסיום הדיון על פעילויות 3 , 4 יש לסכם את עיקרי הדברים כמודגם על הרקע הצהוב.

פעילות 4 – הקשר בין m (המקדם של x) לבין קצב ההשתנות

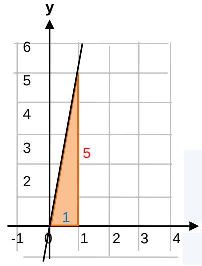
א. הפונקציה $y = 5x$. מה הקשר בין m לבין קצב ההשתנות?

נבנה טבלת ערכים שבה ההפרשים בערכי x הם 1.

x	y
1	5
2	10
3	15

(1+ , 1+ ; +5 , 5+)

נסרטט את גרף הפונקציה ונבנה מדרגה ברוחב 1 יחידה.



מדוע אפשר להסתפק בטבלה עם מעט ערכים?

מדוע כדאי לבנות טבלה שבה **השינוי בערכי x** הוא 1 ?

האם מצאתם קשר בין **קצב ההשתנות** (ההפרשים בערכי y) לבין m ?

בטבלה

השינוי בערכי x הוא 1.

השינוי בערכי y הוא 5.

קצב ההשתנות 5 $(\frac{5}{1})$.

בגרף

השינוי בערכי x הוא 1.

השינוי בערכי y הוא 5.

קצב ההשתנות 5 $(\frac{5}{1})$.

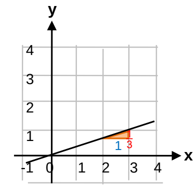
ב. הפונקציה $y = \frac{1}{3}x$. מה הקשר בין m לבין קצב ההשתנות?

נבנה טבלת ערכים שבה ההפרשים בערכי x הם 1.

x	y
1	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{2}{3}$
3	1

(1+ , 1+ ; $+\frac{1}{3}$, $+\frac{1}{3}$)

נסרטט את גרף הפונקציה ונבנה מדרגה ברוחב 1 יחידה.



מה יהיה גובה המדרגה אם הרוחב שלה יהיה 3 יחידות?
מה יהיה קצב ההשתנות?

השינוי בערכי x הוא 1.

השינוי בערכי y הוא $\frac{1}{3}$.

קצב ההשתנות $\frac{1}{3}$ $(\frac{\frac{1}{3}}{1})$.

השינוי בערכי x הוא 1.

השינוי בערכי y הוא $\frac{1}{3}$.

קצב ההשתנות $\frac{1}{3}$ $(\frac{\frac{1}{3}}{1})$.

קצב ההשתנות שווה ל- m

תרגילים מתאימים 8 – 10 עמודים 19 – 20

קצב ההשתנות של הפונקציה הקווית הוא: $\frac{\text{השינוי בערכי } y}{\text{השינוי בערכי } x}$

קצב ההשתנות $= \frac{\textbf{השינוי בערכי } y}{\textbf{השינוי בערכי } x}$

כאשר השינוי בערכי x הוא 1 המכנה הוא 1.

m (המקדם של x) הוא **קצב ההשתנות** של הפונקציה הקווית.

דוגמה פתורה – עמוד 17

ניתן לקבוע, למשל, תוך השוואה לגרף האדום **y = x** . את הגרף האדום קל לזהות (למשל, אלכסון של הריבוע, חוצה זווית).
למעשה בדרך של יונתן, גם אם נסיר את המשבצות מהסרטוט, יונתן יוכל לבצע את ההתאמה. הקו הכחול תלול יותר, השיפוע גדול יותר, m גדול יותר (m > 1).

לקו הירוק יש שיפוע מתון יותר, כלומר m קטן יותר (m < 1). במקרה זה מכיוון שידוע בוודאות שהייצוגים האלגבריים מתאימים לגרפים הנתונים, ניתן להשתמש באסטרטגיה של יונתן. ללא נתון זה, לא ניתן היה לקבוע את ההתאמה ללא הסתמכות על המשבצות.

דפנה משתמשת במשבצות המסורטטות ובונה מדרגה. ניתן גם להשתמש במשבצות, לבחור נקודה על הישר, להציב את השיעורים שלה במשוואת הפונקציה, ולבדוק אם הנקודה נמצאת על גרף הפונקציה.

בהתאם לכיתה ולרמת התלמידים ניתן להראות בדרך אלגברית מדוע כאשר השינוי בערכי x הוא 1, השינוי בערכי y הוא m. עבור x ערך ה- y הוא mx.
עבור (x + 1) ערך ה- y הוא m(x + 1) וההפרש m(x + 1) – mx = m.
כדאי לעשות זאת תחילה עבור ערכים מספריים. לשאול למשל את התלמידים, אם היינו בוחרים מדרגה בין 1.2 ל- 2.2 מה היה גובה המדרגה? ואז להכליל לכל x.
לא מומלץ להציג דרך זו בכיתות שאין חזקות

ג. הפונקציה **y = −3x**

מה קצב ההשתנות של הפונקציה?
האם גם במקרה זה קצב ההשתנות שווה ל- **m** ?

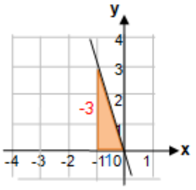
נבנה טבלת ערכים שבה ההפרשים בערכי x הם 1.

x	y
0	0
1	−3
2	−6
3	−9

(+1 בין ערכי x, −3 בין ערכי y)

השינוי בערכי x הוא 1.
השינוי בערכי y הוא −3.
קצב ההשתנות הוא −3 $(\frac{-3}{1})$.

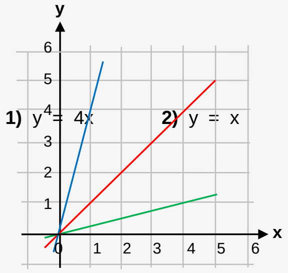
נסרטט את גרף הפונקציה ונבנה מדרגה ברוחב 1 יחידה.



השינוי בערכי x הוא 1.
השינוי בערכי y הוא −3.
קצב ההשתנות הוא −3 $(\frac{-3}{1})$.

קצב ההשתנות שווה ל- **m**

דוגמה:
במערכת הצירים שלפניכם מסורטטים הגרפים של שלוש הפונקציות הבאות:

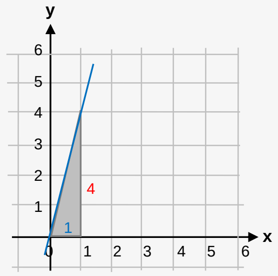


3) $y = \frac{1}{4}x$

התאימו, מבלי לבנות טבלת ערכים,
לכל ייצוג אלגברי את הגרף המתאים.
כיצד קבעתם?

יונתן אומר
הגרף האדום מתאים לפונקציה **y = x**.
אני משווה את התלילות של כל אחד מהגרפים האחרים לגרף האדום.
הסבירו.

דפנה אומרת
הגרף הכחול מתאים לפונקציה **y = 4x**.
m (המקדם של x) הוא **4**.
גובה מדרגה שרוחבה 1 הוא 4.



קצב ההשתנות של פונקציה קווית נקרא **השיפוע** של גרף הפונקציה.

השיפוע של גרף הפונקציה הקווית y = mx

אפשר למצוא את השיפוע של גרף הפונקציה הקווית **y = mx** מטבלת הערכים, מהגרף, ומהייצוג האלגברי.

בטבלה
1) המנה בין השינוי בערכי **y** לבין השינוי בערכי **x** היא השיפוע.
2) אם השינוי בערכי **x** הוא 1, אזי השינוי בערכי **y** הוא השיפוע.

בגרף
1) המנה בין השינוי בערכי **y** (גובה המדרגה) לשינוי בערכי **x** (רוחב המדרגה) היא השיפוע.
2) אם השינוי בערכי **x** (רוחב המדרגה) הוא 1, אזי השינוי בערכי **y** (גובה המדרגה) הוא השיפוע.

בייצוג האלגברי
m (המקדם של **x** בייצוג האלגברי של הפונקציה הקווית) הוא השיפוע של הפונקציה.

פעילות 5 – מי משופע יותר?   עמוד 18

אפיון הפעילות: השוואה בין פונקציות עולות שונות ובין פונקציות יורדות שונות – כיצד משפיע הערך של m על מידת השיפוע של הפונקציה.

תרגילים מתאימים: תרגילים 11 – 25 עמודים 21 – 26.

בפעילות מסוג זה מומלץ להשתמש בתוכנות כגון Geogebra או תוכנות מתמטיות דינמיות אחרות. השימוש בתוכנות יכול לשדרג את הפעילות. התוכנה מאפשרת הדגמה של מספר רב של פונקציות, ומובילה בצורה חלקה למסקנה.

בכל מקרה מומלץ לצורך הדיון להקרין את הסרטוטים או לסרטט על הלוח כאשר הספרים של התלמידים סגורים. תחילה להתמקד בפונקציות העולות ולאחר מכן בפונקציות היורדות.

יש לבקש תחילה מהתלמידים לנסות להכליל את הקשר בין m והשיפוע. נוח להוביל את ההתייחסות לשיפוע בהשוואה לישר $y = x$.
נשווה ערכים שונים של m גדולים מ- 1 וקטנים מ- 1. לאחר מכן נפנה את התלמידים לענות על הסעיפים בספר.

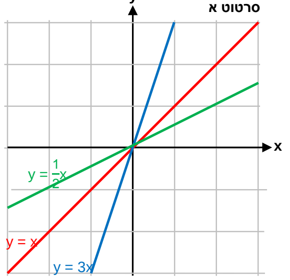
פעילות 5 – מי משופע יותר?

נתונות 6 פונקציות:

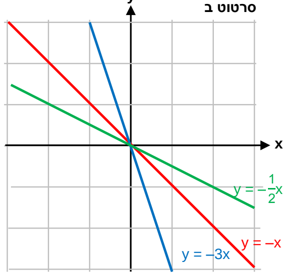
1)	$y = x$	4)	$y = -x$
2)	$y = 3x$	5)	$y = -3x$
3)	$y = \frac{1}{2}x$	6)	$y = -\frac{1}{2}x$

נסרטט במערכת צירים אחת את הגרפים של הפונקציות הקוויות 1 , 2 , 3.
נסרטט במערכת צירים שנייה את הגרפים של הפונקציות הקוויות 4 , 5 , 6.

סרטוט א



סרטוט ב



א. מה המקדם של x בכל אחת מהפונקציות הקוויות 1 , 2 , 3 ?
ב. מה המקדם של x בכל אחת מהפונקציות הקוויות 4 , 5 , 6 ?
ג. כיצד משתנה גרף הפונקציה הקווית **y = x** כאשר המקדם של **x** משתנה?
התייחסו לסימן של המקדם (חיובי , שלילי) ולערך המוחלט שלו.
ד. האם הגרפים של הפונקציות מהצורה **y = mx** עוברים דרך נקודה משותפת? מהי הנקודה?

בנק מונחים: מקדם, שיפוע, תלילות, קצב השתנות, עלייה, ירידה, ראשית הצירים.

תרגילים מתאימים 11 – 31
עמודים 21 – 27

בפונקציה קווית:

המקדם m של x קובע אם הפונקציה עולה או יורדת.   הסימן של m
- כאשר m חיובי (m > 0) הפונקציה עולה.
- כאשר m שלילי (m < 0) הפונקציה יורדת.

המקדם m של x קובע את מידת התלילות של הישר.   הערך המוחלט של m
- m חיובי (m > 0) ככל ש- m גדול יותר, הישר תלול יותר. (קרוב יותר לציר ה- y).
- m שלילי (m < 0) ככל ש- |m| גדול יותר, הישר תלול יותר. (קרוב יותר לציר ה- y).

לכל הפונקציות מהצורה **y = mx** יש נקודה משותפת: (0 , 0).
הגרפים של פונקציות אלו עוברים דרך ראשית הצירים.

א. 1) 1 , 2) 3 , 3) $\frac{1}{2}$.
ב. 4) 1– , 5) 3– , 6) $-\frac{1}{2}$.
ג. כאשר המקדם של x **חיובי** – הפונקציה עולה.

ככל שהערך של המקדם גדול יותר, הגרף משופע יותר, תלול יותר. אפשר להראות שהגרף קרוב יותר לציר ה- y. כלומר, הזווית בין הגרף לציר ה- y קטנה יותר.
ככל שהערך של המקדם קטן יותר, הגרף משופע פחות, מתון יותר. אפשר להראות שהגרף קרוב יותר לציר ה- x. כלומר, הזווית בין הגרף לציר ה- x קטנה יותר.
את הגרף של פונקציה מהצורה $y = mx$ $(m \neq 1)$ נוח להשוות לגרף של הפונקציה $y = x$. הגרף של הפונקציה $y = x$ הוא קו ישר החוצה את הזווית שבין הצירים. ניתן לראות בו אלכסון של ריבוע. למשל הריבוע שקדקודיו (5 , 0) (0 , 0) (0 , 5) (5 , 5).
את השיפוע של שאר הישרים מהצורה $y = mx$ (עבור m חיובי) אנו משווים לשיפוע של ישר זה.
כאשר המקדם של x **שלילי** – הפונקציה יורדת.

ככל <u>שהערך המוחלט</u> של המקדם גדול יותר, הגרף משופע יותר, תלול יותר. אפשר להראות שהגרף קרוב יותר לציר ה- y.
ככל <u>שהערך המוחלט</u> של המקדם קטן יותר, הגרף משופע פחות, מתון יותר. אפשר להראות שהגרף קרוב יותר לציר ה- x.

כדאי לשאול את התלמידים מדוע לדעתם בוחרים להשתמש בערך מוחלט? אילו בחרנו להתייחס לערכי m ולא לערך המוחלט, איך היה עלינו לנסח את הכלל שמצאנו.

אם נשווה לגרף הישר $y = -x$. (שגם הוא אלכסון של הריבוע). נראה שבפונקציה שבה הערך המוחלט של המקדם גדול מ- 1, קרובה יותר לציר ה- y. ולהפך עבור ערכי m x בערך מוחלט קטנים מ- 1.

בסיום הדיון מומלץ לסכם כמודגם על הקרן הצהובה.

חשוב להדגיש כי כל הפונקציות הקוויות מהצורה $y = mx$ עוברות דרך ראשית הצירים. הנקודה (0 , 0) מקיימת קשר זה.

בהמשך מעמוד 28 כאשר נעסוק בתפקיד של הפרמטר b, נצדיק בדרך נוספת עובדה זו.

תרגילים

עמ' 19

.8 לפניכם טבלאות ערכים חלקיות של פונקציות קוויות.

א. מצאו בכל טבלה את השינוי בערכי **x**.

ב. מצאו בכל טבלה את השינוי בערכי **y**.

ג. היעזרו בסעיפים א ו- ב ומצאו את השיפוע.

ד. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה.

(1

x	y
–2	–3
–1	$-1\frac{1}{2}$
0	0
1	$1\frac{1}{2}$
2	3

(+1, +1 ; $+1\frac{1}{2}$, $+1\frac{1}{2}$)

y = x

$y = 1\frac{1}{2}x$

(2

x	y
–2	–8
0	0
2	8
4	16

(+2, +2)

y = x

$y = 4x$

(3

x	y
3	6
6	12
9	18
12	24

(+3, +3)

y = x

$y = 2x$

בטבלה 1 השינוי בערכי x הוא של יחידה אחת. לכן השיפוע שווה לשינוי בערכי y. השיפוע הוא $1\frac{1}{2}$.

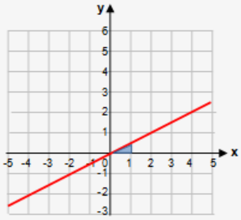
בטבלאות 2 , 3 יש לבדוק את המנה: $\frac{\text{השינוי בערכי } y}{\text{השינוי בערכי } x}$.

דוגמה:

לפניכם גרף של פונקציה קווית.

א. מצאו את השיפוע של גרף הפונקציה בעזרת מדרגה.

ב. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה.

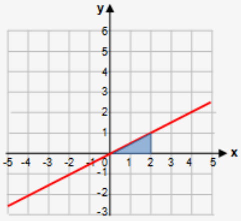


פתרון:

א. איתמר אומר

אני בונה מדרגה ברוחב 1 יחידה,
ובודק מה הגובה שלה.

קשה לראות בסרטוט מה גובה המדרגה.



אבנה מדרגה ברוחב של 2 יחידות,
יהיה נוח יותר לראות מה גובה המדרגה.

כאשר רוחב המדרגה איננו יחידה אחת,
גובה המדרגה איננו השיפוע.

$\frac{1}{2} = \frac{\text{גובה המדרגה}}{\text{רוחב המדרגה}} = $ השיפוע

השיפוע הוא $\frac{1}{2}$ $m = \frac{1}{2}$

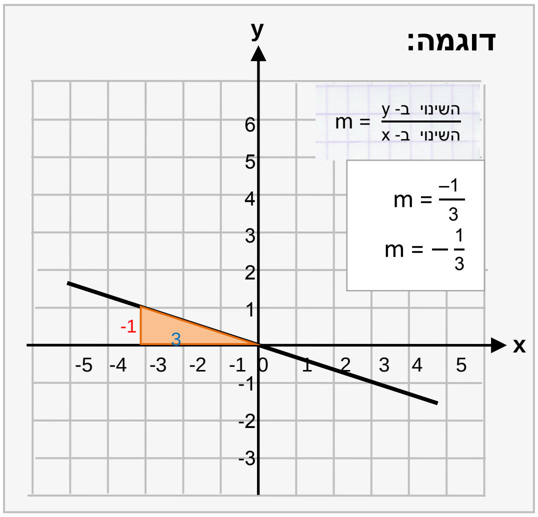
ב. הייצוג האלגברי של הפונקציה $y = \frac{1}{2}x$

בתרגילים הבאים כל הגרפים עוברים דרך הראשית (גרפים מהצורה $y = mx$) בהמשך יש סבב נוסף של גרפים מהצורה $y = mx + b$ $b \neq 0$ החל מעמוד 28 בספר לתלמיד.

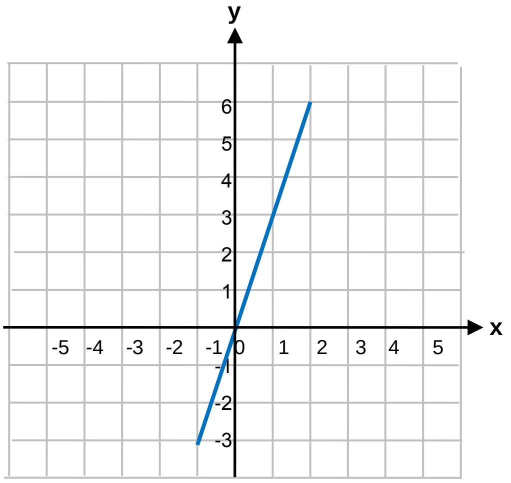
עמ' 20

9. לפניכם גרפים של פונקציות קוויות.
מצאו בעזרת הגרף את השיפוע של כל אחת מהפונקציות.

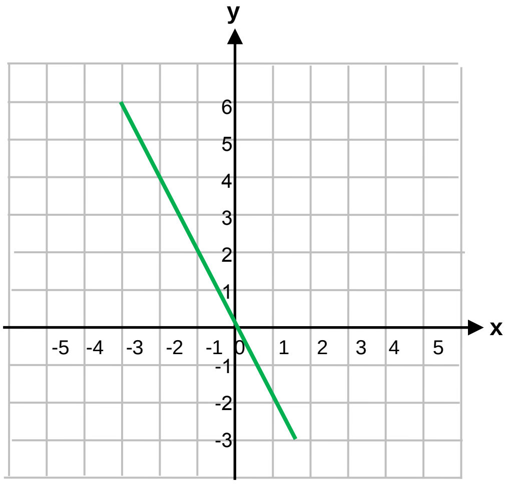
דוגמה:



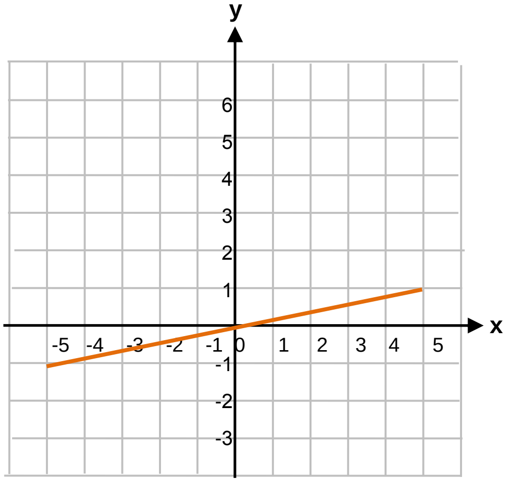
1)



2)



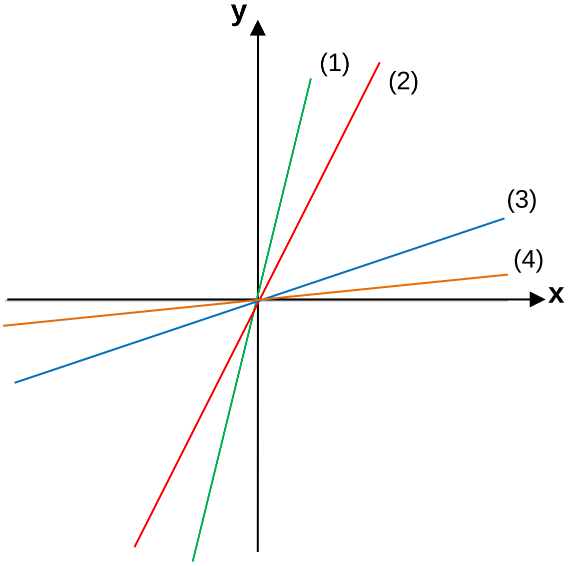
3)



© אפשר גם אחרת

עמ' 20

10. לפניכם גרפים של ארבע פונקציות קוויות
וארבעה ייצוגים אלגבריים של פונקציות אלו.
מצאו לכל גרף את הפונקציה המתאימה.



א. $y = 2x$ **ג.** $y = \frac{1}{3}x$

ב. $y = \frac{1}{10}x$ **ד.** $y = 4x$

א – 2 , ב – 4 , ג – 3 , ד – 1

יש לבקש מהתלמידים לנמק את תשובתם.
כל ארבע הפונקציות עולות, ניתן להתייחס לסדר שבין המקדמים, ולסדר בסדר עולה. בהתאם לזה נקבל:
פונקציה 4 מתאימה למקדם הקטן ביותר $\frac{1}{10}$ (פונקציה ב), ופונקציה 1 מתאימה למקדם הגדול ביותר 4 (פונקציה ד). ניתן גם לשאול שאלות כגון: לפני שנענה על השאלה, האם נוכל לדעת מה הם המקדמים האפשריים לפונקציה 3?
התשובה: פונקציה 3 "קרובה" לציר ה- x. המקדם הוא מספר קטן מ- 1. לכן הפונקציה המתאימה היא ב או ג.
במידה והתלמידים מציעים אסטרטגיה של בניית מדרגה יש לשים לב לכך שהמרווחים בין השנתות שעל הצירים הם של 2 יחידות.

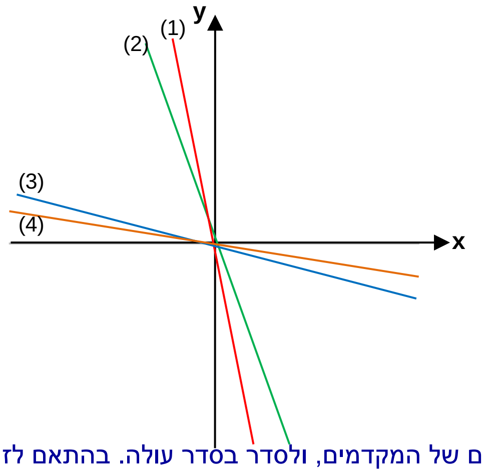
עמ' 21

11. מה השיפוע של כל אחת מהפונקציות הבאות.

1) $y = 12x$ 12 **2)** $y = 1\frac{1}{4}x$ $1\frac{1}{4}$ **3)** $y = -4x$ -4 **4)** $y = \frac{2}{3}x$ $\frac{2}{3}$

עמ' 21

12. לפניכם גרפים של ארבע פונקציות קוויות
וארבעה ייצוגים אלגבריים של פונקציות אלו.
מצאו לכל גרף את הפונקציה המתאימה.

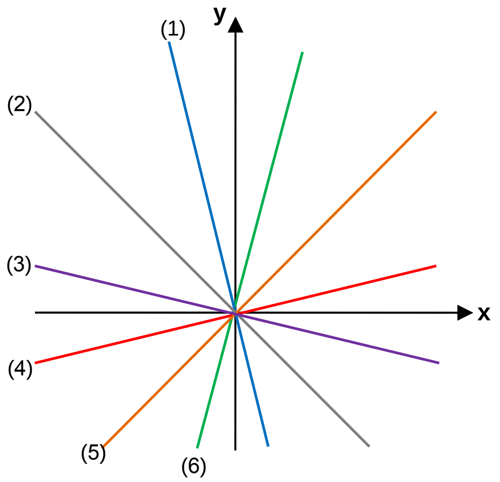


א. $y = -3x$ **ג.** $y = -\frac{1}{6}x$

ב. $y = -5x$ **ד.** $y = -\frac{3}{8}x$

א – 2, ב – 1, ג – 4, ד – 3

כל ארבע הפונקציות יורדות, ניתן להתייחס לסדר שבין הערכים המוחלטים של המקדמים, ולסדר בסדר עולה. בהתאם לזה נקבל: פונקציה 4 מתאימה למקדם שערכו המוחלט הקטן ביותר $\left(-\frac{1}{8}\right)$ (פונקציה ג), ופונקציה 1 מתאימה למקדם שערכו המוחלט הגדול ביותר (–5) (פונקציה ב).



עמ' 21

13. לפניכם גרפים של שש פונקציות קוויות ושישה ייצוגים אלגבריים של פונקציות אלו.

מצאו לכל גרף את הפונקציה המתאימה.

א. $y = x$ **ד.** $y = -4x$

ב. $y = \frac{1}{4}x$ **ה.** $y = -\frac{1}{4}x$

ג. $y = 4x$ **ו.** $y = -x$

א – 5 , ב – 4 , ג – 6 , ד – 1 , ה – 3 , ו – 2

במקרה זה נוח תחילה למיין את הגרפים לפונקציות עולות ולפונקציות יורדות. למיין את הייצוגים האלגבריים למקדמים חיוביים ולמקדמים שליליים, ולהתאים.

עמ' 22

14. נתונה הפונקציה $y = \square x$. המקדם של **x** (m) מכוסה בצבע.

נתון בנק מספרים: $6\frac{1}{2}$, 4 , 3 , 0 , $-\frac{1}{2}$, –3 , –4 , –6

השתמשו בבנק המספרים, בחרו ערך מתאים עבור **m**, וכתבו בכל סעיף ייצוג אלגברי מתאים לפונקציה המתוארת. לחלק מהסעיפים יש יותר מתשובה מתאימה אחת.

א. הפונקציה $y = mx$ עולה.

ב. הפונקציה $y = mx$ עולה ועוברת בנקודה (2 , 6).

ג. הפונקציה $y = mx$ יורדת ועוברת בנקודה (1 , –4).

א. למשל 4 , ב. 3 , ג. למשל –3 , ד. –4

כדאי תחילה לבקש מהתלמידים לאפיין את התשובות. מומלץ להתייחס במפורש לאפשרות של מקדם 0. יש קושי לראות את $y = 0$ כייצוג אלגברי של פונקציה. מה נוכל לומר על הפונקציה שבה m הוא אפס. האם זו באמת פונקציה ממשפחת הפונקציות הקוויות? כן, הפונקציה משתנה בקצב קבוע. קצב ההשתנות הוא אפס. מה צורת הפונקציה? קו אופקי. מה מיוחד בפונקציה זו? היא מתלכדת עם ציר ה- x. יש לקחת בחשבון שהרחבה זו קשה לחלק מהתלמידים. הסתכלות על הפונקציה $y = 0$ קלה יותר כאשר היא נלמדת במסגרת הכללה של פונקציות קבועות כגון $y = -3$, $y = 1$, $y = 3$. בכיתות מסוימות כדאי לשקול את האפשרות לא לטפל במקרה שבו $m = 0$ בשלב זה. מאוחר יותר בעמוד 41, במסגרת ההצגה של פונקציה קבועה, ניתן להראות את הפונקציה $y = 0$ כמקרה פרטי של פונקציה קבועה.

בסעיפים א ו- ג יש כמה תשובות אפשריות. **סעיף א:** שלושת המספרים החיוביים: 3 , 4 , $6\frac{1}{2}$. **סעיף ג:** ארבעה המספרים השליליים: $-\frac{1}{2}$, –3 , –4 , –6.

סעיף ב: המקדם חיובי. הפונקציה עוברת בנקודה (2 , 6). התשובה: $y = 3x$.

ניתן לענות על השאלה על ידי הצבת שיעורי הנקודה בפונקציות האפשריות $y = 3x$, $y = 4x$, $y = 6\frac{1}{2}x$. אך אם נמליל את הקשר: בפונקציות מהצורה $y = mx$ ערך ה- y גדול פי m מערך ה- x. נוכל לענות ישירות על השאלה. בנקודה (2 , 6) ערך ה- y הוא פי 3 מערך ה- x, לכן הפונקציה המתאימה היא $y = 3x$.

אפשר גם לכתוב משוואה $6 = m \cdot 2$ ולמצוא את הערך של m.

סעיף ג: $y = -4x$.

עמ' 22

15. בשוק מוכרים פתיתים מסוגים שונים לפי משקל.
מחיר 1 ק"ג פתיתים מתוצרת הארץ הוא 3 שקלים.
מחיר 1 ק"ג פתיתים מתוצרת חוץ הוא 6 שקלים.

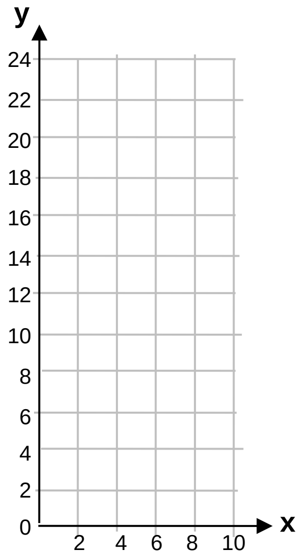
א. לכל אחד מסוגי הפתיתים, כתבו פונקציה המתארת את הקשר בין הסכום לתשלום **y** לבין משקל הפתיתים **x**.

ב. סרטטו באותה מערכת צירים את הגרפים של שתי הפונקציות.

ג. האם יש משמעות, במונחי השאלה, לערכי הביניים?

ד. האם יש משמעות, במונחי השאלה, לערכים שליליים של **x** ?

ה. כיצד בא לידי ביטוי בגרפים, ההבדל במחירים בין שני סוגי הפתיתים? הסבירו.



א. **$y = 3x$, $y = 6x$**

מתקבלות שתי פונקציות קוויות: $y = 3x$, $y = 6x$.

ג. יש משמעות לערכי ביניים. כי לכל משקל (לכל מספר חיובי) יש מחיר מתאים.

בדיון כדאי לדון בעובדה כי למרות שברמה התיאורטית יש משמעות לכל ערכי הביניים (גרף הפונקציה הוא קו רציף), הרי שבהקשרים יומיומיים רק לחלק מנקודות הביניים יש משמעות. למעשה הפונקציה לא רציפה, כי מעגלים את המספרים. למשל, בשקילה לא כל מספר ממשי מהווה משקל אפשרי, המשקל מעוגל לק"ג, לגרמים, לחלקי גרמים. בהתאם להקשר (יש הבדל ברצף המספרים בין שקילה בבית מרקחת, לשקילה בחנות הירקות, לשקילת מטען של משאיות). או למשל, במדידות לפי זמן, לא כל מספר ממשי משמש זמן מדידה. הזמן מעוגל לשעות, לדקות, לשניות, לעשיריות השנייה – בהתאם להקשר. אך בשונה ממקרים בהם אין משמעות לערכי הביניים, למשל, כאשר מטרת החיבור בקו היא להראות מגמה (בכמות הספרים שהושאלו, במחירי מניות בסיום כל שנת כספים, וכדומה), בשאלה זו יש משמעות לערכי ביניים, ונתייחס אליה כאל המקרה של פונקציה שהגרף שלה רציף.

ד. אין משמעות לערכים שליליים – תחום ההגדרה הוא כל המספרים החיוביים ואפס.

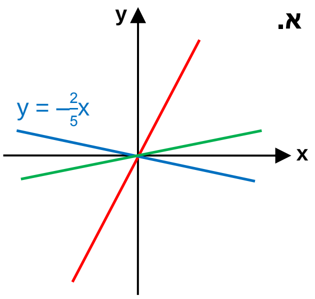
ה. אנו רואים כי גרף הפונקציה המתאימה למחיר היקר $y = 6x$ תלול בהרבה מגרף הפונקציה $y = 3x$. קרוב יותר לציר ה- y.

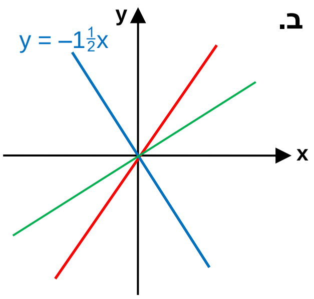
תרגילים 16 – 17 נועדו לביסוס ולתרגול נוסף. (מספר התרגיל בפונט ירוק)

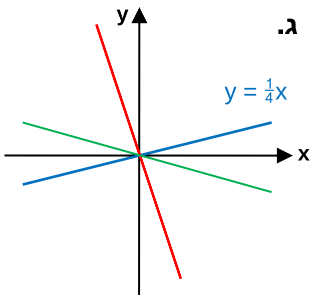
עמ' 22

16. בכל סעיף מסורטטים גרפים של שלוש פונקציות קוויות.
ליד כל גרף כחול כתוב הייצוג האלגברי שלו: **$y = mx$**.

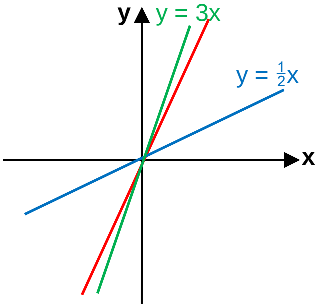
איזה מהגרפים, הירוק או האדום, מתאים לפונקציה **$y = -mx$** ? **א. ירוק** **ב. אדום** **ג. ירוק**







עמ' 23 **.17** לפניכם גרפים של שלוש פונקציות קוויות העוברות דרך הראשית,
והייצוגים האלגבריים של הישר הירוק והישר הכחול.



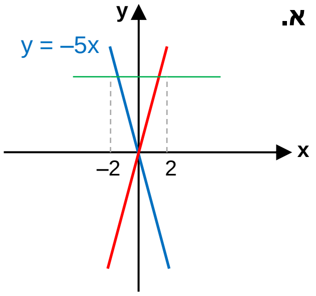
איזה מבין הבאים יכול להיות הייצוג האלגברי של הישר האדום? **ד**

א. $y = 4x$ **ב.** $y = x$ **ג.** $y = \frac{1}{3}x$ **ד.** $y = 2\frac{1}{2}x$

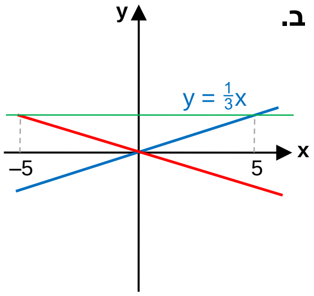
הקו האדום תלול יותר מהקו הכחול ותלול פחות מהקו הירוק.
לכן, המקדם m הוא מספר גדול מ- $\frac{1}{2}$ וקטן מ- 3.
תשובות אפשריות הן ב ו- ד.

עמ' 23 **.18** בכל סעיף מסורטט ישר כחול וישר אדום.
בכל סעיף הישר הירוק מקביל לציר ה- x.
ליד כל גרף כחול כתוב הייצוג האלגברי שלו. כתבו את הייצוג האלגברי של הגרף האדום. הסבירו.

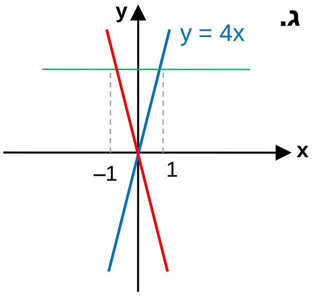
א.



ב.



ג.



תרגיל 18

הקו הירוק המקביל לציר ה- x משמעו ערכים שווים של y לערכים נגדיים של x. נתון זה מוביל למסקנה שערכי ה- m של שתי הפונקציות הם מספרים נגדיים.

א. $y = 5x$, **ב.** $y = -\frac{1}{3}$, **ג.** $y = -4x$

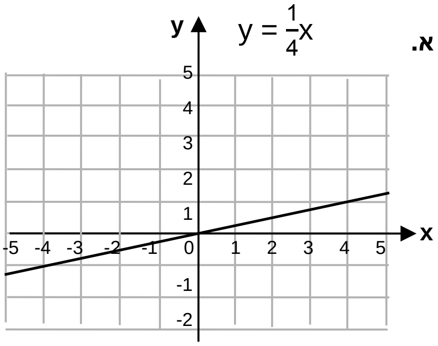
עמ' 23 **.19** לפניכם גרפים של שתי פונקציות קוויות העוברות דרך ראשית הצירים.

א. מצאו לכל גרף את השיפוע המתאים: **(1** $1\frac{1}{4}$ **(2** $\frac{1}{4}$ **(3** $-1\frac{1}{4}$ **(4** $-\frac{1}{4}$

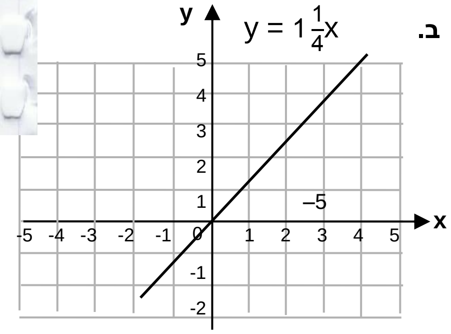
ב. כתבו את הייצוג האלגברי של כל אחת מהפונקציות. **א – 2 ב – 1**

הייצוג האלגברי של
פונקציה קווית
העוברת דרך
הראשית הוא: **y = mx**

א.



ב.



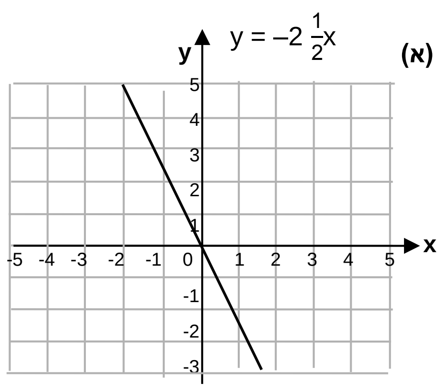
ניתן להתאים על-סמך שיקולים ללא חישוב מדויק. למשל, שתי הפונקציות עולות, לכן תשובות אפשרויות הן 1 ו- 2.
הפונקציה שהגרף שלה מתון יותר, המקדם של x קטן יותר.
ניתן להתאים את הגרפים על ידי סרטוט מדרגות ומציאת השיפוע. או על ידי בניית טבלת ערכים חלקית. מכיוון שהפונקציה היא מהצורה $y = mx$, ניתן גם לבדוק עבור נקודה כלשהי במערכת הצירים פי כמה גדול הערך של x מהערך של y (או במקרה שלנו פי כמה קטן ערך ה- y מערך ה- x). נחפש נקודות הנמצאות על קווי הרשת. למשל,
גרף א עובר בנקודה (1 , 4), ערך ה- y קטן פי 4 מערך ה- x, המשוואה המתאימה היא $y = \frac{1}{4}x$ (תשובה 2).
גרף ב עובר דרך הנקודה (5 , 4). ערך ה- y גדול פי $1\frac{1}{4}$ מערך ה- x. לכן התשובה המתאימה היא תשובה 1.

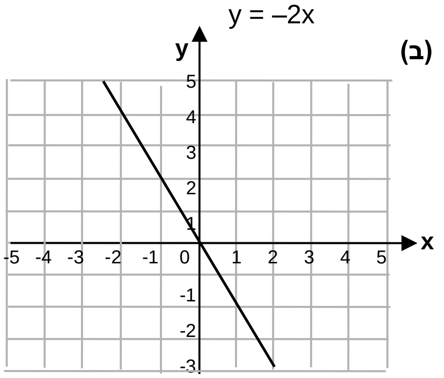
עמ' 24

20. לפניכם גרפים של שתי פונקציות קוויות העוברות דרך ראשית הצירים.

א. מצאו לכל גרף את השיפוע המתאים: **1)** $-2\frac{1}{2}$ 2) -2 **3)** $2\frac{1}{4}$ **4)** 2 **גרף א – 1 , ב – 2.**

ב. כתבו את הייצוג האלגברי של כל אחת מהפונקציות.

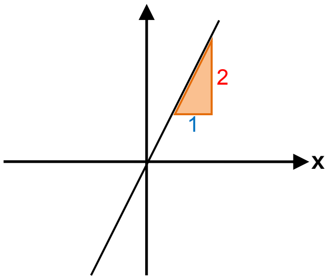




במקרה זה שתי הפונקציות יורדות. התשובות האפשריות 1 ו- 2.
בסעיף א הפונקציה תלולה יותר, לכן הערך המוחלט של m גדול יותר.

עמ' 24

21. במערכת הצירים מסורטט גרף של פונקציה קווית.
בסרטוט מסומנת מדרגה ברוחב 1 יחידה שגובהה 2 יחידות.
העתיקו את הסרטוט והוסיפו באותה מערכת צירים גרף מקורב של פונקציה קווית מהצורה $y = mx$ כך שלמדרגה ברוחב 1, יהיה גובה 3.



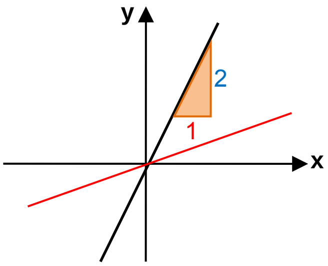
למשל, הקו האדום. הגרף הנוסף צריך להיות קרוב יותר לציר ה- y, כי המקדם m גדול יותר,
ולכן השיפוע גדול יותר מאשר זה של הגרף הכחול.
הגרף הנוסף הוא פתרון אפשרי.

עמ' 24

22. במערכת הצירים מסורטט גרף של פונקציה קווית.

בסרטוט מסומנת מדרגה ברוחב 1 יחידה שגובהה 2 יחידות.

העתיקו את הסרטוט והוסיפו באותה מערכת צירים גרף מקורב של פונקציה קוויתמהצורה **y = mx** כך שלמדרגה ברוחב 1, יהיה גובה $1\frac{1}{2}$.



למשל, הקו האדום. הגרף המקורב צריך להיות רחוק יותר מציר ה- y, (מימין לגרף המסורטט) כי המקדם m קטן יותר, ולכן השיפוע קטן יותר מאשר זה של הגרף הכחול.

יש לקחת בחשבון שמדרגות שאינן "מתחילות" בראשית הצירים (כפי שמופיע, לדוגמה, בשאלה זו) קשות יותר להבנה ממדרגות שהבסיס שלהן מתחיל בנקודה (0 , 0). יש לטפל באופן ישיר במדרגות הנמצאות בנקודות שונות על הגרף.

עמ' 24

23. במערכת הצירים שלפניכם שני גרפים.

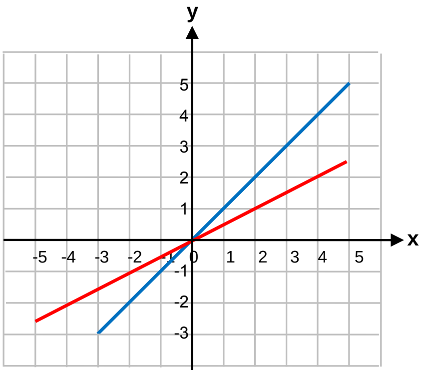
איזה מבין הגרפים הוא גרף הפונקציה $y = \frac{1}{2}x$?

בחרו על גרף הפונקציה נקודות נוחות ונמקו את תשובתכם:

א. בעזרת טבלה.

ב. על ידי סרטוט מדרגה.

תשובה: הגרף האדום.



הקו הכחול עובר דרך הנקודות (3 ,3) , (4 , 4) , כלומר השיפוע שלו 1. הגרף האדום קרוב יותר לציר ה- x.

סביר להניח שהוא הגרף המתאים. נבחר שתי נקודות הנמצאות על הגרף, נבדוק בטבלה את השינוי ב- y כאשר x משתנה ביחידה אחת.

נסרטט מדרגה ברוחב יחידה. למשל, הנקודות (1 , 2) , $(1\frac{1}{2}$, 3) – גובה המדרגה $\frac{1}{2}$ יחידה.

ניתן כמובן לבחור 2 נקודות בהן ההפרש בערכי x שונה מיחידה אחת, כדי שיהיה נוח יותר למצוא את הערכים.

למשל הנקודות (1 , 2) ; (2 , 4).

ניתן לענות על-ידי בחירת נקודה אחת,

למשל הנקודה (2 , 4) על הקו האדום.

הקשר בין הערך של x לערך של y הוא $y = \frac{1}{2}x$.

$$m = \frac{\text{השינוי בערכי } y}{\text{השינוי בערכי } x}$$

$$m = \frac{2-1}{4-2} = \frac{1}{2}$$

$$m = \frac{1}{2}$$

עמ' 25

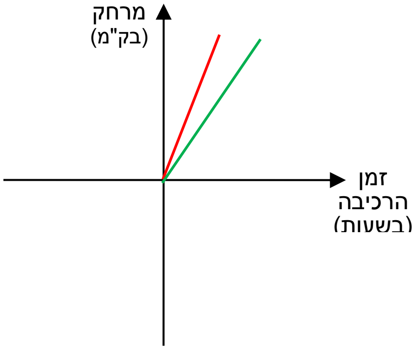
24. עידו ויואב רוכבים על אופניים.

עידו רוכב במהירות של 15 קמ"ש.

יואב רוכב במהירות של 27 קמ"ש.

במערכת הצירים מסורטטים גרפים המתארים את המרחק שעובר כל אחד מהרוכבים כפונקציה של זמן הרכיבה.

איזה מהגרפים מתאים לעידו? איזה ליואב? הסבירו



עידו גרף ירוק, יואב גרף אדום.

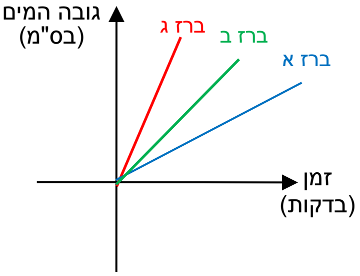
הגרף של יואב תלול יותר. ככל שהמהירות גבוהה יותר הגרף תלול יותר.

המשמעות של מהירות גבוהה יותר היא שבכל יחידת זמן עוברים מרחק גדול יותר. ניתן לראות עבור x כלשהו (זמן כלשהו) שערך ה- y על הגרף האדום, גדול מערך ה- y על הגרף הירוק. לכן הגרף האדום מתאים ליואב. בדיון מומלץ לשאול את התלמידים, מדוע הגרפים מתחילים בנקודה (0 , 0) ואין המשך לחלק השלילי של מערכת הצירים.

עמ' 25

25. ממלאים במים שלושה מכלים זהים שצורתו גליל, משלושה ברזים שונים.

לפניכם הגרפים המתארים את כמות המים במכלים כפונקציה של הזמן.



א. איזה משלושת הברזים מזרים כמות מים גדולה יותר ביחידת זמן?

ב. איזה מכל יתמלא אחרון?

ג. הפונקציה המתארת את גובה המים במכל ג היא: $y = 1\frac{1}{4}x$.

אילו מהפונקציות הבאות יכולות להתאים לברז א ?

1) $y = 1\frac{3}{4}x$ **3)** $y = x$

2) $y = 2x$ **4)** $y = \frac{3}{4}x$

א. ב ב. א ג. 1 , 2

א. ברז ב מזרים מים בכמות גדולה יותר. עבור כל ערך של x ערך ה- y של הגרף האדום גבוה יותר. בכל יחידת זמן כמות המים במכל ב היא הגדולה ביותר.

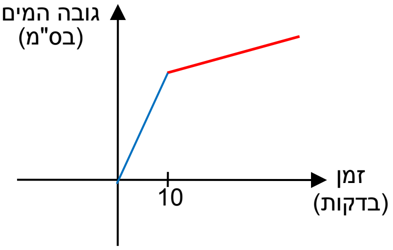
ב. מכל א.

ג. השיפוע של הגרף המתאים לברז א קטן מהשיפוע של הגרף המתאים לברז ב. לכן תשובות אפשריות הן: 1 , 2.

עמ' 25

26. ממלאים במים מכל שצורתו גליל.

לפניכם הגרף המתאר את גובה המים במכל כפונקציה של הזמן.



א. מה תוכלו לומר על קצב המילוי של המכל?

ב. דני אומר שקצב המילוי של המים השתנה 10 דקות אחרי תחילת המילוי.
האם קצב המילוי גדל או קטן? הסבירו.

ג. ידוע שהשיפועים המתאימים לייצוגים הגרפים בחלקים השונים הם $1\frac{1}{2}$ ו- $\frac{3}{4}$.
כתבו לכל חלק בגרף את השיפוע המתאים.

במקרה זה, חלק הגרף האדום מתאים לפונקציה קווית שאינה עוברת דרך הראשית.
עם זאת אין קושי לתלמידים לשפוט איזו פונקציה תלולה יותר, להבין שהשיפוע של הגרף האדום מתון יותר.
ניתן גם להראות זאת על ידי בניית מדרגה.

א. קצב המילוי של המכל אינו אחיד. אם נפריד את ההתבוננות לשתי יחידות זמן, נוכל לומר שקצב המילוי אחיד בחלק הראשון של הזמן (לפי סעיף ב נוכל להניח שמדובר ב- 10 דקות ראשונות) , ואחיד בחלק השני של הזמן. לשני חלקי הזמן יש קצב מילוי שונה.

ב. קצב המילוי קטן – השיפוע של הגרף מתון יותר.

ג. שיפוע: אדום $\frac{3}{4}$, כחול $1\frac{1}{4}$.

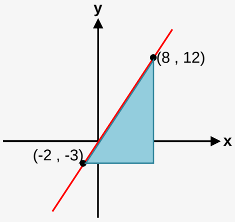
דוגמה פתורה – עמוד 26

דוגמה המציגה מציאת שיפוע של ישר על פי שתי נקודות. למעשה עסקנו בהיבט זה בפעילויות ובתרגילים קודמים כאשר הצגנו מדרגה ברוחב שונה מיחידה אחת, או טבלה שבה ערכי x משתנים במרווחים שונים מ- 1. הפורמט המופיע בדוגמה זו יופיע שוב בהמשך בעמוד 34, במקרה של פונקציה קווית כללית ($y = mx + b$).
הצגת הדרך למציאת שיפוע על פי שתי נקודות במקרה זה ובהמשך מאירה באור נוסף את ההיבט שהשיפוע הוא למעשה המנה בין השינוי בערכי y לבין השינוי בערכי x.
בחישוב המנה - חשוב להדגיש את ההקפדה על הסדר בו מתייחסים לשתי הנקודות תוך המללה של התהליך.

דוגמה:

מה השיפוע של קו ישר מהצורה **$y = mx$** העובר דרך הנקודות $(-2 , -3)$ ו- $(8 , 12)$?

נסרטט תרשים של הישר.



נדמיין מדרגה. השיפוע הוא השינוי בערכי y חלקי השינוי בערכי x.

השינוי ב- y: $12 - (-3) = 15$

השינוי ב- x: $8 - (-2) = 10$

תשובה: $m = \frac{15}{10} = 1\frac{1}{2}$

יואב אומר

ניתן לחשב את השיפוע ישירות משיעורי הנקודות.

$$m = \frac{\text{ההפרש בין ערכי } y}{\text{ההפרש בין ערכי } x}$$

$$m = \frac{12 - (-3)}{8 - (-2)}$$

$$m = 1\frac{1}{2}$$

בחישוב ההפרשים יש להקפיד על הסדר. השיעורים של הנקודה שה- x שלה גדול יותר פחות השיעורים של הנקודה שה- x שלה קטן יותר.
לכן:
$12 - (-3)$ (ולא להפך).
$8 - (-2)$ (ולא להפך).

דני אומר

אפשר למצוא את השיפוע גם אם נתונים רק השיעורים של אחת משתי הנקודות בלבד. למשל, $(8 , 12)$.
האם דני צודק?

רצוי לוודא שמתחילים בשיעורים של הנקודה שערך ה- x שלה גדול יותר – כלומר, הנקודה הימנית יותר.
מומלץ לערוך דיון בשאלה: מה היה קורה אילו היינו מתחילים מהשיעורים של הנקודה שערך ה- x שלה קטן יותר?
למעשה תתקבל אותה תוצאה, שכן נקבל מונה ומכנה שערכיהם הם מספרים נגדיים של המונה והמכנה הקודם.
על הרקע התכלת יש שאלה לדיון.
בכיתות גבוהות יותר, כאשר שתי הנקודות מוצגות כ- (x_2 , y_2) , (x_1 , y_1) כתיבת ההפרשים במונה ובמכנה מדגישה את הסדר.
במקרה של פונקציה העוברת דרך הראשית למעשה כבר נתונים שיעורים של הנקודה $(0 , 0)$, לכן מספיקים שיעורים של נקודה אחת נוספת. כמו כן, ניתן על סמך שיעורי נקודה אחת לפתור את המשוואה $y = mx$ ולמצוא את m.

תרגילים

עמ' 26

27. לפניכם גרפים של פונקציות קוויות.

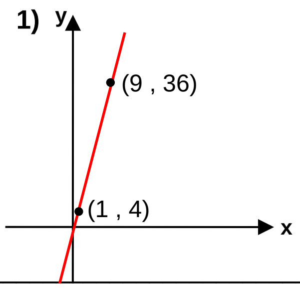
א. מצאו את השיפוע של כל אחד מהגרפים: **1) 4** **2) $1\frac{1}{2}$**

בעזרת מדרגה בין שתי הנקודות (שימו לב לרוחב המדרגה), או בעזרת טבלת ערכים חלקית.

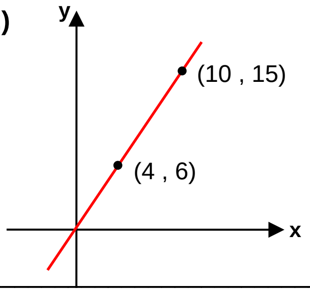
ב. מדוע מספיקה מדרגה אחת?

מדוע מספיקה טבלת ערכים שבה נתונים שיעורים של שתי נקודות בלבד?

1)



2)



עמ' 26

28. **א.** מה שיפוע הגרף של הפונקציה הקווית, מהצורה **y = mx**, העוברת דרך הנקודות (10 , 5) ו- (18 , 9) ? **2**

ב. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה. האם הפונקציה עולה או יורדת? **y = 2x , עולה**

ג. האם הנקודה (6– , 12–) נמצאת על גרף הפונקציה? הסבירו. **לא**

עמ' 27

29. **א.** מה שיפוע הגרף של פונקציה קווית, מהצורה **y = mx**, העוברת דרך הנקודות (5 , 1–) ו- (15– , 3) ? **5–**

ב. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה. האם הפונקציה עולה או יורדת? **y = –5x , יורדת**

ג. תנו דוגמה לנקודה הנמצאת על גרף הפונקציה ולנקודה שלא נמצאת על גרף הפונקציה.

נמצאת: (5– , 1). לא נמצאת: (10 , 2)

תרגילים 30 , 31 – שאלות נוספות לתלמידים מתקדמים. מספר השאלה בפונט כתום.

עמ' 27

30. נתונות שש נקודות: (16 , 8) , (4 , 8) , (4 , 2) , (3 , 1) , (9– , 3–) , (2– , 4–)

א. סמנו את הנקודות במערכת צירים.

ב. חברו בקו כחול 2 נקודות כך שהשיפוע של הישר שמתקבל יהיה 2.

ג. חברו בקו אדום 2 נקודות כך שהשיפוע של הישר שמתקבל יהיה 3.

ד. חברו בקו שחור 2 נקודות כך שהשיפוע של הישר שמתקבל יהיה $\frac{1}{2}$.

שיפוע 2: (16 , 8) , (4 , 2) שיפוע 3: (3 , 1) , (9– , 3–) שיפוע $\frac{1}{2}$: (4 , 8) , (2– , 4–)

אחת האסטרטגיות היא לסמן את הנקודות במערכת צירים, לסרטט ישרים מהצורה y = mx שהשיפועים שלהם הם 2 , 3 , $\frac{1}{2}$, ולבדוק עבור כל ישר אילו שתיים מהנקודות נמצאות עליו. לתלמידים מתקדמים ניתן לבקש למצוא, בהסתמך על הנוסחה לחישוב שיפוע, זוגות של נקודות שהישר העובר דרכן הוא בעל השיפוע המבוקש. (למשל, על ידי חישוב השיפוע בין כל שתי נקודות נתונות.)

עמ' 27

31. נתונות שתי פונקציות: **2)** $y = \frac{2}{3}(x-3) + \frac{1}{3}x + 2$ **1)** $y = \frac{2(x-3)}{6} + 1$

א. האם הן מהצורה **y = mx** ? **כן**

ב. לאיזו פונקציה שיפוע גדול יותר? **(2)**

בשאלה יש קושי אלגברי בפישוט הביטויים והבאתם לצורה y = mx ולכן שאלה זו מסומנת כשאלה דיפרנציאלית.

יש לסדר תחילה את הביטויים על ידי פתיחת סוגריים וכינוס איברים דומים.

1) $y = \frac{1}{3}x$ 2) $y = x - 1$

א. שתי המשוואות הן מהצורה y = mx.

ב. למשוואה 2 יש שיפוע גדול יותר.

פעילות 6 – מסמנים פונקציות עמוד 27

אפיון הפעילות: עיסוק ביותר מפונקציה אחת. דרך אפשרית לסמן פונקציות כך שניתן יהיה להבחין ביניהן.

בפרק הבא, הצגת הפונקציות הקוויות הכלליות $y = mx + b$, והצגת התפקידים של הפרמטרים m ו- b, עוסקים בדרך כלל במספר פונקציות בו זמנית. שימוש בסימונים מבחינים נחוץ לשפה משותפת בדיון הכיתתי.

פעילות 6 – מסמנים פונקציות

תלמידי הכיתה התבקשו לתת דוגמה לפונקציה קווית מהצורה $y = mx$.

לפניכם ההצעות של איתי ועידו: $y = 3x$, $y = 5x$

איך נדע איזו הצעה היא של איתי ואיזו הצעה היא של עידו?

כדי להבחין בין שתי הפונקציות נוח לתת להן שמות שונים.

- ניתן לרשום: ההצעה של איתי $y = 3x$ ההצעה של עידו $y = 5x$
- ניתן לרשום כל פונקציה בצבע שונה: $y = 3x$, $y = 5x$
- ניתן לרשום: $y_{איתי} = 3x$, $y_{עידו} = 5x$
- במתמטיקה מקובל, במקרים רבים, לרשום: $y_2 = 3x$, $y_1 = 5x$

הסימון: y_1 , y_2 , y_3 דומה לסימון המשמש להבחנה בין כיתות: ח1 , ח2 , ח3

1) לאיזה משני הגרפים: גרף הפונקציה $y_1 = 5x$ או גרף הפונקציה $y_2 = 3x$, יש שיפוע יותר גדול?

2) רינת אומרת: הגרף של הפונקציה עובר דרך הנקודה (2 , 10).
לאיזו משתי הפונקציות התייחסה רינת: $y_1 = 5x$ או $y_2 = 3x$? הסבירו.

הפונקציה $y = mx + b$ עמוד 28

בפרק זה מרחיבים את העיסוק לפונקציות קוויות מהצורה $y = mx + b$ שבהן המקדם m שונה מ- 1 , ויש גם איבר חופשי b.

מבנה הפרק:

הפרק עוסק בהשוואה בין הפונקציות שלהן ערכי b שונים מאפס לפונקציה $y = mx$ שהיא מקרה פרטי, שבו $b = 0$. נבדוק את הדומה והשונה בין פונקציות שונות שיש להן אותו m, והדומה והשונה בין פונקציות שונות שיש להן אותו b.

גם כאן נבחין תחילה בין פונקציות עולות לפונקציות יורדות ונכליל את התכונות המשותפות לכלל הפונקציות ואת אלה שהן ייחודיות לחלק מהפונקציות.

נעסוק בנקודת החיתוך של פונקציה קווית עם ציר ה- x.

בהמשך נעבור לתחומי חיוביות ושליליות, ומציאת ייצוג אלגברי של פונקציה על פי שיפוע ונקודה ועל פי שתי נקודות.

בשלב זה לא נעסוק במפורש בהיבט של ההזזה.

בפעילויות הראשונות חשוב לוודא שהתלמידים מזהים את הפרמטרים m ו- b.

בהמשך נעסוק גם בפונקציות שאינן מיוצגות בצורה פשוטה, אותן יש להביא תחילה לצורה $y = mx + b$.

כל פונקציה מהמעלה הראשונה ניתנת להצגה בדרך זו.

פעילות 7 עמודים 28 – 29

הפונקציות $y_1 = 2x + 4$, $y_2 = 2x$, $y_3 = 2x - 3$

אפיון הפעילות: השוואה בין פונקציות קוויות עולות, השונות בערך הפרמטר b, שיש להן אותו m.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 8.

יכולות להתקבל תשובות כגון:

כל שלושה הגרפים צורתם קו ישר. הגרפים מקבילים זה לזה. שלוש הפונקציות עולות.

לכל השלוש יש קצב השתנות אחיד. לכל השלוש יש קצב השתנות זהה. בכל הייצוגים האלגבריים המקדם של x זהה. לשתיים מהפונקציות יש בייצוג האלגברי מחובר שהוא מספר. רק אחת מהפונקציות עוברת דרך ראשית הצירים.

בדיון יש להציג גם את הפונקציה $y = mx$ כפונקציה מהצורה $y = mx + b$ כאשר $b = 0$.

לא למדנו עדיין מה השיפוע של הפונקציות מצורה זו, אבל אנחנו רואים שיש להן אותו מקדם של x, שערך ה- m הוא אותו ערך. נקשר זאת למונח שיפוע.

הייצוגים האלגבריים שונים זה מזה בערך של b.

הייצוגים הגרפיים שונים זה מזה בנקודות החיתוך עם הצירים.

פעילות 7 – הפונקציה $y = mx + b$: תפקיד ה- m ותפקיד ה- b

נתונות שלוש פונקציות קוויות מהצורה $y = mx + b$: $y_3 = 2x - 3$, $y_2 = 2x$, $y_1 = 2x + 4$

א. במה הן דומות ובמה הן שונות?

ב. מה הערך של **m** ומה הערך של **b** בכל אחת מהפונקציות?

ג. נסרטט את הגרפים של שלוש הפונקציות.

נבנה תחילה טבלאות ערכים.

השלימו את הטבלאות.

$y_3 = 2x - 3$

x	y
3–	9–
2–	
1–	
0	
1	
2	1
3	

$y_2 = 2x$

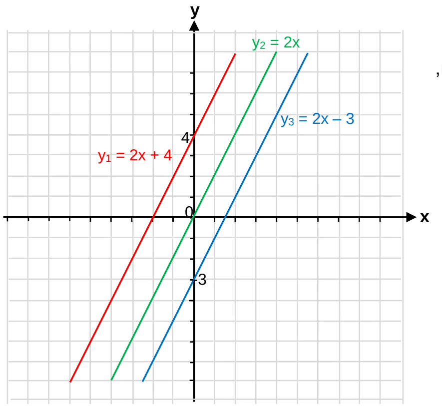
x	y
3–	6–
2–	
1–	
0	
1	
2	4
3	

$y_1 = 2x + 4$

x	y
3–	2–
2–	
1–	
0	
1	
2	8
3	

ד. נשווה בין שלוש הפונקציות על ידי:

השוואת הגרפים, השוואת הייצוגים האלגבריים, והשוואת טבלאות הערכים.



בנק מונחים: קו ישר, קצב ההשתנות, ישרים מקבילים, פונקציה עולה, פונקציה יורדת, מגמה משתנה, מקדם, שיפוע, ראשית הצירים, נקודות חיתוך עם הצירים.

דני אומר

אני רואה שהגרפים מקבילים זה לזה. לכל הגרפים יש אותו שיפוע ($m = 2$).

אבל, הגרפים חותכים את ציר ה- y בנקודות שונות, ואת ציר ה- x בנקודות שונות.

ישרים **שהשיפועים** שלהם **שווים**, **מקבילים** זה לזה.

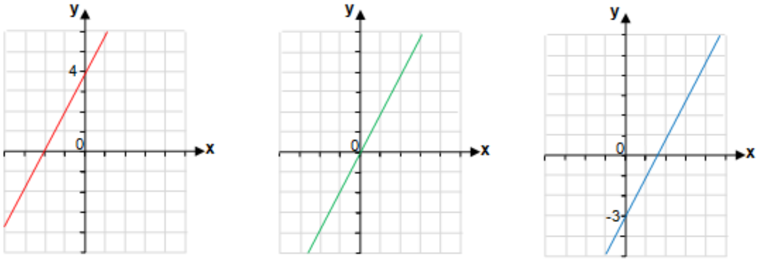
נקשר בין שתי עובדות אלה ונסכם:
הגרף של הפונקציה הקווית $y = mx + b$ חותך את ציר ה- y בנקודה $(0 , b)$.
בנקודה שבה הערך של y הוא b. נבדוק זאת באמצעות הצבת הערך $x = 0$ בייצוג האלגברי.

חשוב לדון במפורש במקרה שבו $b = 0$ כמודגם על הרקע התכלת.

בהתאם לשיקול הדעת של המורה, ניתן להתייחס לכך שהקווים מתקבלים זה מזה על ידי הזזה.
במקרה של פונקציה ריבועית קל לראות שגרף הפונקציה $y = x^2 + c$ הוא הזזה מעלה או מטה ב- c יחידות של גרף הפונקציה $y = x^2$.
בפונקציה קווית, חלק מהתלמידים רואים בפונקציה $y = x + c$ הזזה ימינה או שמאלה של גרף הפונקציה $y = x$. חלק אחר מהתלמידים רואה זאת כהזזה למעלה או למטה.
ניתן להמחיש זאת על-ידי בחירת ערך אחד של x ובדיקה של נקודה אחת על כל גרף, כלומר לראות מה שיעורי ה- y המתאימים, (למשל, עבור $x = 3$) ואז להיווכח שהנקודות נמצאות זו מעל זו. (כלומר הזזה אנכית).

הקשר בין b לבין גרף הפונקציה:

נתבונן בגרפים של הפונקציות. נבדוק מהן נקודות החיתוך של הגרפים עם ציר ה- y.



נבדוק:

$y_3 = 2x - 3$	$y_2 = 2x$	$y_1 = 2x + 4$
חותכת את ציר ה- y ב- (-3)	חותכת את ציר ה- y ב- 0.	חותכת את ציר ה- y ב- 4.
$b = -3$	מהו b בפונקציה זו?	$b = 4$
נקודת החיתוך $(0 , -3)$	נקודת החיתוך $(0 , 0)$	נקודת החיתוך $(0 , 4)$

הגרף של הפונקציה הקווית $\mathbf{y = mx + b}$ חותך את ציר ה- y ב- b, בנקודה $\mathbf{(0 , b)}$.

רינת אומרת

ניתן למצוא את שיעורי נקודת החיתוך גם בדרך אלגברית.
על ציר ה- y נמצאות הנקודות ששיעור ה- x שלהן הוא 0.
נציב בייצוג האלגברי 0 במקום x ונחשב את ערכו של ה- y.

$y_3 = 2x - 3$	$y_2 = 2x$	$y_1 = 2x + 4$
$y = 2 \cdot 0 - 3$	$y = 2 \cdot 0$	$y = 2 \cdot 0 + 4$
$y = -3$	$y = 0$	$y = 4$

מה הערך של **b** בפונקציה הקווית $\mathbf{y = 7x}$?
האם גם במקרה זה גרף הפונקציה חותך את ציר ה- y בנקודה $(0 , b)$?
הסבירו.

$y = 7x$
$y = 7x + 0$

פעילות 8 עמוד 30

הפונקציות $y_1 = -2x + 5$, $y_2 = -2x$, $y_3 = -2x - 3$

אפיון הפעילות: השוואה בין פונקציות קוויות יורדות, השונות בערך הפרמטר b, שיש להן אותו m.

תרגילים מתאימים: תרגילים 32 – 36 עמודים 34 – 35.

פעילות דומה לפעילות 7 עבור פונקציות ׳ ורדות.

פעילות 8 – הפונקציה $y = mx + b$: תפקיד ה- m ותפקיד ה- b

נתונות שלוש פונקציות קוויות מהצורה $y = mx + b$: $y_3 = -2x - 3$, $y_2 = -2x$, $y_1 = -2x + 5$

נסרטט את הגרפים של שלוש הפונקציות באותה מערכת צירים ונבדוק:

א. האם הגרפים של הפונקציות מקבילים זה לזה?

ב. האם נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא הנקודה (0 , b) ?

(1) השלימו את טבלאות הערכים.

(2) סרטטו את הגרפים ובדקו.

$y_3 = -2x - 3$

x	y
3–	3
2–	
1–	
0	
1	
2	
3	9–

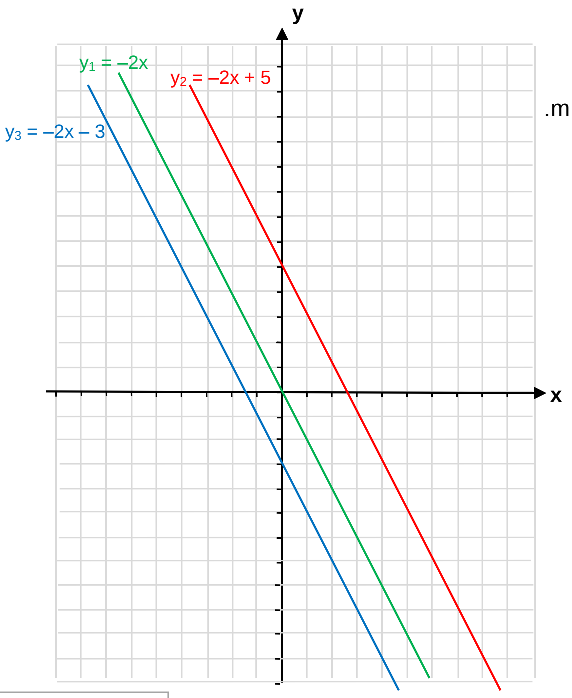
$y_2 = -2x$

x	y
3–	6
2–	
1–	
0	
1	
2	
3	6–

$y_1 = -2x + 5$

x	y
3–	11
2–	
1–	
0	
1	
2	
3	1–

פתרון:



א. הישרים מקבילים זה לזה.
השיפוע של כל אחד מהישרים הוא $m = -2$.

ב. נבדוק את נקודות החיתוך עם ציר ה- y.

(1) $y_1 = -2x + 5$ $b = 5$
הגרף חותך את ציר ה- y ב- 5.
נקודת החיתוך היא: (0 , 5).

(2) $y_2 = -2x$ $b = 0$
הגרף חותך את ציר ה- y ב- 0.
נקודת החיתוך היא: (0 , 0).

(3) $y_3 = -2x - 3$ $b = -3$
הגרף חותך את ציר ה- y ב- (3–).
נקודת החיתוך היא: (0 , –3).

תרגילים מתאימים 32 – 36
עמודים 34 – 35

פעילות 9 – נקודת החיתוך עם ציר ה- y עמוד 31

אפיון הפעילות: השוואה בין פונקציות קוויות, שיש להן אותו ערך של b, והן שונות זו מזו בערך הפרמטר m.

תרגילים מתאימים: החל מתרגיל 32.

היבט נוסף המקשר בין הערך של b לנקודת החיתוך עם ציר ה- y.

חשוב לערוך את הדיונים כמודגם על הרקע התכלת. בשני המקרים הגרפים של שתי הפונקציות יחתכו.

בשלב זה הדיון הוא ראשוני על סמך שיקולים אינטואיטיביים.

התלמידים לא למדו עדיין על משוואות שאין להן פתרון ועל הייצוג הגרפי של מקרה זה – נושא זה יילמד מעמוד 158.

עם זאת, התלמידים למדו שישרים מקבילים אינם נחתכים. כמו כן, בפעילויות קודמות הראינו שגרפים של פונקציות שיש להן אותו ערך של m הם ישרים מקבילים. (עדיין לא למדנו שלכל הישרים המקבילים יש אותו m). הראינו שגרפים של פונקציות שיש להן אותו ערך של b עוברות בנקודה (0 , b).

לכן הגרפים של הפונקציות $y = 7x + 5$, $y = \frac{1}{2}x + 5$ יחתכו בנקודה (0 , b).

גם הגרפים של הפונקציות הבאות $y = \frac{1}{2}x + 5$, $y = 7x + 6$ יחתכו. אבל עדיין לא למדנו למצוא את נקודת החיתוך במקרה זה.

עבור כל פונקציה כדאי לחדד ולשאול – מהו m ? מה השיפוע? ומהו b ? (להשתמש בכל פעם בניסוחים אחרים). מהי נקודת החיתוך עם ציר ה- y ?

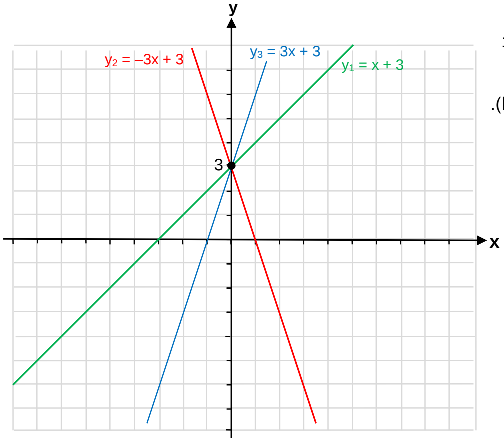
כדאי לסכם כמודגם על הרקע הצהוב.

פעילות 9 – נקודת החיתוך עם ציר ה- y

נתונות שלוש פונקציות קוויות: $y_3 = 3x + 3$, $y_2 = -3x + 3$, $y_1 = x + 3$

y_3	y_2	y_1
m = 3, b = 3	m = –3, b = 3	m = 1, b = 3

כיצד, לדעתכם, יראו הגרפים של שלוש הפונקציות?



נסרטט את הגרפים של שלוש הפונקציות באותה מערכת צירים.

לכל הפונקציות אותו ערך של **b** (b = 3).

כל הגרפים חותכים את ציר ה- y באותה נקודה.

נקודת החיתוך היא (0 , 3).

דני אומר

לפונקציות ערכים שונים של **m**.

לכן, הישרים אינם מקבילים.

לפונקציות אותו ערך של **b**.

לכן, הישרים חותכים את ציר ה- y באותה נקודה.

- האם הגרפים של הפונקציות $y = \frac{1}{2}x + 5$; $y = 7x + 5$ יחתכו?
  האם נקודת החיתוך של שתי הפונקציות תהיה על ציר ה- y ? הסבירו.
- האם הגרפים של הפונקציות $y = \frac{1}{2}x + 5$; $y = 7x + 6$ יחתכו?
  האם נקודת החיתוך של שתי הפונקציות תהיה על ציר ה- y ? הסבירו.

- **נקודת החיתוך** של גרף הפונקציה **y = mx + b** **עם ציר ה- y** היא **(0 , b)**.
- **b** חיובי ← הגרף חותך את ציר ה- **y** מעל ציר ה- **x**.
  b שלילי ← הגרף חותך את ציר ה- **y** מתחת לציר ה- **x**.
  b אפס ← הגרף חותך את ציר ה- **y** בראשית הצירים.

מוצאים את נקודת החיתוך עם ציר ה- y על ידי הצבת **x = 0** בייצוג האלגברי של הפונקציה.

פעילות 10 – פונקציה קווית קבועה   עמוד 32

אפיון הפעילות: פונקציה קבועה בהקשר יומיומי. ראיית הפונקציה הקבועה כמקרה פרטי של הפונקציה הקווית $y = mx + b$.

תרגילים מתאימים: תרגילים 37 , 38 , 48 , 50 , 53 עמודים 35 – 38.

בעמודים קודמים פגשו התלמידים את הפונקציה הקבועה. בפעילות זו עוסקים בצורה מפורשת במאפיינים של הפונקציה כפונקציה קבועה: בייצוג האלגברי של הפונקציה, בזיהוי הפרמטרים m ו- b, בנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y ובצורת הגרף.

ראיית הפונקציה הקבועה כמקרה פרטי של הפונקציה הקווית מהווה קושי לחלק מהתלמידים. המפגש בפעילות 10 עם מושג זה מהווה סבב נוסף של עיסוק במושג. המפגש הראשון היה כבר בכיתה ז בהצגת מושג הפונקציה.

בפעילות זו מוצג הקשר מחיי היום-יום, שבו לשני חניונים יש תעריפי חנייה שונים.

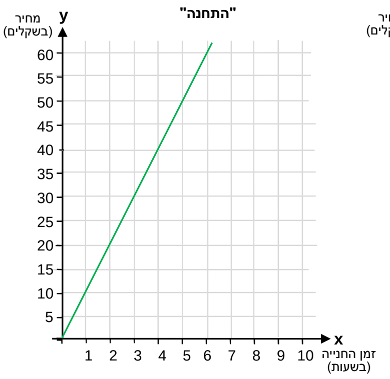
בכיתה ז בפרק של פונקציות (חלק ג, עמוד 55), עסקו התלמידים בהקשר זה, ונערך דיון על רציפות הגרף.

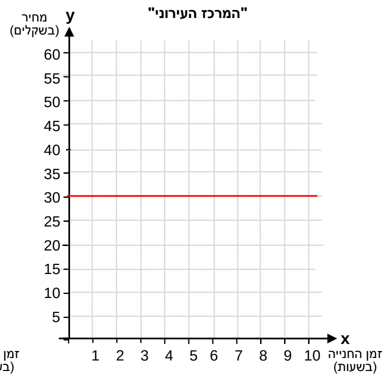
נשאלו שאלות כגון:

- נסו לתאר חניון בו יש משמעות רק לנקודות עבורן הערך של **x** הוא מספר שלם חיובי.
- נסו לתאר חניון בו יש משמעות לחלק מנקודות הביניים.
- נסו לתאר חניון בו יש משמעות לכל הנקודות המתקבלות על הקו המחבר את הנקודות.
- כיצד, למשל, בעלי החניון יכולים להתגבר על העובדה שאין מטבע בעל ערך קטן מ- 10 אגורות?

פעילות 10 – פונקציה קווית קבועה

בעיר שיבולים יש שני חניונים לרכב פרטי. חניון "התחנה" וחניון "המרכז העירוני".
הגרפים הבאים מתארים את מחירי החנייה כפונקציה של זמן החנייה.





א. (1 יואב החנה את רכבו בחניון "התחנה" למשך 5 שעות. כמה שילם?
(2 רועי החנה את רכבו בחניון "המרכז העירוני" למשך 5 שעות. כמה שילם?

ב. (1 תמר החנתה את רכבה בחניון "המרכז העירוני" למשך שעתיים. כמה שילמה?
(2 רינת החנתה את רכבה בחניון "המרכז העירוני" למשך 4 שעות. כמה שילמה?

ג. (1 מירב שילמה ביציאה מהחניון 40 שקלים. באיזה חניון חנתה? כמה שעות?
(2 גלעד שילם ביציאה מהחניון 30 שקלים. באיזה חניון חנה? כמה שעות?

תארו את הדומה והשונה בין הגרפים.
השתמשו בבנק המונחים.

בנק מונחים: קו ישר, פונקציה קווית, שיפוע, פונקציה עולה, יורדת, קבועה, קצב השתנות, נקודת חיתוך עם ציר ה- y.

למעשה הזמן מעוגל לשעות או לחצאי שעות או לדקות. יש להדגיש כי בשונה מהמציאות, בפעילות זו מתייחסים לכך שהפונקציות מוגדרות לכל ערך של x.

סעיף ב – מוביל למסקנה: עבור כל מספר שעות חנייה התשלום בחניון המרכז העירוני הוא אותו תשלום.

סעיף ג – 1) בחניון המרכז העירוני משלמים עבור כל זמן חנייה בדיוק 30 שקלים.
מירב שילמה 40 שקלים. כלומר, חנתה בחניון התחנה במשך 4 שעות.

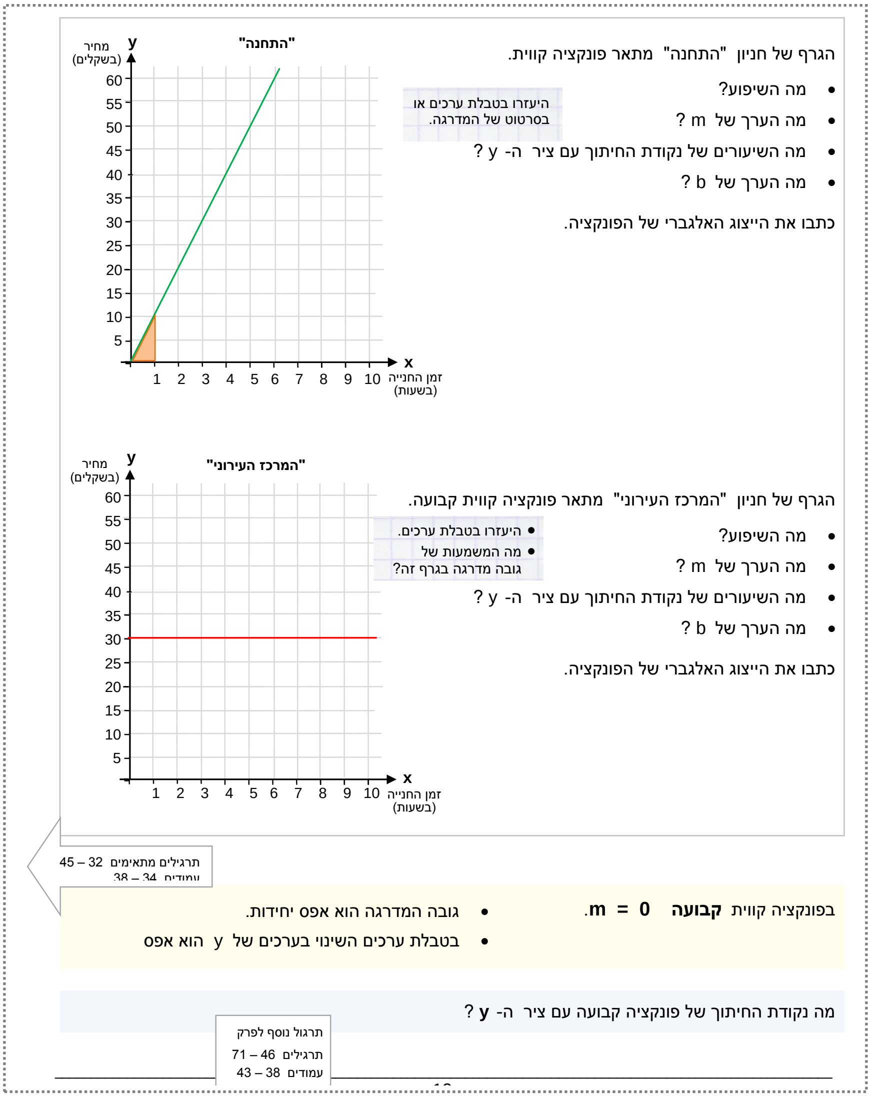
2) לא ניתן לדעת באיזה חניון, כי בשני החניונים קיים תשלום של 30 שקלים. אם חנה בחניון התחנה – הוא חנה במשך 3 שעות. אם חנה בחניון המרכז העירוני – לא ניתן לדעת כמה שעות חנה, שכן התשלום לא תלוי במשך זמן החנייה. עבור כל ערך של x, התשלום זהה.

כדאי לבקש מהתלמידים לנסח את הדומה והשונה בין הגרפים.

דומה: למשל, שני הגרפים ישרים, שני הגרפים מוגדרים רק עבור ערכים חיוביים ואפס, שני הגרפים משתנים בקצב קבוע.

שונה: גרף המרכז העירוני חותך את ציר ה- y בנקודה (0 , 30), וגרף התחנה עובר דרך ראשית הצירים וחותך את ציר ה- y בנקודה (0 , 0). גרף המרכז העירוני אינו חותך את ציר ה- x. למרכז העירוני מתאימה פונקציה קבועה. הגרף שלה מקביל לציר ה- x. גרף התחנה מתאר פונקציה עולה.

בעמוד זה יש דיון מפורש וסיכום הדומה והשונה בין הפונקציות.


"התחנה"

הגרף של חניון "התחנה" מתאר פונקציה קווית.
- מה השיפוע?
- מה הערך של m ?
- מה השיעורים של נקודת החיתוך עם ציר ה- y ?
- מה הערך של b ?

כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה.

היעזרו בטבלת ערכים או בסרטוט של המדרגה.

"המרכז העירוני"

הגרף של חניון "המרכז העירוני" מתאר פונקציה קווית קבועה.
- מה השיפוע?
- מה הערך של m ?
- מה השיעורים של נקודת החיתוך עם ציר ה- y ?
- מה הערך של b ?

כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה.

- היעזרו בטבלת ערכים.
- מה המשמעות של גובה מדרגה בגרף זה?

תרגילים מתאימים 32 – 45 עמודים 34 – 38

בפונקציה קווית **קבועה** **m = 0**.
- גובה המדרגה הוא אפס יחידות.
- בטבלת ערכים השינוי בערכים של y הוא אפס

מה נקודת החיתוך של פונקציה קבועה עם ציר ה- **y** ?

תרגול נוסף לפרק
תרגילים 46 – 71
עמודים 38 – 43

חניון התחנה: הפונקציה של גרף התחנה היא פונקציה עולה. התיאור האלגברי שלה הוא $y = 10x$. ניתן להגיע לתיאור זה באמצעות בניית טבלת ערכים, בניית מדרגה ובדיקת המנה בין השינוי בערכי y לשינוי בערכי x. ניתן להתבסס על כך שהפונקציה עוברת דרך הראשית ולכן היא מהצורה $y = mx$, ולהציב שיעורים של אחת הנקודות. למשל (3 , 30).
נציב $30 = m \cdot 3$ לכן $m = 10$.

חניון המרכז העירוני: השיפוע הוא אפס.
נשאל – מה המשמעות של שיפוע אפס?

אם מתייחסים לקצב ההשתנות, המשמעות היא שהמנה בין השינוי בערכי y לשינוי בערכי x הוא אפס. כלומר, ההפרש בין ערכי y הוא אפס.
נוח לראות זאת בטבלת ערכים.
למשל,

x	y
1	30
+1	0
2	30
+1	0
3	30

אם מתייחסים ל"מדרגה". מתקבלת למעשה מדרגה שהגובה שלה הוא אפס. כלומר מדרגה שטוחה.

התלילות היא אפס – הישר מקביל לציר ה- x. הייצוג האלגברי של הפונקציה הוא $y = 0x + 30$, כלומר, $y = 30$.

ערך ה- m הוא 0. ערך ה- b הוא 30. נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא (0 , 0 3).
גרף הפונקציה חותך את ציר ה- y ב- b. חשוב להדגיש שזהו מקרה פרטי של פונקציה מהצורה $y = mx + b$.

על הרקע התכלת: מה נקודת החיתוך של פונקציה קבועה עם ציר ה- y?

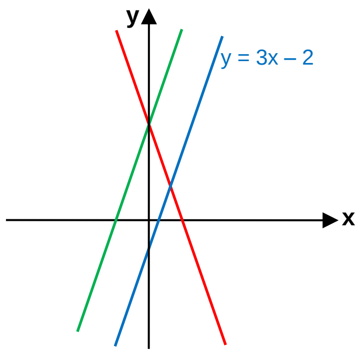
פונקציה קבועה היא פונקציה מהצורה $y = b$ ($y = 0x + b$). המקדם m הוא 0 , כלומר השיפוע הוא 0. עבור כל ערך של x ערך הפונקציה הוא b. כדאי להדגים פונקציה קבועה כלשהי ומספר הצבות.
למשל הפונקציה $y = 5$. עבור $x = 1$ $y = 0 \cdot 1 + 5$. עבור $x = 3$: $y = 0 \cdot 3 + 5$. עבור $x = –2$ $y = 0 \cdot (–2) + 5$ וכדומה.
נסמן את הנקודות ונראה גרף הפונקציה מקביל לציר ה- x.
גם במקרה זה נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x היא הנקודה $(0 , b)$.

חשוב לסכם כמודגם על הרקע הצהוב.

תרגילים

עמ' 34

32. במערכת הצירים מסורטטים גרפים של שלוש פונקציות קוויות.
ליד הישר הכחול רשום הייצוג האלגברי של הפונקציה.



א. לאיזה משני הישרים, האדום או הירוק,
מתאים הייצוג האלגברי **$y = 3x + 5$** ? הסבירו. **ירוק**

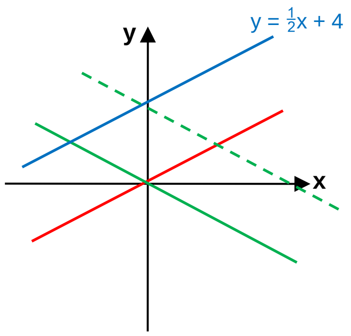
ב. איזה מהייצוגים הבאים יכול להתאים לגרף האחר? הסבירו. **1**

1) $y = –3x + 5$ **2)** $y = –3x – 2$

הישרים הירוק והכחול מקבילים זה לזה ולכן יש להם אותו ערך של m.
הישרים הירוק והאדום חותכים את ציר ה- y באותה נקודה ולכן יש להם אותו ערך של b.
א. הגרף הירוק.
ב. (1) ← $y = –3x + 5$

עמ' 34

33. במערכת הצירים מסורטטים גרפים של שלוש פונקציות קוויות.
ליד הישר הכחול רשום הייצוג האלגברי של הפונקציה.



א. לאיזה משני הישרים, האדום או הירוק,
מתאים הייצוג האלגברי **$y = \frac{1}{2}x$** ? הסבירו. **אדום**

ב. איזה מהייצוגים הבאים יכול להתאים לגרף האחר? הסבירו. **1**

1) $y = -\frac{1}{2}x$ **2)** $y = -\frac{1}{2}x + 4$

ג. סרטטו מערכת צירים משלכם, העתיקו את הגרפים והוסיפו,
ביד חופשית, סרטוט של גרף הפונקציה השנייה.

א. הישר האדום מקביל לישר הכחול ולכן השיפוע זהה.
ב. גרף 1 מתאים לפונקציה יורדת שעוברת דרך הראשית. הייצוג האלגברי הוא מהצורה $y = mx$, כאשר m שלילי.

ג. ישר מקביל לישר הירוק החותך את ציר ה- y ב- 4. כמו הישר הכחול (הקו המקווקו הירוק).

במונח סרטוט ביד חופשית הכוונה היא שאין צורך לדייק בשיעורי הנקודות, אבל בסרטוט יש להקפיד על ההיבט המהותי.

לדוגמה, אם הפונקציה היא מהצורה y = mx , להקפיד שהיא עוברת דרך הראשית.

או למשל, אם במערכת הצירים מסורטט גרף הפונקציה y = 3x , ורוצים לסרטט את גרף הפונקציה y = 4x , צריך להקפיד שהגרף החדש יהיה תלול יותר, כלומר, קרוב יותר לציר ה- y . וכדומה.

עמ' 34

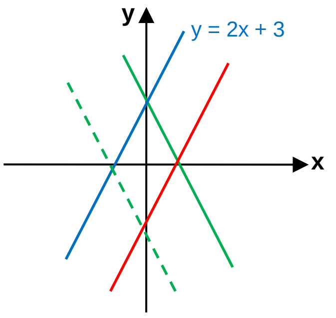
34. במערכת הצירים מסורטטים גרפים של שלוש פונקציות קוויות.
ליד הישר הכחול רשום הייצוג האלגברי של הפונקציה.

א. לאיזה משני הישרים, האדום או הירוק,
מתאים הייצוג האלגברי **y = –2x + 3** ? הסבירו. **ירוק**

ב. איזה מהייצוגים הבאים יכול להתאים לגרף האחר? הסבירו. **1**

1) y = 2x – 3 **2)** y = –2x – 3

ג. סרטטו מערכת צירים משלכם, העתיקו את הגרפים והוסיפו,
ביד חופשית, סרטוט של גרף הפונקציה השנייה.



מסורטט הגרף הירוק המקווקו.

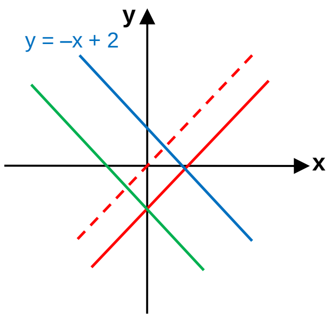
עמ' 35

35. במערכת הצירים מסורטטים גרפים של שלוש פונקציות קוויות.
ליד הישר הכחול רשום הייצוג האלגברי של הפונקציה.

א. לאיזה משני הישרים, האדום או הירוק,
מתאים הייצוג האלגברי **y = –x – 2** ? הסבירו. **ירוק**

ב. איזה מהייצוגים הבאים יכול להתאים לגרף האחר? **2**

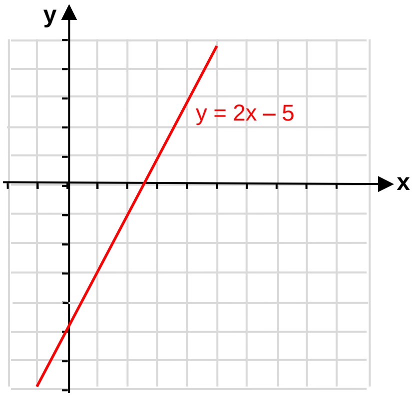
1) y = –x **2)** y = x – 2



חשוב לוודא שהתלמידים מבינים שהשיפוע של הפונקציה y = x – 2 הוא 1.
ניתן לבקש מהם לסרטט פונקציה נוספת שהשיפוע שלה הוא 1.
למשל הפונקציה y = x המודגמת באמצעות הקו האדום המקווקו.

עמ' 35

36. במערכת הצירים שלפניכם מסורטט
גרף הפונקציה **y = 2x – 5**.
תארו במילים כיצד ניתן לסרטט, מבלי לבנות טבלת ערכים,
את גרף הפונקציה **y = 2x**.



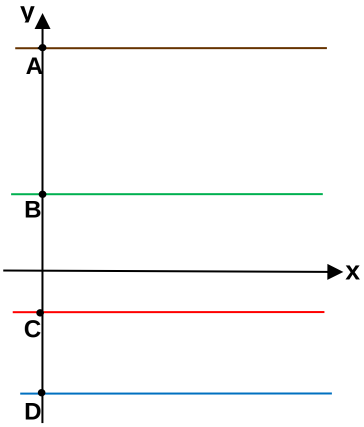
נסרטט ישר מקביל לישר המסורטט העובר דרך ראשית הצירים.

עמ' 35

37. **א.** לפניכם ארבעה גרפים של פונקציות קבועות,
והייצוגים האלגבריים של הפונקציות.
מצאו לכל ייצוג אלגברי את הגרף המתאים.

1) y = 20 **3)** y = 7

2) y = –4 **4)** y = –11



ב. כתבו את שיעורי הנקודות A , B , C , D.

ג. מה ערך ה- **m** וערך ה- **b** של כל אחת מהפונקציות.

א. 1 – חום, 2 – אדום , 3 – ירוק , 4 – כחול

ב. A (0 , 20) , B (0 , 7) , C (0 , –4) , D (0 , –11).

ג. הערך של m בכל הפונקציות הוא 0.
הערך של b : **1)** 20 **2)** –4 **3)** 7 **4)** –11.
בסרטוט מערכת הצירים אין קווי רשת; התשובות תתבססנה על העובדה שהישרים מקבילים,
וככל שערך ה- b גדול יותר, הקו גבוה יותר. ערכי b שליליים – הישרים עוברים מתחת לציר ה- x.

הדוגמה הפתורה מציגה פונקציה שלא נתונה בצורה מפורשת.
תחילה יש להביא את הפונקציה לצורה y = mx + b ולזהות את הפרמטרים m ו- b.

דוגמה: נתונה הפונקציה הקווית: **y = 0.5(x – 1) + 4x**
הציגו אותה בצורה: **y = mx + b**
וכתבו מה הערך של **m** ומה הערך של **b**.

א. נתון: y = 0.5(x – 1) + 4x

ב. נפתח סוגריים ונכנס איברים דומים. y = 0.5x – 0.5 + 4x

ג. נכתוב בצורה המבוקשת. y = 4.5x – 0.5

תשובה: **m = 4.5** , **b = –0.5**

עמ' 36

38. לפניכם ייצוגים אלגבריים של פונקציות קוויות. הציגו את הפונקציות בצורה $y = mx + b$.
כתבו מה הערך של **m** ומה הערך של **b**.

1) $y = 2x + 3(x-4)$	**4)** $y = \frac{x}{3} + 4 - 1\frac{1}{3}x$	**7)** $y = 3(x+2) - 2(x-1)$
2) $y - x = 5(x + \frac{1}{2})$	**5)** $y + \frac{x}{2} = 4$	**8)** $y + 2(x-1) = 2x + 1$
3) $y = 6 - 1\frac{1}{2}x$	**6)** $2x - 5 = 4x - y$	**9)** $y - 3x + 4 = 3(x+2)$

1) $-12 , 5$ **2)** $2\frac{1}{2} , 6$ **3)** $6 , -1\frac{1}{2}$ **4)** $4 , -1$ **5)** $4 , -\frac{1}{2}$ **6)** $5 , 2$ **7)** $8 , 1$ **8)** $0 , 3$ **9)** $2 , 6$

עמ' 36

39. נתונה הפונקציה $y = 3x + 7$.
בכל סעיף השלימו ערכים מתאימים לפונקציה $y = __x + __$ כך ש:
א. תתקבל פונקציה שהגרף שלה מקביל לגרף של הפונקציה הנתונה. **למשל,** $y = 3x + 9$
ב. תתקבל פונקציה שחותכת את ציר ה- y בנקודה בה חותכת הפונקציה הנתונה. **למשל,** $y = 2x + 7$

בכל סעיף יש תשובות אפשריות רבות.
בסעיף א ערך ה- m זהה. (המקדם של x זהה).
בסעיף ב ערך ה- b זהה, אין מגבלה על המקדם של x. m יכול להיות חיובי, שלילי, אפס.
אפשר לבקש מהתלמידים לתת מספר דוגמאות.

עמ' 36

40. נתונה הפונקציה $y = -2x + 3$.
בכל סעיף השלימו ערכים מתאימים לפונקציה $y = __x + __$ כך ש:
א. תתקבל פונקציה שהגרף שלה מקביל לגרף של הפונקציה הנתונה. **למשל,** $y = -2x + 5$
ב. תתקבל פונקציה שהגרף שלה מקביל לגרף של הפונקציה הנתונה, והיא חותכת את ציר ה- y בנקודה נמוכה יותר.
למשל, $y = -2x + 1$

בסעיף א ערך ה- m זהה.
בסעיף ב ערך ה- m זהה, וערך ה- b קטן מ- 3.

עמ' 36

41. נתונות שתי פונקציות קוויות $y_1 = x$, $y_2 = x + 3$.
א. מה הערך של **m** ומה הערך של **b** בכל אחת מהפונקציות? y_1: 1 , 0 y_2: 1 , 3

y = x	m = ?	b = ?
y = x + 3	m = ?	b = ?

ב. האם לישרים אותו שיפוע? מה השיפוע? הסבירו. **כן , 1**
ג. באיזו נקודה חותך כל אחד מהגרפים את ציר ה- **y** ? הסבירו. **(0 , 0) , (0 , 3)**
ד. תנו דוגמה לפונקציה מהצורה $y = mx + b$ שחותכת את ציר ה- **y** באותה נקודה שבה חותכת הפונקציה $y = x + 3$ את ציר ה- y.
ה. תנו דוגמה לפונקציה מהצורה $y = mx + b$ שמקבילה לפונקציות $y_1 = x$ ו- $y_2 = x + 3$ וחותכת את ציר ה- **y** בנקודה (0 , –4).

יש לוודא שהתלמידים מזהים את הערך של m. בייצוגים מהצורה $y = x + b$,($m = 1$) $y = –x + b$ ($m = –1$) יש לתלמידים מתקשים קושי לזהות את המקדם של x. כדאי לקשר ולהרחיב לאותו שיפוע של הפונקציה שעסקנו בה רבות $y = x$. רק נקודות החיתוך עם הצירים משתנות. אפשר לבקש מהתלמידים לסרטט פונקציה כגון $y = x + 5$.

ד. כל פונקציה קווית שיש לה אותו b. כדאי לבקש מהתלמידים לתת 3 דוגמאות. פונקציה עולה, פונקציה יורדת ופונקציה קבועה. למשל, $y = 5\frac{1}{3}x + 3$, $y = –7x + 3$, $y = 3$.

ה. השיפוע הוא אותו שיפוע $m = 1$, הפונקציה חותכת את ציר ה- y בערך $y = –4$, לכן הייצוג האלגברי של הפונקציה הוא: $y = x – 4$. במקרה זה יש רק תשובה אפשרית אחת.

עמ' 37

.42 בסרטוט יש שני זוגות של ישרים מקבילים.

לפניכם ייצוגים אלגבריים של שש פונקציות.

א. איזו מבין הפונקציות הבאות הייתם מצרפים לזוג הישרים הסגולים? הסבירו. 2

ב. איזו מבין הפונקציות הבאות הייתם מצרפים לזוג הישרים האדומים? הסבירו. 1 , 5

1) $y = –2x + 1$

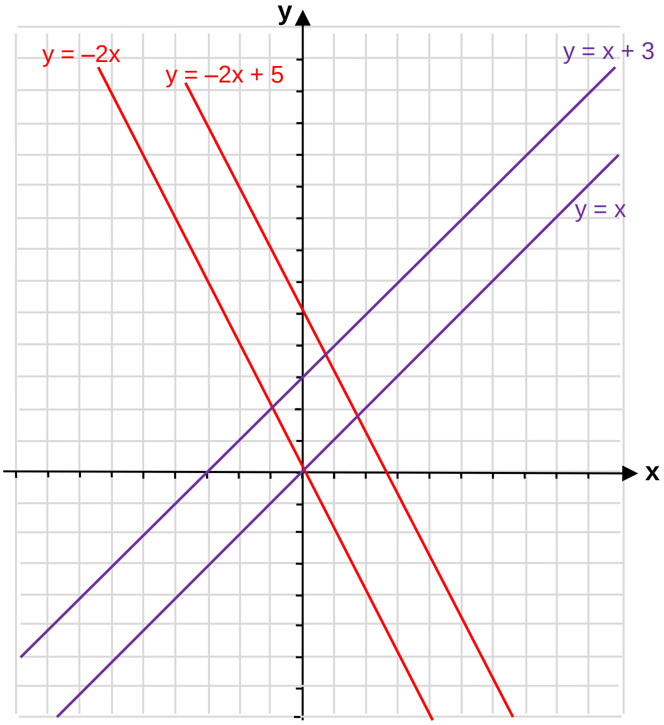
2) $y = x – 1$

3) $y = 2x + 3$

4) $y = 3x + 3$

5) $y = –2x + 3$

6) $y = 2x – 4$



הישרים הסגולים מקבילים. יש להם אותו מקדם $m = 1$. מתאים לצרף אליהם את פונקציה 2.
הישרים האדומים מקבילים. יש להם אותו מקדם $m = –2$. מתאים לצרף אליהם את פונקציות 1 , 5.

תרגילים 43 – 45 נועדו לתרגול נוסף ולביסוס.

עמ' 37

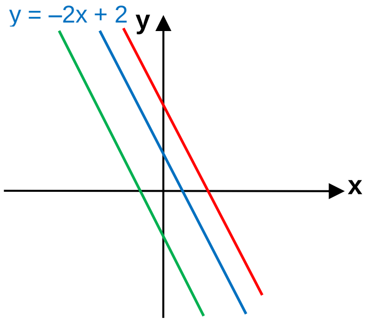
.43 במערכת הצירים מסורטטים גרפים של שלוש פונקציות קוויות.

הייצוג האלגברי של הישר הכחול הוא: **$y = –2x + 2$**

מצאו לכל אחת מהפונקציות הבאות את הישר המתאים (אדום או ירוק).

1) $y = –2x – 2$ **2)** $y = –2x + 5$

1) ירוק 2) אדום



עמ' 37

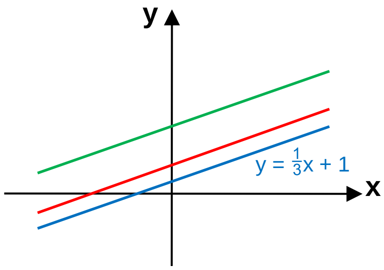
44. במערכת הצירים מסורטטים גרפים של שלוש פונקציות קוויות.

הייצוג האלגברי של הישר הכחול הוא: $\mathbf{y = \frac{1}{3}x + 1}$

מצאו לכל אחת מהפונקציות הבאות את הישר המתאים (אדום או ירוק).

1) $y = \frac{1}{3}x + 3$ **2)** $y = \frac{1}{3}x + 7$

1) אדום (2 ירוק



עמ' 38

45. **א.** התאימו לכל פונקציה מהשורה הראשונה פונקציה מהשורה השנייה, כך שהגרפים של שתי פונקציות יהיו ישרים מקבילים. 1 – ב , 2 – ד , 3 – א , 4 - ג

ב. מה השיפוע של כל זוג ישרים?

(1) $y = -\frac{1}{6}x - 4$	**(2)** $y = \frac{1}{6}x + 11$	**(3)** $y = -6x$	**(4)** $y = 6x + 4$
(א) $y = -6x + 11$	**(ב)** $y = -\frac{1}{6}x + 11$	**(ג)** $y = 6x + 11$	**(ד)** $y = \frac{1}{6}x + 4$

תרגילים נוספים

תרגילים 46 – 48 נועדו לתרגול נוסף ולביסוס.

עמ' 38

46. **א.** כתבו את הייצוג האלגברי של פונקציה קווית שבה $\mathbf{m = (-5)}$ ו- $\mathbf{b = 11}$. $y = -5x + 11$

ב. כתבו את השיפוע של הפונקציה, ואת הנקודה שבה גרף הפונקציה חותך את ציר ה- **y**. שיפוע (–5), (0,11)

ג. האם הפונקציה עולה, יורדת או קבועה? הפונקציה יורדת

עמ' 38

47. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה שהשיפוע שלה הוא 15,
ונקודת החיתוך שלה עם ציר ה- **y** היא (10 , 0). $y = 15x + 10$

מה הערך של **m** ?
מה הערך של **b** ?

עמ' 38

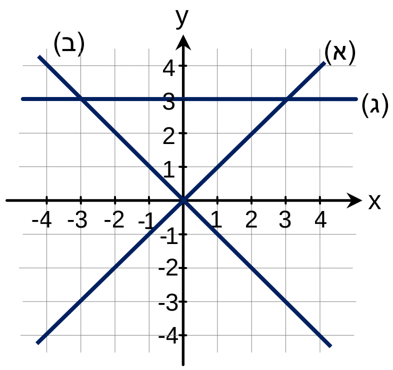
48. לפניכם גרפים של שלוש פונקציות קוויות, ושלושה ייצוגים אלגבריים.

1) $y = 3$ **2)** $y = x$ **3)** $y = -x$

א. מה הערך של **m** ומה הערך של **b** של כל אחת מהפונקציות?

ב. התאימו בין הגרפים לבין הייצוגים האלגבריים.

א. 1) 3 , 0 ; 2) 0 , 1 ; 3) 0 , 1- ב. 1 – ג , 2 – א , 3 – ב



עמ' 38

.49 **א.** כתבו ייצוגים אלגבריים של ארבע פונקציות קוויות בהן **b = 0**.

ב. סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של הפונקציות שכתבתם.

ג. במה דומים ובמה שונים הגרפים של הפונקציות?

כל הגרפים הם מהצורה $y = mx$. כולם עוברים דרך (0,0)

עמ' 38

.50 **א.** כתבו ייצוגים אלגבריים של ארבע פונקציות קוויות בהן **m = 0**.

ב. סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של הפונקציות שכתבתם.

ג. במה דומים ובמה שונים הגרפים של הפונקציות?

כל הגרפים הם מהצורה $y = b$. כולם מקבילים לציר ה- x.

עמ' 39

.51 מצאו שלשות של כרטיסיות המתארות את אותה הפונקציה.

(1) $m = 3$, $b = -2$

(2) $y = 3x - 2$

(3) $y = 2x + 4$

(4) השיפוע 2. נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא (0 , 4)

(5) $m = -3$, $b = 0$

(6)

x	y
–1	–5
0	–2
1	1
2	4

(7)

x	y
–1	2
0	4
1	6
2	8

(8)

x	y
–1	3
0	0
1	3
2	6

(9) $y = -3x$

.1 השיפוע 2. נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא (0 , 4) ; $y = 2x + 4$;

x	y
–1	2
0	4
1	6
2	8

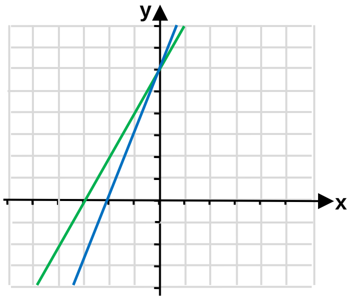
.2 $m = -3$, $b = 0$; $y = -3x$;

x	y
–1	3
0	0
1	3
2	6

.3 $m = 3$, $b = -2$; $y = 3x - 2$;

x	y
–1	–5
0	–2
1	1
2	4

עמ' 39 **52.** לפניכם גרפים של שתי פונקציות ושני ייצוגים אלגבריים.



כחול **1)** $y = 3x + 6$ **ירוק** **2)** $y = 2x + 6$

התאימו בין הגרפים לבין הייצוגים האלגבריים.

הגרף הכחול יותר תלול מהגרף הירוק ולכן השיפוע שלו גדול יותר.

הגרף הכחול מתאים לייצוג 1.

נימוק על פי החיתוך עם ציר ה- x יכול להיעשות על ידי הצבת ערך הנקודה

$x = –2$ הערך המתאים לגרף הכחול על סמך הסרטוט,

ו- $x = –3$ המתאים לגרף הירוק, בייצוגים האלגבריים של הפונקציות,

ובדיקה מתי מתקבל הערך $y = 0$.

דרך נוספת היא פתרון המשוואות $2x + 6 = 0$ ו- $3x + 6 = 0$, ובדיקת ערכי x מתאימים.

אפשר גם לנמק על ידי בניית מדרגות וחישוב השיפועים.

עמ' 39 **53.** כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה קבועה. מה הערך של **m** ומה הערך של **b** בפונקציה שכתבתם?

כל פונקציה מהצורה $y = b$. b יכול להיות חיובי או שלילי, שלם או שבר. עבור כל הפונקציות האלה $m = 0$.

למתקדמים ניתן לשאול האם הדוגמה $y = 0$ מתאימה? זוהי פונקציה קבועה המתלכדת עם ציר ה- x.

תרגילים 54 – 55 נועדו לתרגול נוסף ולביסוס.

עמ' 39 **54.** נתונה הפונקציה: **y = 3x +** . הצבע נשפך וכיסה את ערך ה- **b**.

א. הציעו ערך ל- **b** כך שגרף הפונקציה יחתוך את ציר ה- **y** מעל לציר ה- **x** (ערך y חיובי).

ב. הציעו ערך ל- **b** כך שגרף הפונקציה יחתוך את ציר ה- **y** מתחת לציר ה- **x** (ערך y שלילי).

ג. הציעו ערך ל- **b** כך שגרף הפונקציה יעבור דרך ראשית הצירים.

מומלץ לסכם:

עבור ערכים חיוביים של b גרף הפונקציה יחתוך את ציר ה- y מעל ציר ה- x.

עבור ערכים שליליים של b גרף הפונקציה יחתוך את ציר ה- y מתחת לציר ה- x.

עבור $b = 0$ גרף הפונקציה עובר דרך ראשית הצירים.

עמ' 39 **55.** לפניכם טבלאות ערכים חלקיות

של שתי פונקציות קוויות.

עבור כל אחת מהפונקציות:

א. מצאו את הערך של **m**.

ב. היכן בטבלה מסתתר הערך של **b** ?

ג. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה.

2) $y_2 = mx + b$

x	y
–2	5
–1	3
0	1
1	**–1**
2	**–3**

y = –2x + 1

1) $y_1 = mx + b$

x	y
–2	–15
–1	–9
0	**–3**
1	**3**
2	9

y = 6x – 3

ב. הכוונה לשורה שבה ערך ה- x הוא אפס. (מוקף בכחול). ערך ה- y במקרה זה הוא הערך של b.

56. עמ' 40

א. הגרף של פונקציה קווית עובר
דרך הנקודות (5 , 15) , (2 , 7).
האם הפונקציה עולה או יורדת? הסבירו

ב. הגרף של פונקציה קווית עובר
דרך הנקודות (5 , 17) , (2 , 6).
האם הפונקציה עולה או יורדת? הסבירו.

ג. איזה משני הגרפים תלול יותר? ב

מהתבוננות על שיעורי הנקודות ניתן לקבוע אם הפונקציה עולה או יורדת. אם בנקודה (5 , 15) שבה שיעור ה- x גדול משיעור ה- x בנקודה (2 , 7) וגם שיעור ה- y של הנקודה (5 , 15) גדול משיעור ה- y של הנקודה (2 , 7) הרי שהפונקציה עולה. אם כאשר שיעור ה- x יותר גדול, מתקיים ששיעור ה- y יותר קטן, המסקנה היא שהפונקציה יורדת.

דוגמה:

הגרף של פונקציה קווית עובר דרך הנקודות (1 , 7) , (5 , 3).

האם הפונקציה עולה או יורדת?

דני אומר

הפונקציה יורדת.

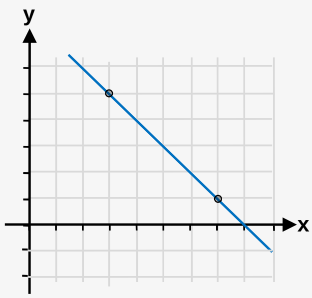
הערך של x גדל מ- 3 ל- 7.

הערך של y קטן מ- 5 ל- 1.

גרף הפונקציה הוא קו ישר.

לכן, כדי לקבוע אם הפונקציה עולה או יורדת אפשר להסתמך על הערכים של שתי נקודות.

הסבירו.



57. עמ' 40

א. הגרף של פונקציה קווית עובר דרך הנקודות (–2 , –1) , (–7 , 3).
האם הפונקציה עולה או יורדת?

ב. הגרף של פונקציה קווית עובר דרך הנקודות (9 , –1) , (10 , 3).
האם הפונקציה עולה או יורדת? הסבירו.

ג. איזה משני הגרפים תלול יותר? א

ההסבר כמו בתרגיל 56. ניתן גם לבדוק אם להפרש בין ערכי x ולהפרש בין ערכי y יש סימן זהה או שונה.
סימן זהה מראה שכאשר האחד גדל, גם ערכי המשתנה האחר גדלים.

58. עמ' 40

הגרף של פונקציה קווית א עובר דרך הנקודות (15 , 5) , (8 , 2).
הגרף של פונקציה קווית ב עובר דרך הנקודות (, 5) , (4 , 2).
השלימו ערך y מתאים עבור כך שגרף הפונקציה ב יהיה תלול יותר מגרף הפונקציה א.

השיפוע של הפונקציה הוא השינוי בערכי y חלקי השינוי בערכי x. $\frac{15-8}{5-2}=\frac{7}{3}$

לכן השיפוע בערכי y של פונקציה ב צריך להיות גדול יותר. מכיוון שההפרש בערכי x הוא אותו הפרש, אז ההפרש בערכי y צריך להיות גדול מ- 7. כלומר כל מספר גדול מ- 11 מתאים.
לדוגמה (5 , 12) , (5 , 17.3) , (5 , 100) , וכדומה.

59. עמ' 40

איזה מהישרים הבאים מקביל לישר העובר דרך הנקודות (5 , 12) , (3 , 8) ? 3

1) $y = 2x + 7$ **2)** $y = –2x + 7$ **3)** $y = \frac{1}{2}x + 7$ **4)** $y = –\frac{1}{2}x + 7$

נחשב את השיפוע של הקו המחבר את שתי הנקודות. השיפוע הוא $\frac{1}{2}$. הישר 3 מקביל לישר העובר דרך הנקודות הנתונות.

דוגמאות פתורות – עמוד 41

דוגמאות לנקודות הנמצאות על הגרף:

למציאת נקודה הנמצאת על הגרף ניתן לבחור ערך כלשהו של x ולחשב את ערך ה- y המתאים. או לבחור ערך כלשהו עבור y, לפתור משוואה ולמצוא את ערך ה- x המתאים.

דוגמאות לנקודות שלא נמצאות על הגרף:

ניתן להיעזר בנקודות שנמצאות על הגרף ולשנות את ערך ה- y.
לדוגמה, אם הנקודה (9 , 41) נמצאת על גרף הפונקציה y = 5x – 4
אז הנקודות (9 , 50) , (9 , 10) , (9 , 0) , (9 , –3) לא נמצאות על הגרף.
כדאי לשאול את התלמידים כיצד ניתן להיות בטוחים שהנקודות לא נמצאות על הגרף. למשל, להשתמש בהגדרת הפונקציה. לא ייתכן שלערך כלשהו של x יתאים יותר מערך אחד של y.
אפשרות אחרת היא כמובן להציב בייצוג האלגברי של הפונקציה.
בהתאם לכיתה ניתן להרחיב את הדיון ולשאול האם ניתן היה לשמור על ערך של y ולשנות את ערך ה- x ?
למשל, (5 , 41) , (0 , 41) וכו'. במקרה זה אכן היו מתקבלות נקודות שלא נמצאות על הגרף.
נשאל, האם תוכלו לתת דוגמה לפונקציה שבה לערכים שונים של x מתאים אותו ערך של y ? תשובה: כל פונקציה קבועה.

דוגמה:

הייצוג האלגברי של
פונקציה קווית הוא: **y = 5x – 4**

נקודות הנמצאות על גרף הפונקציה

א. הפונקציה מוגדרת עבור כל ערך של x.

נבחר ערך עבור **x**.
נבחר x שווה ל- 9, x = 9
נחשב את הערך של **y**. y = 5·9 – 4
y = 41

הנקודה **(9 , 41)** נמצאת על גרף הפונקציה.

האם ניתן לבחור ערך כלשהו עבור y ולמצוא את ערך ה- x המתאים?

ב. **נבחר** ערך עבור **y**.
נבחר y שווה ל- 31, y = 31
נחשב את הערך של **x**. 31 = 5x – 4
x = 7

הנקודה **(7 , 31)** נמצאת על גרף הפונקציה.

תרגילים

עמ' 41

60. הייצוג האלגברי של פונקציה קווית הוא:
y = 2x – 3.

א. תנו דוגמה לנקודה הנמצאת על גרף הפונקציה.
למשל (10 , 17) , (0 , –3)

ב. תנו דוגמה לנקודה שלא נמצאת על גרף הפונקציה.
למשל (10 , 25) , (0 , 5)

עמ' 41

61. הייצוג האלגברי של פונקציה קווית הוא:
y = –3x + 5.

א. מהם שיעורי הנקודה הנמצאת על גרף הפונקציה ושיעור ה- **x** שלה הוא 8 ? **(8 , –19)**

ב. מהם שיעורי הנקודה הנמצאת על גרף הפונקציה ושיעור ה- **y** שלה הוא 8 ? **(–1 , 8)**

דוגמה:

הייצוג האלגברי של
פונקציה קווית הוא: **y = 5x – 4**

נקודות שלא נמצאות על גרף הפונקציה.

הנקודה (9 , 41) נמצאת על גרף הפונקציה.

1) ניתן מיד לדעת שהנקודה (9 , 30) לא נמצאת על גרף הפונקציה. הסבירו.

2) האם הנקודה (9 , 48) נמצאת על גרף הפונקציה?

עמ' 41

62. הייצוג האלגברי של פונקציה קווית הוא:

$$y = \frac{1}{2}x + 5$$

א. תנו דוגמה לנקודה הנמצאת על גרף הפונקציה. **למשל, (0 , 5)**

ב. תנו דוגמה לנקודה שלא נמצאת על גרף הפונקציה. **למשל (0 , 10)**

ג. מהם שיעורי הנקודה הנמצאת על גרף הפונקציה ושיעור ה- **x** שלה הוא (4–) ? **(3 , 4–)**

ד. מהם שיעורי הנקודה הנמצאת על גרף הפונקציה ושיעור ה- **y** שלה הוא (4–) ? **(4– , 18–)**

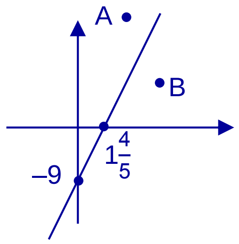
בתרגילים 60 – 62 מתרגלים את הייצוג האלגברי של פונקציות קוויות. תרגילים בהם התלמיד מתבקש לתת דוגמאות מבססות את ההבנה של המושגים נקודות שנמצאות על גרף הפונקציה ונקודות שאינן נמצאות על גרף הפונקציה.
כמו כן מתרגלים מציאת ערך ה- y כאשר נתון ערך ה- x, ומציאת ערך ה- x כאשר נתון ערך ה- y.
כדאי לבקש מהתלמידים לתת דוגמאות לנקודות שנמצאות על הגרף ומונחות על הצירים.

תרגיל 63 נועד למתקדמים.

עמ' 41

63. הייצוג האלגברי של פונקציה קווית הוא:

$$y = 5x - 9$$



א. תנו דוגמה לנקודה הנמצאת מעל לגרף הפונקציה.

ב. תנו דוגמה לנקודה הנמצאת מעל לגרף הפונקציה ושיעור ה- **x** שלה הוא 1.

ג. תנו דוגמה לנקודה הנמצאת מתחת לגרף הפונקציה.

התלמידים לא למדו עדיין פתרון אי שוויונות. הפרק נלמד בהמשך החל מעמוד 68. עם זאת, יש בידיהם כלים אלטרנטיביים לענות על השאלות. יש לאפשר להם לענות בדרכים משלהם (למשל, סרטוט הישר ובחירת נקודות מתאימות, הפעלת שיקולים של תובנה מספרית).

א. בסיום כדאי להכליל: מציאת נקודה הנמצאת מעל גרף הפונקציה פרושה מציאת נקודה שעבור בחירה כלשהי של שיעור x נתון, שיעור ה- y שלה יהיה גדול משיעור ה- y של הנקודה הנמצאת על גרף הפונקציה כלומר, בחירת x ו- y כך שערך הביטוי 5x – 9 יהיה גדול משיעור ה- y שנבחר.
ניתן למשל לבחור זוגות מספרים מהצורה (x , 5x – 7) למשל, (1 , –2) , (2 , 3) , (0 , –7).
ניתן לבחור עבור y כל ביטוי אחר שערכו בוודאות גדול מערך הביטוי 5x – 9.

ב. נציב 1 בביטוי 5x – 9 ערך ה- y במקרה זה הוא –4 . כל זוג (1 , y) שערך ה- y שלו גדול מ- –4 מקיים את התנאי.

ג. ניתן למשל לבחור זוגות מספרים מהצורה (x , 5x – 20) למשל, (1 , –15) , (2 , –10) , (0 , –20).
ניתן לבחור עבור y כל ביטוי אחר שערכו בוודאות קטן מערך הביטוי 5x – 9.

כדאי להוסיף סקיצה של גרף הפונקציה ולהדגיש. למשל, נקודה A שנמצאת מעל הגרף ונקודה B שנמצאת מתחת לגרף.

עמ' 42

64. ידוע ששיפוע הגרף של הפונקציה הקווית המיוצגת בטבלת הערכים הוא 3.

א. השלימו את הטבלה.

ב. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה. $y = 3x + 4$

ג. באיזו נקודה חותך גרף הפונקציה את ציר ה- **y** ? (0 , 4)

ד.

ההפרש בערכי x הוא 2.
מה יהיה ההפרש בערכי y ?

$y = mx$

x	y
–2	–2
0	4
2	10
4	16

(+2 בכל שורה בעמודת x; ‎+6 בכל שורה בעמודת y)

המנה בין השינוי בערכי y לשינוי בערכי x היא 3. אם x גדל ב- 2, y גדל פי 3, כלומר גדל ב- 6 (3·2).
יש להדגיש שהשינוי בערכי x הוא 2 ולא 1, ולכן השינוי בערכי y הוא 6 ולא 3.

בתרגיל 8 עמוד 19 עברנו מטבלה לכתיבת פונקציה מהצורה y = mx. בסעיף ב מצאנו את הערך של b.
אין הכוונה לאלגוריתם של מציאת משוואה של הישר. נושא זה יילמד בהמשך מעמוד 57, הכוונה שהתלמידים יפתרו את השאלה תוך שימוש בנתונים שבטבלה. ערך ה- m נתון בשאלה. את ערך ה- b ניתן ללמוד מתוך הטבלה.

כדאי להדגיש במלואה את כתיבת הייצוג האלגברי.
לשאלה היכן מסתתר הערך של b בטבלה, הכוונה לשורה שבה ערך ה- x הוא אפס.

עמ' 42

65. ידוע ששיפוע הגרף של הפונקציה הקווית המיוצגת בטבלת הערכים הוא 2.

א. מה הערך של m ? 2

ב. היעזרו בערך של m והשלימו את הטבלה.

ג. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה. $y = 2x$

ד. מה הערך של b?

מה הערך של b ?

$b = 0$

$y = mx$

x	y
4	8
5	10
6	12
7	14

(+1 בכל שורה בעמודת x; ‎+2 בכל שורה בעמודת y)

תרגיל 66 נועד לתרגול נוסף ולביסוס.

עמ' 42

66. לפניכם טבלת ערכים חלקית של פונקציה קווית.

א. חשבו את הערך של **m**. **m = 3**

ב. היכן בטבלה מסתתר הערך של **b** ? **מוקף בכחול**

ג. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה. $y = 3x + 1$

$y = mx + b$

x	y
–1	–2
0	1
1	4
2	7

(+1 בכל שורה בעמודת x; ‎+3 בכל שורה בעמודת y; השורה 0, 1 מוקפת)

מציאת הייצוג האלגברי מבוסס על סעיפים א, ב. בסעיף א מצאו את השיפוע.
בסעיף ב מצאו את ערכו של b על פי הטבלה – בשורה המתייחסת לערך x = 0.

עמ' 42

.67 **א.** כתבו כזוג סדור נקודה כלשהי הנמצאת על ציר ה- y.

ב. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה קווית, שהגרף שלה עובר דרך הנקודה שבחרתם, **והשיפוע שלה 4.**

ג. כתבו ייצוג אלגברי של פונקציה **קבועה** שהגרף שלה עובר דרך הנקודה שבחרתם.

ד. האם יש עוד פונקציה קבועה שהגרף שלה עובר דרך אותה הנקודה?

א. יש לעודד את התלמידים להציע גם דוגמאות הכוללות מספרים שליליים או שברים.
למשל, $(0 , 7)$, $(0 , 2\frac{1}{4})$, $(0 , –5)$.

ב. בהתאם לנקודות שבחרנו: $y = 4x + 7$, $y = 4x + 2\frac{1}{4}$, $y = 4x – 5$.

ג. בהתאם לנקודות שבחרנו: $y = 7$, $y = 2\frac{1}{4}$, $y = – 5$.

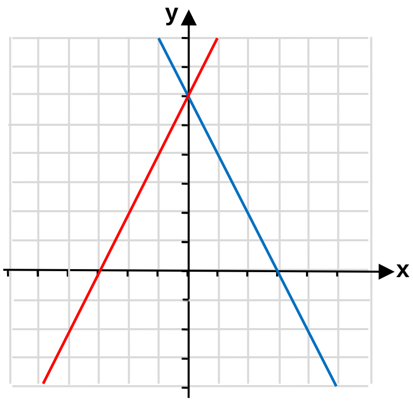
ד. לא קיימת פונקציה קבועה נוספת שעוברת דרך אותה נקודה על ציר ה- y. לא ייתכן שני ישרים המקבילים לציר ה- x העוברים דרך אותה נקודה.

בהתאם לכיתה ולמידת העניין ניתן לשאול: דני בחר את הנקודה $(0 , 0)$. האם הנקודה מתאימה לתנאי הנדרש בסעיף א?
האם הנקודה נמצאת על ציר ה- y ? מה תהיינה תשובותיכם לסעיפים ב ו- ג במקרה זה? מה המשמעות? בסעיף ב תתקבל במקרה זה הפונקציה $y = 4x$ שהשיפוע שלה הוא 4 והיא עוברת דרך הנקודה $(0 , 0)$ הנמצאת על ציר ה- y.
בסעיף ג תתקבל הפונקציה הקבועה $y = 0$. הגרף של פונקציה זו מתלכד עם ציר ה- x.

עמ' 42

.68 לפניכם גרפים של שתי פונקציות ושני ייצוגים אלגבריים.

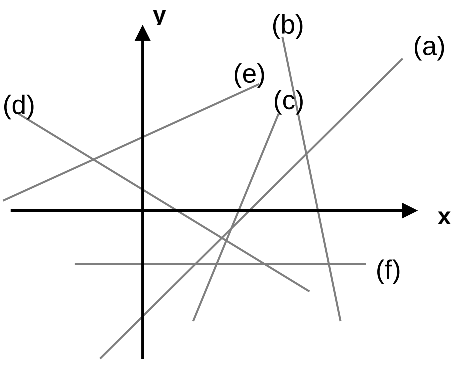
1) $y = 2x + 6$ **2)** $y = –2x + 6$



א. התאימו בין הגרפים לבין הייצוגים האלגבריים. **1 – אדום , 2 - כחול**

ב. חשבו את שטח המשולש הכלוא בין הגרפים לציר ה- **x**. **18**

כדאי לסמן את המשולש המבוקש.
חשוב להמליל את דרך חישוב השטח: אורך הבסיס הוא ההפרש בין שני ערכי x של נקודות החיתוך עם ציר ה- x : $3 – (–3) = 6$.
אורך הגובה הוא ערך ה- y של הקדקוד – נקודת החיתוך עם ציר ה- y.
אורך הגובה 6 יחידות אורך. לכן השטח הוא 18 יחידות שטח.
אפשרויות נוספות: ניתן, למשל, למצוא שטח של אחד מהמשולשים ישרי הזווית ולכפול ב- 2. (המשולשים חופפים).
(אם כאשר מתבוננים במשולש יש רושם שהתשובה 18 נראית גדולה מדי / קטנה מדי, ניתן לספור משבצות).



תרגילים 69 – 72 הם תרגילים למתקדמים.

עמ' 43 **.69** השיפוע של כל אחת משש הפונקציות שבסרטוט
הוא מספר מהרשימה הבאה:

–0.4 , 1 , 0.7 , –6 , 3 , 0

התאימו את שם הישר לשיפוע.

1 – a , (–6) – b , 3 – c , (–0.4) – d , 0.7 – e , 0 – f

ההתאמה נעשית על סמך התבוננות בגרפים והשוואת מידת התלילות.
תחילה נבדיל בין הפונקציות היורדות d , b שהשיפוע שלהן שלילי, לבין הפונקציות העולות a , c , e . ניתן לראות ש- c תלולה ביותר ולכן השיפוע שלה הוא הגדול ביותר. e – מתונה ביותר ולכן השיפוע שלה הנמוך ביותר מבין השלושה.

עמ' 43 **.70** השיפוע של גרף פונקציה קווית **y**, הוא 4. כמו כן ידוע שערך ה- **y** עבור **x = 5**, הוא 9.

א. מה הייצוג האלגברי של הפונקציה? y = 4x – 11

ב. מה הערך של הפונקציה עבור x = 6 ? 13

ג. מה הערך של הפונקציה עבור x = 8 ? 21

א. התנסות במציאת הייצוג האלגברי לפני הלימוד השיטתי של האלגוריתם. חשיפה לשאלות מסוג זה לפני לימוד האלגוריתם מזמנת פתרון של התרגילים בדרכים אינטואיטיביות משמעותיות לתלמידים ומחזקת את ההבנה.
ניתן לפתור את השאלה על ידי סרטוט הפונקציה. סימון הנקודה (9 , 5), סרטוט מדרגה למשל ברוחב 1 יחידה – מדרגה שגובהה 3 יחידות (השיפוע נתון בשאלה). העברת הקו ובדיקה באיזו נקודה הישר חותך את ציר ה- y. על ידי כך לחשוף את ערך ה- b.
ניתן למצוא את b תוך שימוש בקצב ההשתנות של הפונקציה.
לחפש את ערך ה- y עבור x = 0. כמודגם בטבלה.

x	y
5	9
0	?

–5 , –20

ניתן כמובן לומר הפונקציה היא מהצורה y = 4x + b. נציב את הערכים הנתונים של x ונמצא את הערך של b – אלגוריתם זה יילמד בהמשך בעמוד 55.
תשובה: y = 4x – 11.

ב + ג. נציב בביטוי האלגברי שמצאנו בסעיף א ונחשב.

עמ' 43 **.71** ידוע ששיפוע הגרף של פונקציה קווית הוא 4.
השלימו את הטבלה.

x	y
1	–5
3	3
5	11
7	19

במקרה זה נדרשת השלמת הערכים של x.
התלמידים יפתרו בדרכים משלהם. אסטרטגיית פתרון לדוגמה:
ידוע שהשיפוע הוא 4. בטבלה נתון השינוי בערכי y. שינוי זה הוא 8.
(8 גדול פי 2 מ- 4) כלומר השינוי בערכי y הוא פי 2 יותר גדול מקצב ההשתנות.
המסקנה היא שערכי x משתנים ב- 2 (פי 2 יותר משינוי ביחידה אחת).
כאשר למדנו על השיפוע, צויין כי במקרה שבו השינוי בערכי x הוא ביחידה אחת, השינוי בערכי y שווה בדיוק לשיפוע.

x	y
1	–5
?	3
?	11
?	19

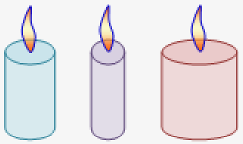
+2 , +2 , +2 ; +8 , +8 , +8

דוגמה:

מיכל הדליקה בו זמנית שלושה נרות. כל שלושת הנרות בצורת גליל, לכולם גובה אחיד, אבל עובי שונה.

הפונקציות הבאות מתארות את הקשר בין גובה הנר בס"מ (**y**) לזמן הבעירה בדקות (**x**):

$y_1 = -\frac{1}{2}x + 12$, $y_2 = -x + 12$, $y_3 = -2x + 12$



א. מצאו לכל נר את הפונקציה המתאימה. הסבירו.

ב. מה משמעות המספר 12 בייצוגים האלגבריים?

ג. מה משמעות המקדם של **x** ?

תשובות:

ב. המספר 12 הוא הגובה ההתחלתי של הנרות.

ג. המקדם של **x** הוא ההשתנות בגובה הנר ביחידת זמן.

לדוגמה, הייצוג $y_3 = -2x + 12$ פירושו בכל דקה הנר המתאים מתקצר ב- 2 ס"מ.

עמ' 44

72. דני גר במרחק של 2 ק"מ ממרכז העיר. יונתן גר במרחק של 3 ק"מ ממרכז העיר.
הם יצאו מביתם באותה שעה, לרכיבה על אופניים.
שניהם התרחקו ממרכז העיר.
כל אחד מהם עובר בכל שעת רכיבה 16 ק"מ.

א. השלימו את טבלאות הערכים. סרטטו באותה מערכת צירים גרפים מתאימים.

ב. עבור כל אחד מהנערים, כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה **y** המתארת את המרחק שלו ממרכז העיר כפונקציה של מספר שעות הרכיבה **x**.

ג. **1)** כיצד באה לידי ביטוי העובדה שדני ויונתן התחילו את הרכיבה במרחקים שונים ממרכז העיר:
א. בטבלה? **ב.** בייצוג האלגברי?

2) כיצד באה לידי ביטוי העובדה שהם רכבו במהירות שווה:
א. בגרף? **ב.** בייצוג האלגברי?

דני

y – המרחק ממרכז	x – מספר שעות
2	0
18	1
34	2
50	3

יונתן

y – המרחק ממרכז	x – מספר שעות
3	0
19	1
35	2
51	3

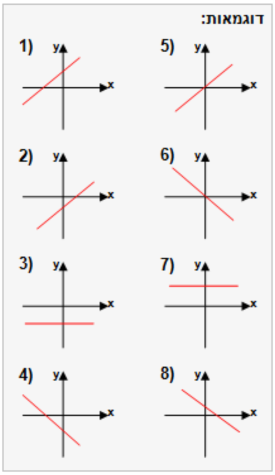
א. דני: $y = 16x + 2$, יונתן $y = 16x + 3$.

ב. הפונקציות קוויות. הן מהצורה $y = mx + b$.

ג. 1) ערך ה- b שונה. ה- b מיצג את המרחק שלהם ממרכז העיר כעבור 0 שעות של רכיבה.
כלומר את מרחק הבית ממרכז העיר. בטבלה ניתן היה לראות זאת אילו היינו מוסיפים בראש הטבלה את השורה המתייחסת לזוג (0 , b). בגרף ניתן לראות זאת בנקודת החיתוך עם ציר ה- y.

2) השיפוע מלמד על קצב ההשתנות. השיפוע מלמד על מהירות הנסיעה – כמה ק"מ עוברים בכל יחידת זמן.
השיפוע השווה בא לידי ביטוי בשתי הטבלאות בבדיקת השינוי בערכי y – שינוי של 16 יחידות ב- y על כל שינוי ביחידה אחת בערך של x. בגרף רואים זאת כי מתקבלים שני ישרים מקבילים.

קו ישר המסורטט במערכת צירים עובר
בשני רביעים או בשלושה רביעים.
בדוגמאות משמאל סרטוטים של שמונת המצבים האפשריים.



עמ' 44

73. היעזרו בסרטוטים שמשמאל וענו:

א. בכמה רביעים עובר הישר $y = 2x$? באילו רביעים? **2: ראשון ושלישי**

ב. בכמה רביעים עובר הישר $y = 2x + 3$? באילו רביעים? **3: ראשון, שני, שלישי**

ג. בכמה רביעים עובר הישר $y = 2x - 4$? באילו רביעים? **3: ראשון, שלישי, רביעי**

עמ' 44

74. היעזרו בסרטוטים שמשמאל וענו:

א. בכמה רביעים עובר הישר $y = -4x$? באילו רביעים? **2: שני ורביעי**

ב. בכמה רביעים עובר הישר $y = -4x + \frac{1}{2}$? באילו רביעים? **3: ראשון, שני, רביעי**

ג. בכמה רביעים עובר הישר $y = -4x - 10$? באילו רביעים? **3: שני, שלישי, רביעי**

בשאלות 73 ו- 74 יש התייחסות לאפיון נוסף של גרפים של פונקציות קוויות. גרף של פונקציה קווית עובר בשניים או בשלושה רביעים. הפרמטרים m ו- b קובעים בכמה רביעים יעבור גרף הפונקציה ובאילו רביעים יעבור הגרף.
הגרפים בדוגמה שעל הרקע האפור מדגימים את כל שמונה המצבים האפשריים. מומלץ לערוך דיון ולהכליל את המאפיינים של כל אחת מ- 8 האפשרויות. למשל, כאשר b הוא אפס – הישרים עוברים דרך הראשית – עוברים רק בשני רביעים. שני הרביעים נקבעים לפי הסימן של m. פונקציה קבועה, $m = 0$, הגרפים עוברים דרך שני רביעים. הסימן של b קובע אילו שני רביעים. כאשר גם $m \neq 0$ וגם $b \neq 0$, הישרים עוברים דרך 3 רביעים. הסימנים של m ו- b קובעים באילו רביעים.
מומלץ לבקש מהתלמידים לנסות לענות על השאלה מבלי לסרטט את הפונקציה אלא על סמך המקדמים בלבד.

על-פי שיקול דעת המורה יוחלט אם לעסוק בהיבט זה בשלב הזה, אם לדחות למועד מאוחר יותר, או לדלג.

עוד על הפונקציה $y = mx + b$ עמוד 45

פעילות 11 – נקודת החיתוך עם ציר ה- x עמוד 45

אפיון הפעילות: אסטרטגיה למציאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x על-פי הייצוג האלגברי של הפונקציה.

תרגילים מתאימים: תרגילים החל מתרגיל 75. עמוד 46.

נקודות חיתוך של פונקציה עם ציר ה- x נקראות גם נקודות האפס של הפונקציה. אלו אותן נקודות בהן הפונקציה מקבלת את הערך 0. לפונקציה קווית יש בדרך כלל נקודת חיתוך אחת. יש שני מצבים נוספים אפשריים מקרה שבו לפונקציה הקווית אין כלל נקודת חיתוך עם ציר ה- x, ומקרה שבו כל נקודות הפונקציה מתלכדות עם ציר ה- x. מיון זה מהווה תשתית לפרק ההרחבה העוסק בקשר שבין פונקציה קווית למשוואה ממעלה ראשונה. פרק שבו נעסוק גם במשוואות מיוחדות שאין להן פתרון או שכל מספר הוא פתרון שלהן. פרק זה נלמד לאחר הוראת הפרק משוואות. בנוסף, מציאת נקודות החיתוך של הפונקציה הקווית עם ציר ה- x תשמש אותנו בפתרון אי-שוויונות קוויים ובקביעת תחומי חיוביות ושליליות של הפונקציה.

פעילות 11 – נקודת החיתוך עם ציר ה- x

נתונות שלוש פונקציות קוויות: $y_3 = -3x + 9$, $y_2 = -4x - 4$, $y_1 = 2x + 8$

מה נקודת החיתוך של כל אחת משלוש הפונקציות עם ציר ה- x ?

א. רענן אומר

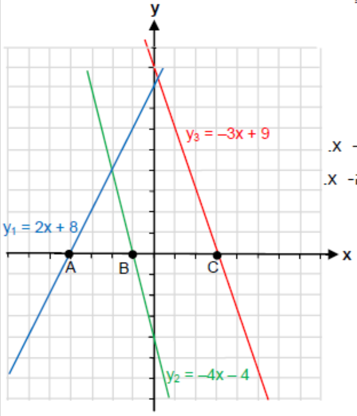
נסרטט את הגרפים של הפונקציות.

בגרפים קל לראות את נקודות החיתוך עם ציר ה- x.

$A(-4, 0)$ היא נקודת החיתוך של $y_1 = 2x + 8$ עם ציר ה- x.

$B(-1, 0)$ היא נקודת החיתוך של $y_2 = -4x - 4$ עם ציר ה- x.

מה שיעור ה- x של הנקודה C ?



ב. נפתלי אומר

אין צורך לסרטט את גרף הפונקציה.

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x השיעור של y הוא 0.

נציב בייצוג האלגברי של הפונקציה **0** במקום **y**,

ונחשב את ערכו של x.

$y_3 = -3x + 9$	$y_2 = -4x - 4$	$y_1 = 2x + 8$
$0 = -3x + 9$	$0 = -4x - 4$	$0 = 2x + 8$
$x = 3$	$x = -1$	$x = -4$
C (3 , 0)	**B (–1 , 0)**	**A (–4 , 0)**

נקודת החיתוך עם ציר ה- x

- הגרף של הפונקציה חותך את ציר ה- **x** בנקודה ששיעור ה- **y** שלה הוא **0**.
- מוצאים את נקודת החיתוך על ידי הצבת **$y = 0$** בייצוג האלגברי של הפונקציה, ופתרון המשוואה המתקבלת.

מהי נקודת החיתוך עם ציר ה- **x**, של פונקציה קווית קבועה?

נתונות שתי הפונקציות הקוויות: $y_1 = -3x + 12$, $y_2 = x - 4$

נועה אומרת

לשתי הפונקציות אותה נקודת חיתוך עם ציר ה- x.

האם נועה צודקת? בדקו.

תרגול נוסף לפרק
תרגילים 83 – 59
עמודים 48 – 51

נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x מתקבלת כאשר מציבים בייצוג האלגברי של הפונקציה במקום y את הערך 0. לאחר הצגת הדוגמאות המופיעות בפעילות, יש לסכם כמודגם על הרקע הצהוב.

שאלה לדיון על רקע תכלת: לפונקציה קווית קבועה אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x פרט לפונקציה הקבועה 0 שכל הנקודות של הגרף שלה הן נקודות חיתוך עם ציר ה- x.

יש לבקש מהתלמידים להסביר מדוע אין במקרה זה נקודות חיתוך. המשמעות של פונקציה קבועה $y = b$ היא שעבור כל ערך של x, הערך המתאים של y הוא b. כלומר, לא ייתכן שקיים ערך של x שעבורו $y \neq b$.

תרגילים

עמ' 46

75. בכל סעיף, מצאו את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- **x**.

1) $y = -3x + 12$ **3)** $y = \frac{1}{2}x + 4$ **5)** $y = \frac{2}{3}x + 6$

2) $y = \frac{1}{2}x - 4$ **4)** $y = -x - 3$ **6)** $y = 4x - 1$

1) (4 , 0)   2) (8 , 0)   3) (–8 , 0)   4) (–3 , 0)   5) (–9 , 0)   6) ($\frac{1}{4}$, 0)

עמ' 46

76. מהן נקודת החיתוך עם הצירים של כל אחת מהפונקציות הבאות.

1) $y = -3x + 6$ **2)** $y = -6x - 12$ **3)** $y = \frac{1}{2}x + 8$

1) (0 , 6) , (2 , 0)   2) (0 , –12) , (–2 , 0)   3) (0 , 8) , (–16 , 0)

עמ' 46

77. נתונה הפונקציה: **y = 3x +** . הערך של **b** מכוסה.

א. הציעו ערך ל- **b** כך שגרף הפונקציה יחתוך את ציר ה- **x** מימין לציר ה- **y** (ערך x חיובי).

ב. הציעו ערך ל- **b** כך שגרף הפונקציה יחתוך את ציר ה- **x** משמאל לציר ה- **y** (ערך x שלילי).

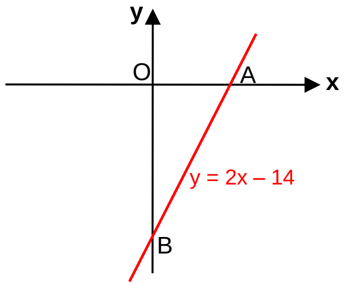
ג. הציעו ערך ל- **b** כך שגרף הפונקציה יעבור דרך ראשית הצירים.

יש לעודד את התלמידים לתת יותר מתשובה אפשרית אחת. נשאל כמה תשובות אפשריות יש (בסעיפים א, ב יש אינסוף אפשרויות. בסעיף ג יש אפשרות אחת בלבד). בהתאם לכיתה ולמידת העניין אפשר להוסיף תנאים כמו למשל, הציעו b כך שהערך של x בנקודת החיתוך יהיה מספר שלם, מספר קטן מ- 1, מספר גדול מ- 40, וכדומה. ניתן למשל לסרטט גרפים שונים שעונים על הדרישה. להתחיל מהישר $y = 3x$ כ"עוגן" ולסרטט ישרים מקבילים מימינו ומשמאלו. לראות מה ערך ה- b שמתאים לתנאים, ולהכליל. למשל, בסעיף א הסרטוטים יובילו למסקנה ש- b חיובי.

תרגיל זו דומה במבנה שלו לתרגיל 54. בתרגיל 54 ההתייחסות הייתה למצב של נקודת החיתוך עם ציר ה- y ביחס לציר ה- x. בשאלה זו יש התייחסות לנקודת החיתוך עם ציר ה- x ביחס לציר ה- y.

עמ' 46

78. לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה **y = 2x – 14**.



חשבו את השטח של משולש OAB. **49 יחידות שטח**

משולש ישר זווית שקדקודיו הם נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.

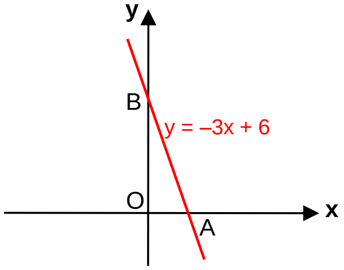
שיעורי נקודות החיתוך הן אורך הניצבים. נקודות החיתוך הן (0, 14) , (7 , 0).

אורך הניצב OB 14 יחידות – ההפרש בין הערך של b (ערך ה- y בנקודת החיתוך עם ציר ה- y) לראשית הצירים. אורך הניצב OA 7 יחידות – ההפרש בין הערך של x בנקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- x לבין ראשית הצירים.

השטח 49 יחידות ריבועיות. $(7 \cdot 14) : 2 = 49$

עמ' 46

79. לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה **y = –3x + 6**.



חשבו את השטח של משולש OAB. **6 יחידות שטח**

נקודות החיתוך עם הצירים הן: A (2 , 0) , B (0 , 6).

כלומר, אורך הקטע OA הוא 2 יחידות אורך, ואורך הקטע OB הוא 6 יחידות אורך.

שטח המשולש הוא מחצית מכפלת הניצבים. $(2 \cdot 6) : 2 = 6$

עמ' 47

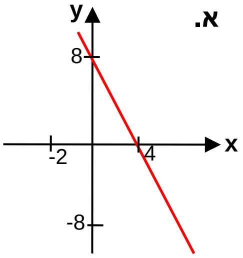
.80 נתונים גרפים של 4 פונקציות קוויות מהצורה: **8** **4x** **= y.**

המקדם של x מכוסה בכתום.

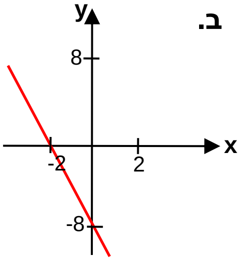
פעולת החשבון שלפני המספר 8 מכוסה בכחול.

בכל סעיף, השלימו, לפי התרשים של גרף הפונקציה, את המקדם המתאים ואת הפעולה המתאימה.

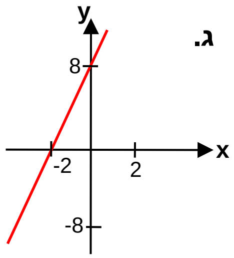
א.



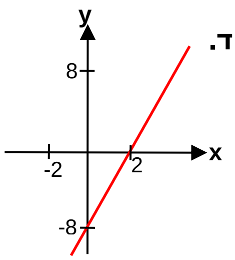
ב.



ג.



ד.



א. $y = -4x + 8$ ב. $y = -4x - 8$ ג. $y = 4x + 8$ ד. $y = 4x - 8$

יש שתי פונקציות עולות. לכן ה- m שלהן חיובי. יש שתי פונקציות יורדות. לכן ה- m שלהן שלילי.

בסרטוט ניתן לזהות האם הערך של b חיובי או שלילי.

לדוגמה, פונקציה א יורדת, לכן m שלילי. החיתוך עם ציר ה- y הוא ב- 8. לכן הייצוג האלגברי הוא $y = -4x + 8$.

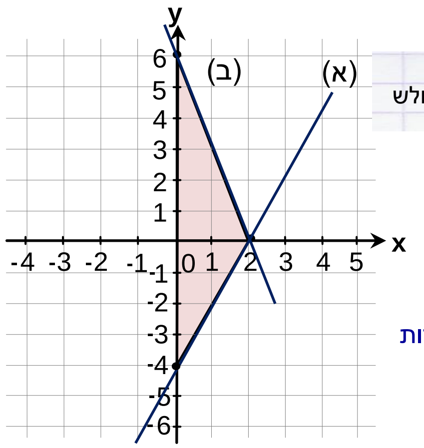
פונקציה ב אף היא יורדת. נקודת החיתוך עם ציר ה- y ב- (8–). לכן הייצוג האלגברי הוא $y = -4x - 8$.

עמ' 47

.81 לפניכם גרפים של שתי פונקציות:

1) $y_1 = -3x + 6$, **2)** $y_2 = 2x - 4$

שטח משולש = (גובה לצלע x צלע) / 2



א. מצאו לכל פונקציה את הגרף המתאים.

ב. חשבו את שטח המשולש הכלוא בין שני הגרפים וציר ה- **y** (המשולש הצבוע). **10**

השטח: 10 יחידות ריבועיות.

ניתן למשל לחשב את שטח המשולש לפי מכפלה של הצלע המחברת בין שתי הנקודות על ציר ה- y, וגובה לצלע היוצא מהקדקוד שהוא נקודת החיתוך עם ציר ה- x.

אורך הצלע הוא המרחק בין נקודת החיתוך של שני הגרפים לציר ה- y.

המרחק בין (0 , 6) ו- (4– , 0) הוא 10 יחידות אורך:

נחשב את השטח באמצעות התרגיל 2 : (2 · 10).

אפשר גם לחשב אחרת. ניתן למשל לחשב את שטח המשולש כסכום שטחי שני משולשים ישרי זווית.

המשולש שנמצא מעל ציר ה- x והמשולש שנמצא מתחתיו.

תרגיל 82 נועד לתרגול נוסף ולביסוס.

עמ' 47

82. לאילו מהגרפים של הפונקציות הבאות יש:

א. אותו שיפוע. **ל- 1 ו- 4 , ל- 2 ו- 3 , ל- 5 ו- 8 , ל- 6, 7 ו- 9.**

ב. אותה נקודת חיתוך עם ציר ה- **y**. **ל- 5 ו- 9**

ג. אותה נקודת חיתוך עם ציר ה- **x**. **ל- 2 ו- 4**

1) $2(x - 1) + y = 8$ **4)** $y + 4x = 2(x - 5)$ **7)** $y = 10(x - 3) - 3(2 + x) + 1$

2) $y - 2x = 20 + 2x$ **5)** $y = \frac{x}{8} + 10$ **8)** $y = \frac{1}{8}(x - 16) + 6$

3) $y - 4x = 9$ **6)** $y = 3x + 9 + 4x$ **9)** $y = 3(x + 3) + 4(x + 2) - 7$

תחילה יש להביא את כל הייצוגים להצגה $y = mx + b$ כדי להשוות. ניתן להסתפק רק בחלק מהסעיפים.

תרגול נוסף לפרק

ביחידה זו יש תרגילים נוספים בתחומים השונים בהם עסקנו בנושא הפונקציה הקווית. התרגילים יכולים לשמש לתרגול נוסף, להרחבה ולביסוס. על-פי שיקול דעת המורה יוחלט אם לתת אותם לכלל התלמידים או לחלקם. ובאיזה היקף.

עמ' 48

83. בכל סעיף נתון שיעור ה- **x** של שתי נקודות הנמצאות על הגרף של פונקציה קווית.

השלימו שיעורים מתאימים ל- **y** כך שהפונקציה תהיה:

א. עולה. **ב.** יורדת. **ג.** קבועה.

1) (40 , __) ; (42 , __) **2)** (63 , __) ; (66 , __) **3)** (–4 , __) ; (–1 , __)

1)	2)	3)
עולה: (42 , 16) (40 , 12)	**עולה: (66 , 7) (63 , 1)**	**עולה: (–1 , 5) (–4 , 2)**
יורדת: (42 , 6) (40 , 12)	**יורדת: (66 , –2) (63 , 1)**	**יורדת: (–1 , –3) (–4 , 0)**
קבועה: (42 , 1) (40 , 1)	**קבועה: (66 , 1) (63 , 1)**	**קבועה: (–1 , 4) (–4 , 4)**

תרגילים בהם מבקשים מהתלמידים להמציא דוגמאות, תורמות להבנה ומבססות אותה.

יש אינסוף אפשרויות להשלים את ערכי y בכל אחד מהסעיפים.

המללה של הנדרש תעזור למצוא זוגות רבים מתאימים. למשל, בזוג הנקודות בסעיף (2), שיעור ה- x של המספר הימני. 66 גדול משיעור ה- x של המספר השמאלי 63. לכן כדי לקבל זוג הנמצא על גרף של פונקציה עולה, יש להשלים עבור הזוג הימני ערך y גדול יותר מאשר עבור הזוג השמאלי.

כדי לקבל זוג הנמצא על גרף של פונקציה יורדת, יש להשלים עבור הזוג הימני ערך y קטן יותר מאשר עבור הזוג השמאלי.

כדי לקבל זוג הנמצא על גרף של פונקציה קבועה, יש להשלים ערכי y זהים לשתי הנקודות.

בסעיף (3) יש להשוות בין שני מספרים שליליים (–4) ו- (–1).

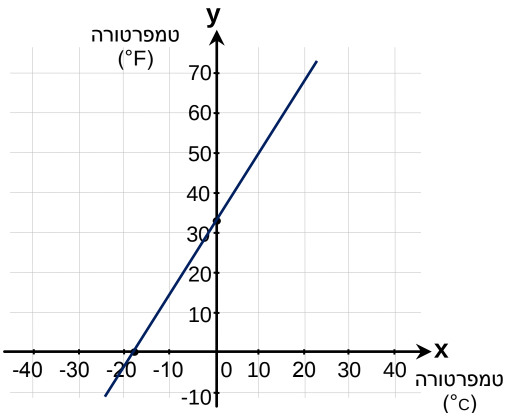
בהתאם לכיתה ולמידת העניין ניתן לבקש להשלים את הזוגות לפי תנאים מסויימים. לדוגמה, להשלים שני ערכים שליליים, שני ערכים חיוביים, ערך חיובי וערך שלילי, ערך אחד אפס, מספרים שלמים, שברים, וכדומה.

עמ' 48

84. בניסוי מעבדה חיממו חומר מסוים,
רַשמו את הטמפרטורות במעלות צלסיוס,
ותרגמו אותן למעלות פרנהייט.
התרגום נעשה באמצעות הנוסחה: **$y = 1.8x + 32$**

א. רִשמו את שיעורי הנקודה שבה גרף הפונקציה
חותך את ציר ה- **y**. **(0 , 32)**

ב. הסבירו מה המשמעות של נקודה זו במונחי השאלה.



א. הגרף חותך את ציר ה- y בנקודה (32 , 0).

ב. טמפרטורה של 0^0 צלסיוס, שווה לטמפרטורה של 32^0 פרנהייט.

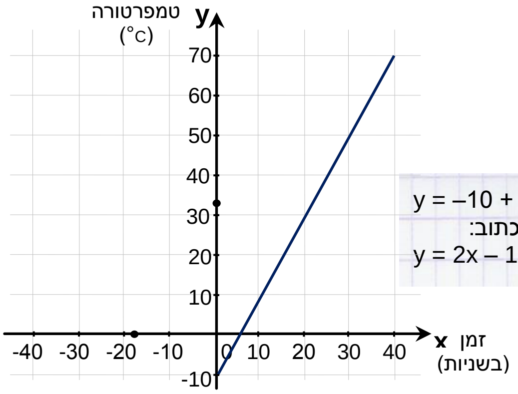
עמ' 48

85. מחממים נוזל במעבדה.
הטמפרטורה ההתחלתית של הנוזל היא $(-10)°C$.
הנוזל מתחמם בקצב של $2°$ בדקה.
טמפרטורת הנוזל כעבור **x** שניות היא **$y = 2x - 10$**

$y = -10 + x \cdot 2$
נוח לכתוב:
$y = 2x - 10$

א. רִשמו את שיעורי הנקודה שבה גרף הפונקציה
חותך את ציר ה- **y**. **(0 , –10)**

ב. הסבירו מה המשמעות של נקודה זו במונחי השאלה.



א. הגרף חותך את ציר ה- y בנקודה (10– , 0).

ב. הטמפרטורה ההתחלתית של הנוזל הייתה 100–. (למעשה, ניתן לומר כעבור 0 שניות מזמן החימום הטמפרטורה הייתה 100–).

תרגיל 86 נועד לתרגול נוסף ולביסוס.

עמ' 48

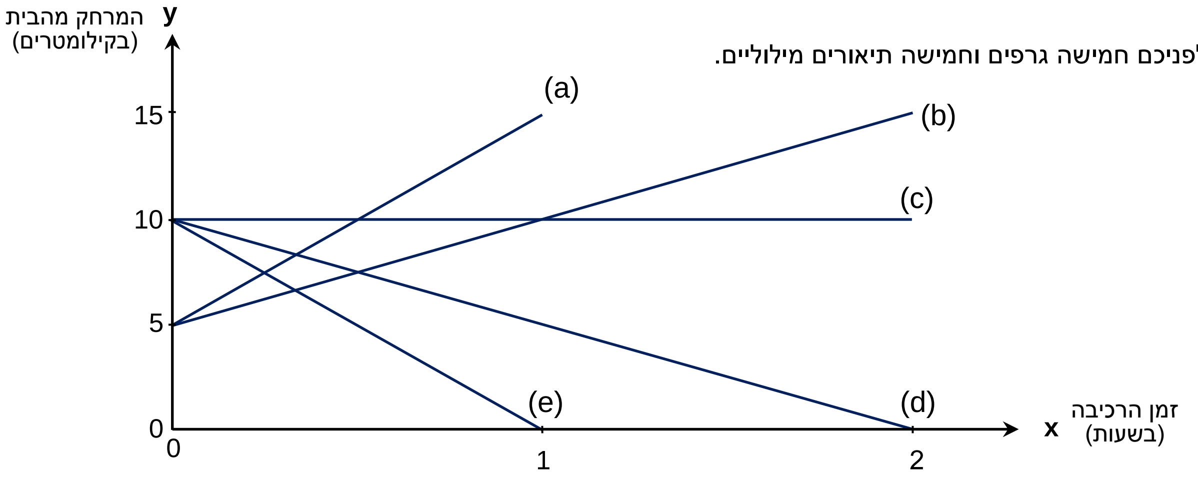
86. **א.** תנו דוגמה לייצוג אלגברי של פונקציה קווית החותכת את ציר ה- **y** בנקודה (4 , 0). **למשל, $y = x + 4$**

ב. כתבו את הייצוג האלגברי של פונקציה קווית שהשיפוע שלה (7–) וחותכת את ציר ה- **y** בנקודה (3 , 0). **$y = -7x + 3$**

לסעיף א יש אינסוף תשובות אפשריות. יש אינסוף ישרים שעוברים דרך נקודה זו.
לסעיף ב יש תשובה אפשרית אחת. שיפוע ונקודה קובעים ישר באופן יחיד. בהמשך, בעמוד 55 נלמד למצוא ייצוג אלגברי של פונקציה על-פי שיפוע ונקודה. בשלב זה התלמידים יענו באסטרטגיות משלהם. חשיפה לשאלות לפני מתן האלגוריתם מביאה בסוף התהליך ללמידה משמעותית ומבססת את ההבנה.

עמ' 49

87. לפניכם חמישה גרפים וחמישה תיאורים מילוליים.



התאימו בין הגרפים לבין התיאורים המילוליים.

שימו לב: יש גרפים המתאימים ליותר מתיאור אחד, ויש גרפים שאינם מתאימים לאף תיאור.

א. שי החל לרכוב במרחק 5 קילומטרים מביתו, ורכב במהירות של 5 ק"מ בשעה. **שי – b**

ב. קרן החלה לרכוב במרחק של 10 קילומטרים מביתה, ורכבה הביתה במהירות של 10 ק"מ לשעה. **קרן – e**

ג. דני החל לרכוב במרחק של 10 קילומטרים מביתו, לכיוון הבית. הוא הגיע לביתו כעבור שעה. **דני - e**

ד. עדי החלה את רכיבתה במרחק של 10 קילומטרים מביתה.
כעבור שעה עברה את מחצית המרחק לביתה. **עדי – d**

ה. איתי החל לרכוב במרחק 5 קילומטרים מביתו. כעבור שעה היה במרחק 10 קילומטרים מביתו. **איתי - b**

יש לשים לב שלא לכל הגרפים בסרטוט יש תיאור מילולי מתאים. כמו כן יש גרפים שמתאים להם יותר מתיאור מילולי אחד.
יש לבקש מהתלמידים להסביר את בחירתם. למשל,

א. שי התחיל את הרכיבה במרחק 5 ק"מ מביתו. לכן, הגרף המתאים יוצא מהנקודה (5 , 0). אין לנו מידע אם הוא מתקרב לביתו או מתרחק מהבית. דרך הנקודה (5 , 0) עוברים 2 גרפים, a ו- b ושניהם של פונקציות עולות.
לכן בהנחה שהוא מתרחק מביתו. הוא עבר 5 ק"מ בשעה, כלומר עבור x = 1 ערך ה- y הוא 10.
ועבור x = 2 ערך ה- y הוא 15. לכן גרף b הוא המתאים.

ב. קרן התחילה את הרכיבה במרחק 10 ק"מ מביתה. לכן, הגרף המתאים יוצא מהנקודה (10 , 0). היא רכבה לכיוון ביתה – כלומר הפונקציה יורדת, המרחק מהבית קטן. (יש שתי פונקציות יורדות מנקודה זו, לכן השיקול צריך להתבסס על נתון נוסף). המהירות שלה 10 ק"מ בשעה, כלומר היא עברה את 10 הק"מ בשעה. עבור x = 1 ערך ה- y המתקבל הוא 0. לכן גרף e הוא המתאים.

ג. דני התחיל את הרכיבה במרחק 10 ק"מ מביתו. לכן, הגרף המתאים הוא זה היוצא מהנקודה (10 , 0). הוא רכב לכיוון ביתו – כלומר הפונקציה יורדת, המרחק מהבית קטן. הוא הגיע כעבור שעה, כלומר עבור x = 1 ערך ה- y הוא 0.
גם במקרה זה גרף e מתאים.

ד. עדי התחילה את הרכיבה במרחק 10 ק"מ מביתה. לכן, הגרף המתאים יוצא מהנקודה (10 , 0). היא רכבה לכיוון ביתה – כלומר הפונקציה יורדת, כעבור שעה עברה את מחצית המרחק לביתה – 5 ק"מ. עבור x = 1 ערך ה- y הוא 5.
לכן גרף d הוא המתאים.

ה. איתי התחיל את הרכיבה במרחק 5 ק"מ מביתו. לכן, הגרף המתאים יוצא מהנקודה (5 , 0). הוא התרחק מביתו לכן הפונקציה עולה. כעבור שעה הגיע למרחק 10 ק"מ מביתו. עבור x = 1 ערך ה- y הוא 10. לכן גם במקרה זה גרף b הוא המתאים.

בהתאם לכיתה ולמידת העניין, ניתן לבקש מהתלמידים לספר סיפור מתאים לשני הגרפים הנותרים. גרף a וגרף c.

עמ' 49

88. רכבת מהירה נוסעת במהירות של 280 קמ"ש (280 קילומטרים בכל שעה).
הרכבת נוסעת מרחקים ארוכים ללא עצירה.

א. המרחק בין פריז לאמסטרדם הוא בערך 420 ק"מ. בכמה זמן, בערך, תעבור הרכבת מרחק זה? **1.5 שעה**

ב. הרכבת עוברת את המרחק שבין פריז למוסקווה ב- 9 שעות. מהו בערך המרחק ביניהן? **2,520 ק"מ**

ג. מרחק הנסיעה של הרכבת הוא פונקציה של זמן הנסיעה.
שערו (**לפני** שתסרטטו את גרף הפונקציה):

1) האם קצב ההשתנות קבוע? הסבירו. **כן**

2) האם אפשר להבין מהסיפור מה שיפוע הגרף של הפונקציה? הסבירו. **שיפוע 280 קמ"ש**

ד. בנו טבלת ערכים חלקית של הפונקציה.

ה. תכננו מערכת צירים מתאימה, סרטטו את הגרף של הפונקציה, ובדקו את השערותיכם.

ו. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה.

ג. 1) הפונקציה משתנה בקצב קבוע – בהעדר נתונים אחרים, מניחים שהמהירות קבועה לאורך כל הדרך. המהירות מייצגת את קצב השינוי. 2) הפונקציה קווית – פונקציה שקצב ההשתנות שלה אחיד היא פונקציה קווית. 3) מהירות הנסיעה היא השיפוע של הפונקציה.

ה. את מערכת הצירים צריך לתכנן כך שניתן יהיה להציג את הערכים המופיעים בשאלה. במקרה זה קנה המידה של הצירים יהיה שונה (כמו במקרים רבים אחרים העוסקים בהקשרים יומיומיים). על ציר ה- x מספיקים ערכים בין 0 ל- 10. על ציר ה- y ערכים בין 0 ל- 2,600.
(כדאי לבחור מרחקים שונים בין השנתות על הצירים (משבצות לא ריבועיות) כי אם בוחרים משבצות ריבועיות בהן השנתות במרווחים של 280 ק"מ. הגרף המתקבל במקרה זה הוא אלכסון של ריבוע (1 יחידה על ציר ה- x (רוחב המדרגה) מייצג 1 שעה. 1 יחידה על ציר ה- y (גובה המדרגה) מייצג 280 ק"מ).

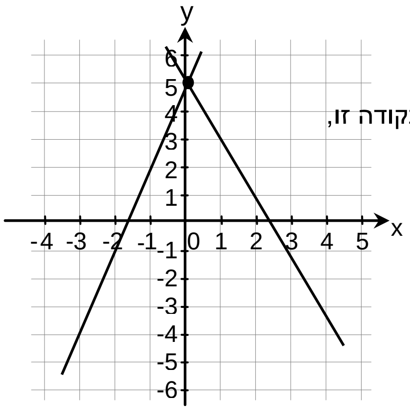
ו. $y = 280x$

עמ' 50

89. **א.** סרטטו מערכת צירים וסמנו בה את הנקודה (5 , 0).

ב. הוסיפו לסרטוט שני גרפים של פונקציות קוויות העוברים דרך נקודה זו, אחד הגרפים עם שיפוע 3, והשני עם שיפוע (2–).

ג. חשבו את שטח המשולש הכלוא בין שני הגרפים האלה וציר ה- x.



ב. הביטוי האלגברי המתאימים לפונקציות:
$y = 3x + 5$ $y = -2x + 5$

ג. נקודות החיתוך עם ציר ה- x הן $(-\frac{5}{3}, 0)$, $(2\frac{1}{2}, 0)$

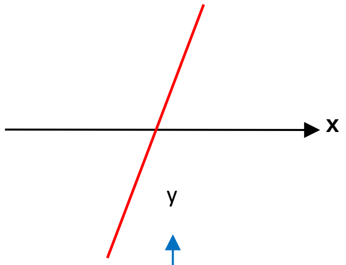
חישוב השטח: $\frac{2\frac{1}{2}-\left(-\frac{5}{3}\right)}{2}$.

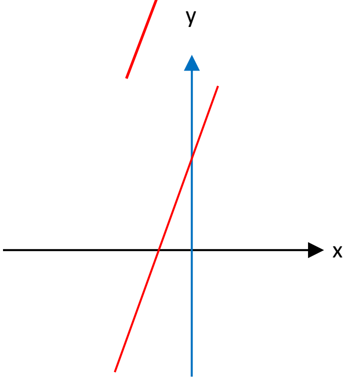
השטח הוא 10.42 יחידות שטח

עמ' 50

90. לפניכם גרף של הפונקציה $y = 3x + 6$.

הוסיפו לסרטוט את מקומו, בערך, של ציר ה- **y**.





דרך נוספת להתייחס למקומה של נקודת החיתוך עם ציר ה- x.

נקודת החיתוך עם ציר ה- x היא במקרה זה משמאל לציר ה- y. (x שלילי).

לכן נסמן את ציר ה- y מימין לנקודת החיתוך.

ניתן לבקש מהתלמידים להפעיל גם שיקולים של אומדן כך שהמיקום יהיה הגיוני.

נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא הנקודה $(0 , 6)$.

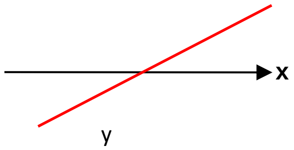
נקודת החיתוך עם ציר ה- x היא $(–2 , 0)$,

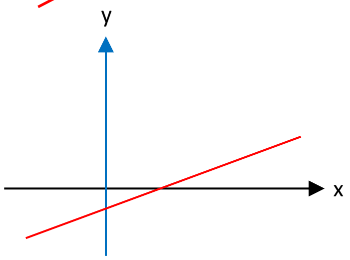
כלומר המרחק מראשית הצירים על ציר ה- y הוא פי 3 מהמרחק על ציר ה- x.

עמ' 50

91. לפניכם גרף של הפונקציה $y = \frac{1}{2}x - 1$.

הוסיפו לסרטוט את מקומו, בערך, של ציר ה- **y**.





נקודת החיתוך עם ציר ה- x היא במקרה זה מימין לציר ה- y. (x חיובי).

לכן נסמן את ציר ה- y משמאל לנקודת החיתוך.

כמו כן נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא מתחת לציר ה- x הנקודה $(0 , –1)$.

נקודת החיתוך עם ציר ה- x היא $(2 , 0)$,

כלומר המרחק מראשית הצירים על ציר ה- y הוא חצי מהמרחק על ציר ה- x.

עמ' 50

.92 שלושה תלמידים רכבו מרחק של 8 ק"מ מבית הספר אל בְּרֵיכת השחייה.
הגרפים הבאים מתארים את מרחק הרכיבה של כל אחד מהתלמידים כפונקציה של זמן הרכיבה.

א. מי יצא לדרך במהירות גבוהה יותר: אפרת או יובל? הסבירו. **יובל**

ב. מי הגיע ראשון לבריכה? מי אחרון? **יובל – ראשון, אפרת – שנייה, גדי – אחרון**

ג. **1)** מי מהרוכבים עצר בדרך? **יובל**

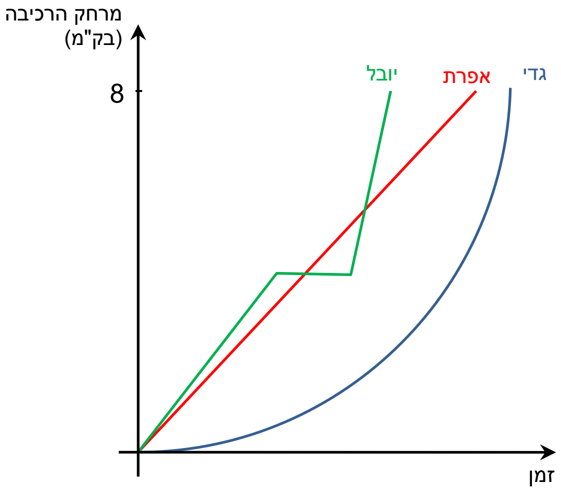
2) באיזה חלק מהדרך הוא רכב במהירות גבוהה יותר – לפני או אחרי העצירה? הסבירו. **אחרי העצירה**

ד. לאיזה מבין הגרפים מתאים ייצוג אלגברי מהצורה **$y = mx$** ? הסבירו.

ה. אילו גדי היה רוכב במהירות קבועה לאורך כל הדרך,

1) כיצד היה נראה הגרף המתאר את מרחק הרכיבה שלו?

2) האם השיפוע היה גדול, קטן או שווה לשיפוע הישר המתאר את מרחק הרכיבה של אפרת?



א. ניתן לראות שיובל יצא לדרך במהירות הגבוהה ביותר כי הגרף שלו, סמוך לנקודת היציאה, הוא התלול מכולם.

ב. יובל הגיע ראשון. אפרת שנייה. גדי שלישי.

ג. **1)** סביר להניח שיובל עצר בדרך, כי חלק מהגרף שלו מקביל לציר ה- x (הפונקציה כאן קבועה. יש התקדמות בזמן אבל המרחק לא משתנה).

2) לאחר העצירה, יובל רכב במהירות גבוהה יותר מאשר לפני העצירה. קטע הגרף המתאים תלול יותר.

ד. הגרף המתאר את הרכיבה של אפרת הוא קו ישר היוצא מראשית הצירים. גרף זה מתאים לייצוג האלגברי $y = mx$.

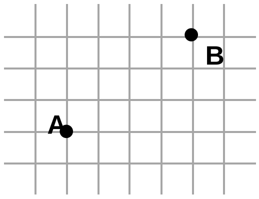
ה. הגרף יהיה קו ישר היוצא מהראשית שהשיפוע שלו קטן יותר מהשיפוע של אפרת. גדי הגיע ליעד אחרי אפרת, כלומר, אם היה נוסע בקצב קבוע, הקצב היה נמוך יותר.

תרגילים 93 – 95 הם תרגילים למתקדמים.

עמ' 51

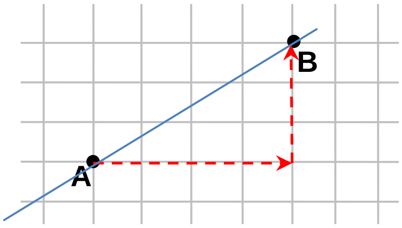
.93 שתי הנקודות שבסרטוט נמצאות על גרף של פונקציה קווית.
אילו מבין הפונקציות הבאות יכולות להיות הפונקציה הקווית? הסבירו.

$$y_1 = \frac{3}{4}x + 2 \quad , \quad y_2 = \frac{3}{4}x - 5 \, , \quad y_3 = 4x + 5$$



נבדוק תחילה מה השיפוע של הישר העובר דרך שתי הנקודות.
המיקום של ציר ה- x וציר ה- y אינו ידוע. כלומר שיעורי הנקודות אינם ידועים, לכן לא נוכל להיעזר בשיעורי הנקודות ולנסות ולהציב בכל אחת מהפונקציות, או למצוא בעזרתן את השיפוע נוכל להיעזר ביחס שבין גובה המדרגה לרוחב המדרגה.
גובה המדרגה הוא 3 משבצות. רוחב המדרגה 4 משבצות. המנה: $\frac{3}{4}$.

לכן שתי הנקודות הנתונות A ו- B יכולות להיות על אחת משתי הפונקציות y_1 או y_2.



לכל הפונקציות שהשיפוע שלהן הוא $\frac{3}{4}$ יש גרפים המקבילים לישר המסומן בכחול.
מכיוון שאין לנו מידע על המיקום של הצירים, לא נוכל לדעת מה ערך ה- b.
כלומר שתי הפונקציות אפשריות.
נציע זוגות סדורים אפשריים שיכולים להתאים לנקודות A ו- B שבסרטוט:
על הישר y_1: (0 , 2) , (4 , 5). על הישר y_2: (0 , 5) , (8 , 4).
על כל אחד מהישרים של הפונקציות יש אינסוף זוגות של נקודות מתאימות.

עמ' 51

94. תנו דוגמה לגרף של פונקציה קווית המקיימת את התכונות הבאות:

1) הפונקציה יורדת.

2) המרחק בין ראשית הצירים לנקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y הוא פי 3 מהמרחק מנקודת החיתוך עם ציר ה- x.

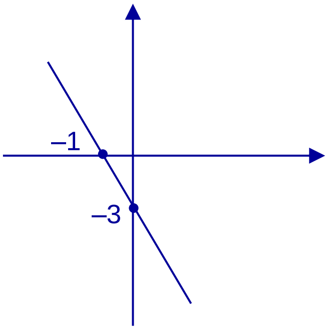
2) המרחק בין ראשית הצירים לנקודת החיתוך עם ציר ה- y הוא b. המרחק של נקודת החיתוך עם ציר ה- x מהראשית שליש מהמרחק b. המשמעות היא שהמנה בין גובה המדרגה לרוחב המדרגה היא 3. כלומר השיפוע בערכו המוחלט חייב להיות 3. מסקנה $m = -3$

ניתן למצוא אינסוף נקודות חיתוך שמקיימות תנאי זה. התלמידים יכולים למצוא את הפונקציה המבוקשת על ידי ניחוש מושכל. או על-ידי בחירת ערך של x ומציאת ערך מתאים של y.

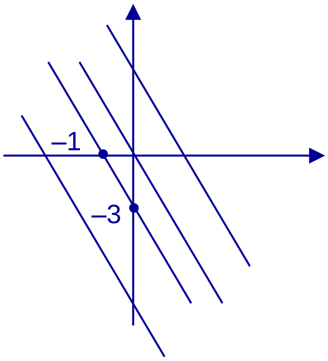
$y = mx + b$. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x: $y = 0$ ← $0 = mx + b$ ← $mx = -b$ ← $x = \frac{-b}{m}$.

דוגמאות לפונקציות אפשריות: $y = -3x + 9$, $y = -3x + 2$, $y = -3x + 4.5$.

b יכול להיות חיובי או שלילי או אפס, שלם או שבר.



ניתן לבחור תחילה נקודה כלשהי על ציר ה- x ולסרטט נקודה על ציר ה- y שמרחקה מראשית הצירים גדול פי 3.
דוגמה לפונקציה מתאימה $y = -3x - 3$.
המרחק על ציר ה- x הוא 1 יחידה.
המרחק על ציר ה- y הוא 3 יחידות.
למעשה נקבל את כל הקווים המקבילים לישר המסורטט.



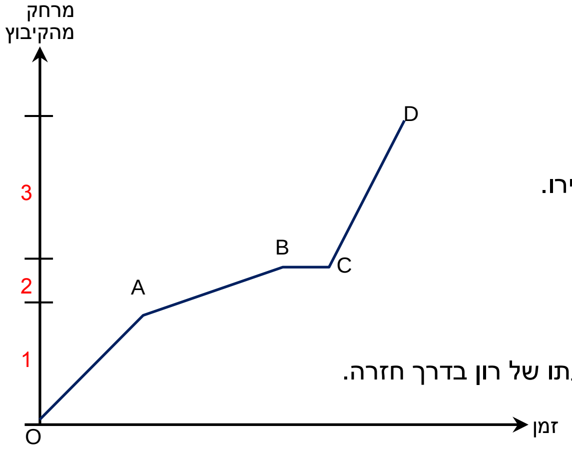
נשאל מדוע פונקציה העוברת דרך הראשית מקיימת את שני התנאים.
(המרחק על ציר ה- x הוא אפס יחידות).
המרחק על ציר ה- y הוא פי 3, כלומר אפס יחידות.
זה למעשה, המקרה שבו יש נקודת חיתוך אחת עם שני הצירים (0 , 0).

עמ' 51

95. יום אחד רון רכב על אופניו מהקיבוץ למושב. חלק מהדרך רכב שביל מישורי, חלק בעלייה, וחלק ירידה.

הגרף הבא מתאר את תנועתו של רון באותו יום.

ענו על השאלות הבאות, על פי הגרף. הסבירו.



א. מה יכול לתאר הקטע BC?

ב. איזה קטע בגרף מתאר את הרכיבה של רון בחלק המישורי? הסבירו.

ג. איזה חלק מהדרך ארוך יותר: העלייה או הירידה?

ד. איזה חלק מהדרך לקח לרון הכי הרבה זמן?

ה. למחרת נסע רון בחזרה לקיבוץ באותה דרך ללא עצירה.
העתיקו את מערכת הצירים וסרטטו בה גרף שיכול לתאר את תנועתו של רון בדרך חזרה.

השיפוע מתאר את מהירות הנסיעה. ככל שהשיפוע גדול יותר,
הגרף תלול יותר והמהירות גבוהה יותר.
יש בגרף 4 קטעים עם שיפועים שונים.

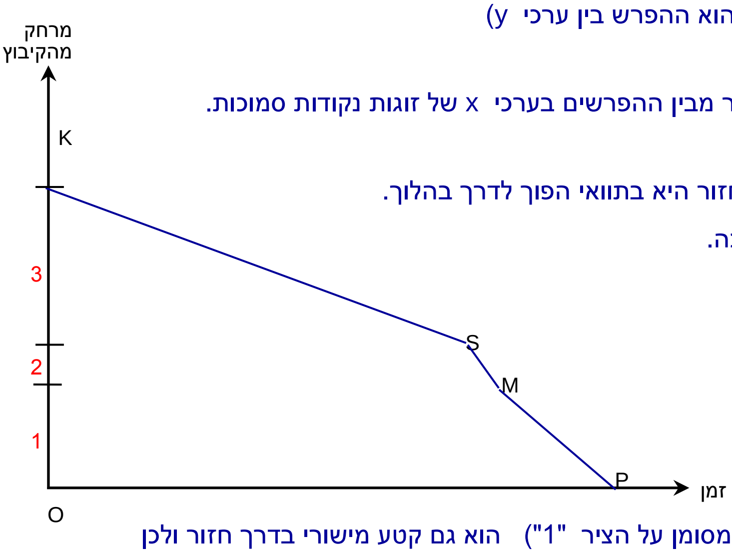
א. הקטע BC מתאר התקדמות בזמן ללא התקדמות במרחק.
לכן, סביר להניח שהוא מתאר עצירה. הוא מתאר מרחק קבוע מהקיבוץ.
קיימת אפשרות נוספת – לא מומלץ להעלות אותה בדיון אלא אם כן, זה עולה על ידי התלמידים.
הליכה במסלול בצורת קשת – חלק ממעגל שמרכזו בקיבוץ והרדיוס שלו הוא המרחק שאליו הגיע רון בנקודה A.
במקרה זה המרחק לא משתנה למרות שיש התקדמות בזמן.

ב. סביר להניח שהמהירות הגבוהה ביותר מתאימה לירידה,
והנמוכה ביותר לעלייה.
לכן כדאי לדרג את המהירויות מהגבוהה ביותר בקטע CD לנמוכה ביותר בקטע BC (מהירות O).
1) גבוהה ביותר בקטע CD. קטע זה מתאים לירידה.
2) בקטע OA. קטע זה הוא כנראה מישורי.
3) בקטע AB. קטע זה מתאים לעלייה.
4) נמוכה ביותר בקטע BC – סביר להניח שמתארת עצירה.

ג. הקטע AB מתאר מרחק קצר יותר מהקטע CD. (המרחק הוא ההפרש בין ערכי y)
לכן סביר שהעלייה הייתה ארוכה מהירידה.

ד. ההפרש בין ערכי x של הנקודות A ו- B הוא הגדול ביותר מבין ההפרשים בערכי x של זוגות נקודות סמוכות.
לכן התקדם בקטע AB במשך הזמן הרב ביותר – במישור.

ה. הצעה לגרף של תנועה אפשרית חזרה בדרך לקיבוץ: הדרך חזור היא בתוואי הפוך לדרך בהלוך.



הקטע KS שיפוע מאד מתון. המהירות נמוכה – הדרך ארוכה.
הירידה החדה בדרך הלוך (המרחק על הציר מסומן "3"
היא עלייה חדה בדרך חזור (המרחק על הציר מסומן "1").

הקטע SM התואם למרחק של הקטע AB בהלוך
(המרחק מסומן "2" על הציר). בדרך הלוך היה כנראה
עליה מתונה ובדרך חזור הוא ירידה מתונה. לכן
שיפוע הגרף גדול יותר ומשך הזמן קצר יותר.

הקטע MP שהוא כנראה קטע מישורי בדרך הלוך, (המרחק מסומן על הציר "1") הוא גם קטע מישורי בדרך חזור ולכן
המהירות אותה מהירות והשיפוע של הגרף הוא אותו שיפוע.

לא התייחסנו בהצעה זו לעצירה בדרך חזרה.

אוריינות – מארגנים את הגינה – עמוד 52

פעילות אינטגרטיבית בנושא כדאיות המשלבת: הכללה, קריאת גרפים, פונקציה קווית, השוואה בין פונקציות, חישוב שטח של עיגול.

ניתן לענות על השאלות על פי הגרף. ניתן גם לבקש לכתוב את הייצוגים האלגבריים של ההצעות השונות ולפתור משוואות. עדיין לא עסקנו באי שוויונות. התלמידים יפתרו באסטרטגיות משלהם. התלמידים פתרו שאלות כדאיות גם בכיתה ז.

ניתן לשאול תחילה שאלות כגון, האם כל ההצעות הן פונקציות קוויות? הסבירו.

ניתן להציג את הייצוג האלגברי של שלוש הפונקציות:

$y_1 = 2{,}000 + 10x$ ההצעה של גיא.

$y_2 = 500 + 20x$ ההצעה של ערן.

$y_3 = 35x$ ההצעה של אורי.

מכיוון שלכל קבלן יש ישר מתאים, ניתן להתבסס על נקודת החיתוך עם ציר ה- y שמבטאת את התשלום הקבוע. כדאי לשאול מה משמעות השיפוע? (התשלום לכל 1 מ"ר). מכיוון שהשאלה היא שאלה אוריינית, ניתן להרחיב ולבדוק נקודות נוספות על הגרף וכן לחשב את השיפועים.

א. גרף I– הקבלן אורי. מתחיל בנקודה (0 , 0) (אין חיוב קבוע יש רק חיוב לפי שטח הגינה) ועובר דרך הנקודה (100 , 3,500). ניתן לשאול מה השיפוע של ישר זה? (השיפוע הוא 35).

גרף II– הקבלן ערן. מתחיל בנקודה (0 , 500) ועובר דרך הנקודה (50 , 1,500). ניתן לשאול מה השיפוע של ישר זה? (השיפוע הוא 20).

גרף III– הקבלן גיא. מתחיל בנקודה (0 , 2,000) ועובר דרך הנקודה (0 , 2,500). ניתן לשאול מה השיפוע של ישר זה? (השיפוע הוא 10).

ב. ניתן להציג את שטח הגינה בכל אחד מהייצוגים וחשב את ההפרש בין העלות הגבוהה ביותר לעלות הנמוכה ביותר.

ניתן להעביר קו מאונך לציר ה- x בנקודה x = 100. לראות לאיזה משלושה הגרפים יש בנקודה זו את הערך הגבוה ביותר, לאיזה את הערך הנמוך ביותר ולחשב את ההפרש.

הערך הגבוה ביותר הוא 3,500 שקלים. (הקבלן אורי). הערך הנמוך ביותר הוא 2,500 הקבלן ערן. ההפרש 1,000 שקלים. (הקבלן גיא – הערך הוא 3,000 שקלים).

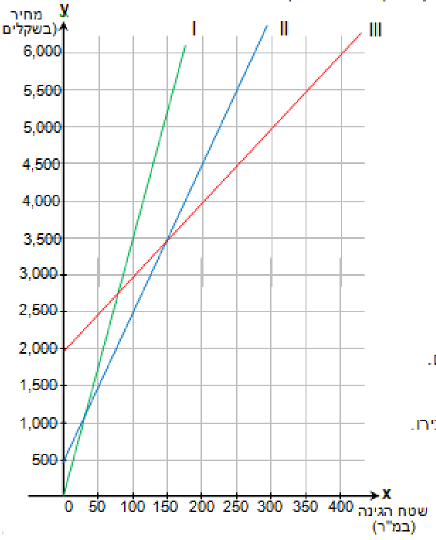
אוריינות – מארגנים את הגינה

שלושה קבלני גינון פרסמו בעיתון השכונתי הצעות מחיר לארגון מחדש של גינה, ותחזוקה שלה לשנה.

ההצעה של הקבלן גיא: 2,000 שקלים לייעוץ ועוד 10 שקלים לכל מ"ר גינה.

ההצעה של הקבלן ערן: 500 שקלים לייעוץ ועוד 20 שקלים לכל מ"ר גינה.

ההצעה של הקבלן אורי: 35 שקלים לכל מ"ר גינה (הייעוץ כלול במחיר).



א. לפניכם התיאורים הגרפיים של שלוש ההצעות.
התאימו לכל גרף את שם הקבלן.

ב. למשפחת ישראלי גינה ששטחה 100 מ"ר.
הם מתלבטים בין ההצעות השונות.
מצד אחד הם סבורים שהקבלן היקר ביותר הוא גם הטוב ביותר.
מצד שני, הם מתכננים לעבור בקרוב דירה ולכן אולי כדאי להם לבחור בקבלן הזול ביותר.
כמה כסף יחסכו אם יבחרו בקבלן הזול ביותר?

ג. למשפחת כהן מגרש בשטח חצי דונם.
התקציב שלהם לסידור הגינה הוא 3,000 שקלים.
איזה קבלן יוכל לארגן להם גינה בשטח גדול ככל האפשר מתוך המגרש? ? מה השטח? הסבירו.

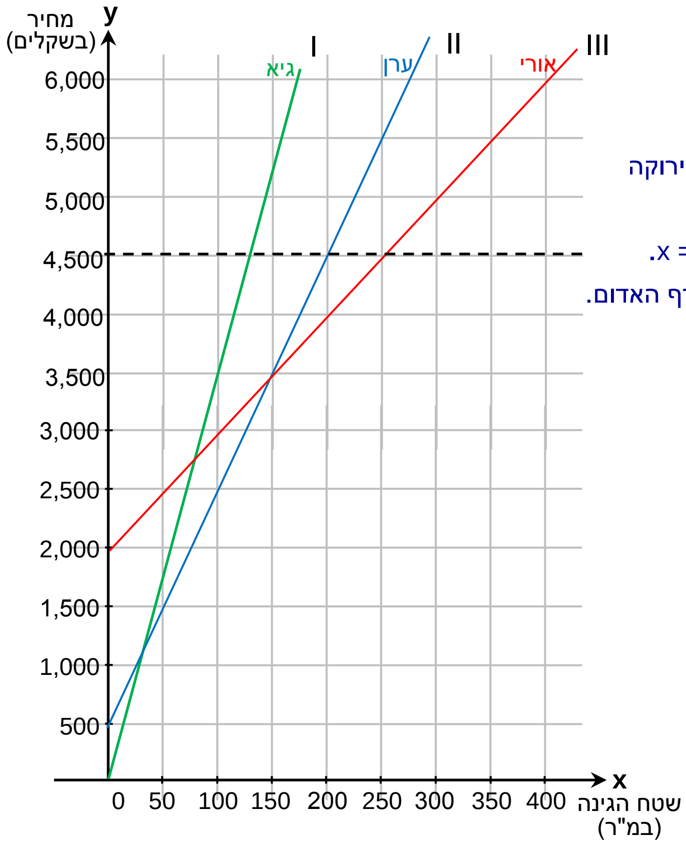
ד. גברת ירדני החליטה לקחת את ההצעה הזולה ביותר עבורה, ולכן היא הזמינה את הקבלן ערן.
מה תוכלו לומר על שטח הגינה של גברת ירדני?

ה. האם יש שטח גינה שעבורו שלושת הקבלנים יגבו אותו מחיר? הסבירו.

ו. ברחבה של בית העירייה יש כיכר ובה גינה עגולה שרדיוסה 5 מ'. העירייה רוצה לבחור בגנן שהצעת המחיר שלו היא הזולה ביותר. πR^2 = שטח מעגל
באיזה גנן תבחר?

ז. השטח של רוב הגינות באזור הוא מעל 250 מ"ר.
קבלן הגינות דוד רוצה להתחרות בשלושת הקבלנים הקיימים ולפרסם מחיר קבוע ללא תלות בשטח הגינה. הוא מתכוון להציע מחיר כזה שיהיה כדאי לתושבי האזור להזמין אותו.
עזרו לו לחשוב על מחיר מתאים.
רשמו את שיקוליכם בקביעת המחיר.

ג. כדאי להעביר קו מקביל לציר ה- x עבור 3,000 שקלים. ולראות מהו ערך ה- x המתאים לנקודה הימנית ביותר.
במקרה זה אנו רואים שהגרף האדום – הקבלן ערן. על פי הסרטוט השטח המתאים לסכום של 3,000 שקלים אצל הקבלן ערן הוא כ- 125 מטרים. ניתן להציב בייצוג האלגברי ולבדוק.



ד. יש לבדוק עבור אילו ערכים של x הגרף הכחול נמצא מתחת לשני הגרפים האחרים. אנו רואים שעבור ערכים של x הגדולים מ- 33 הפונקציה הכחולה נמצאת מתחת לפונקציה הירוקה (ערכי y קטנים יותר).
אם נבדוק על ידי הצבה נראה שנקודת החיתוך היא עבור $x = 33\frac{1}{3}$.
עבור ערכי x הקטנים מ- 150 הגרף הכחול נמצא מתחת לגרף האדום.
לכן, השטח של משפחת ירדני גדול מ- $33\frac{1}{3}$ וקטן מ- 150.

ה. התשובה היא לא. אין נקודת חיתוך משותפת לכל 3 הגרפים.

ו. השטח של הרחבה הוא 78.5 מ"ר.
לפי הגרפים – הקבלן ערן הוא הזול ביותר.
ניתן כמובן להציב בכל אחד מהייצוגים הגרפיים ולחשב.

ז. כדאי לא להציע סכום נמוך מ- 4,500 שקלים.
שכן עבור גינה בשטח 250 מ"ר:
אורי יגבה 8,750 שקלים
ערן יגבה 5,500 שקלים
גיא יגבה 4,500 שקלים.

תחומי חיוביות ותחומי שליליות – עמוד 53

המושגים **תחום חיוביות** ו- **תחום שליליות** של פונקציה קשים לתלמידים.
למשל, הקושי במציאת תחום חיוביות: מחפשים את קבוצת הערכים של x שעבורם שיעורי ה- y של הפונקציה חיוביים.
למעשה לא משנה אם ערכי ה- x בתחום זה חיוביים, שליליים, או 0. אלא מה הם ערכי ה- y המתאימים להם.
למשל, בפונקציה $y = –3x + 4.5$. יש בתחום החיוביות ערכי x חיוביים
$(0 < x < 1.5)$, יש את הערך $x = 0$, ויש ערכי x שליליים $(x<0)$; בכולם **הפונקציה** מקבלת ערכים **חיוביים**.
לכן, תחום החיוביות של פונקציה זו מכיל את כולם, והוא: $x < 1.5$.
כדי למצוא את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציה קווית, צריך למצוא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x.
מוצאים זאת על ידי הצבת $y = 0$ בייצוג האלגברי, ופתרון המשוואה המתקבלת. למשל, בדוגמה: $y = –3x + 4.5$, הפתרון $x = 1.5$.
.לאוסף של ערכים של x קוראים תחום.
תחום חיוביות של פונקציה הוא אוסף ערכי x עבורם הפונקציה מקבלת ערכים חיובים.
אומרים שפונקציה y היא חיובית בתחום, אם עבור כל x בתחום $y > 0$, כלומר y חיובי.
תחום שליליות של פונקציה הוא אוסף ערכי x עבורם הפונקציה מקבלת ערכים שליליים.
אומרים שפונקציה y היא שלילית בתחום, אם עבור כל x בתחום $y < 0$, כלומר y שלילי.
תחום החיוביות של הפונקציה y שבדוגמה הוא $x < 1.5$.

תחומי חיוביות ושליליות של פונקציה עולה, יורדת וקבועה:
אם פונקציה קבועה מקבלת ערך חיובי – תחום החיוביות שלה הוא כל המספרים הממשיים, ותחום השליליות שלה ריק (אין אף x שעבורו הפונקציה מקבלת ערך שלילי).
אם פונקציה קבועה מקבלת ערך שלילי – תחום השליליות שלה הוא כל המספרים הממשיים, ותחום החיוביות שלה ריק (אין אף x שעבורו הפונקציה מקבלת ערך חיובי).
אם פונקציה קבועה מקבלת ערך 0 – גם תחום החיוביות שלה וגם תחום השליליות שלה ריקים. (פונקציה המתלכדת עם ציר ה- x).
פונקציה עולה – חותכת את ציר ה- x בנקודה מסוימת (נניח בנקודה a). מכיוון שהיא עולה תחום החיוביות שלה הוא מימין לנקודה זו $(x > a)$, ותחום השליליות שלה הוא משמאל לנקודה $(x < a)$.
פונקציה יורדת – חותכת את ציר ה- x בנקודה מסוימת (נניח בנקודה d). מכיוון שהיא יורדת תחום החיוביות שלה הוא משמאל לנקודת החיתוך בציר ה- x $(x< d)$. ותחום השליליות שלה הוא מימין לנקודה זו $(x > d)$.
בשתי הדוגמאות המסורטטות בעמוד 47 (בפעילות 11 ובדוגמה הפתורה על הרקע האפור), הגרף חותך את ציר ה- x מימין לראשית הצירים, אבל התכונות משתמרות לכל נקודת חיתוך אפשרית.

אפיון הפעילות: תחומי חיוביות ותחומי שליליות של פונקציה בהקשר יומיומי.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 13.

בפעילות מוצג הקשר מחיי היום-יום המדגים את המשמעות של שאלה מתי הפונקציה ערכים שליליים, כלומר מה תחום השליליות שלה.

בשאלה מה תחום השליליות של הפונקציה שואלים למעשה עבור אילו ערכים של x מתקבלים ערכים שליליים של y.

בתוך ההקשר נוח יותר לראות זאת כי יש משמעות לערכי x – משך זמן הקירור, ומשמעות לערכי y – הטמפרטורה של הנוזל, והשאלה היא באיזה תחום זמן הטמפרטורה הייתה מתחת לאפס?

פעילות 12 – תחומי חיוביות ושליליות של פונקציה קווית

מקררים נוזל במעבדה במשך 12 דקות.
הטמפרטורה ההתחלתית של הנוזל היא 16°C.
הנוזל מתקרר בקצב קבוע, בכל דקה הטמפרטורה יורדת ב- 2°C.
הפונקציה המתארת את הקשר בין הטמפרטורה של הנוזל לבין זמן הקירור היא: $y = -2x + 16$

טכנאי המעבדה צריך להוסיף תמיסה לנוזל במהלך הקירור.
כאשר הטמפרטורה של הנוזל מעל האפס יש להוסיף בכל דקה טיפה אחת.
כאשר הטמפרטורה של הנוזל מתחת לאפס יש להוסיף בכל דקה שתי טיפות.

- מה תחום הזמן שבו הטכנאי יוסיף בכל דקה טיפה אחת?
- מה תחום הזמן שבו הטכנאי יוסיף בכל דקה שתי טיפות?

נבדוק, על פי פונקציית הקירור, באיזה תחום זמן הטמפרטורה מעל האפס, ובאיזה תחום זמן הטמפרטורה מתחת לאפס.

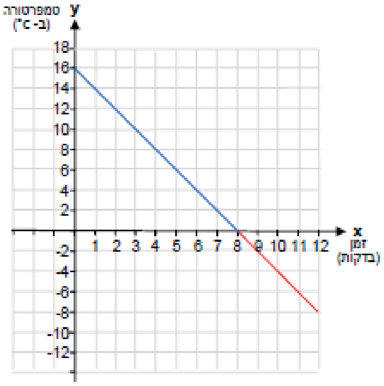
הדרך של דני

אבנה טבלת ערכים

x	y
0	16
1	14
2	12
3	10
4	8
5	6
6	4
7	2
8	0
9	-2
10	-4
11	-6
12	-8

הדרך של יוסי

אסרטט גרף



ב- 8 הדקות הראשונות הטמפרטורה של הנוזל הייתה **מעל האפס**.
הפונקציה **חיובית** בתחום $0 < x < 8$. כיצד רואים זאת בטבלה? כיצד רואים זאת בגרף?

לאחר 8 דקות הטמפרטורה של הנוזל הייתה **מתחת לאפס**.
הפונקציה **שלילית** בתחום $8 < x < 12$. כיצד רואים זאת בטבלה? כיצד רואים זאת בגרף?

פעילות 13 – תחומי חיוביות ותחומי שליליות של פונקציה קווית   עמוד 54

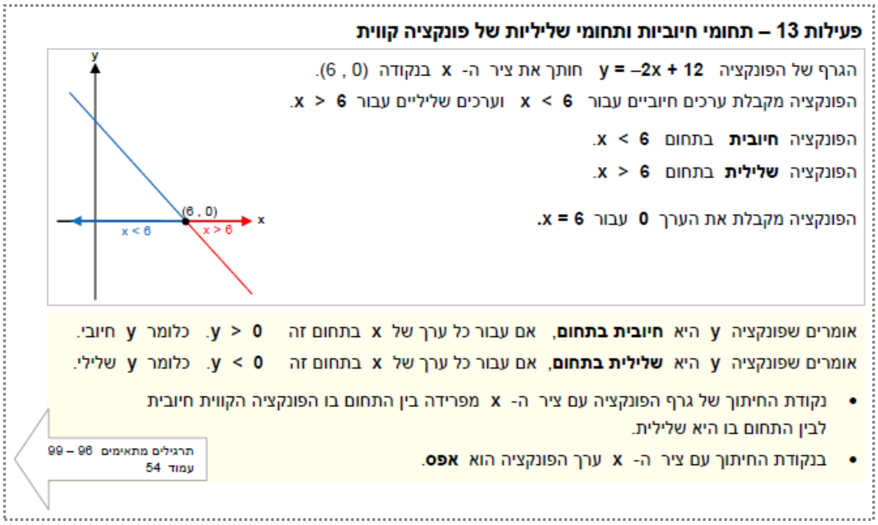
אפיון הפעילות: תחומי חיוביות ותחומי שליליות של פונקציה קווית.

תרגילים מתאימים: תרגילים 96 – 99 עמוד 54.

חשוב להדגיש כי במציאת תחומי חיוביות ושליליות, מתבוננים על חלקי **הגרף** הנמצאים מעל ומתחת לציר ה- x. אבל **התחום** מתייחס לערכים על **ציר ה- x**.

כדאי להיעזר בצבעים שונים כדי להמחיש זאת.

בסיום יש לסכם כמודגם על הרקע הצהוב.



פעילות 13 – תחומי חיוביות ותחומי שליליות של פונקציה קווית

הגרף של הפונקציה $y = -2x + 12$ חותך את ציר ה- x בנקודה (6 , 0).

הפונקציה מקבלת ערכים חיוביים עבור $x < 6$ וערכים שליליים עבור $x > 6$.

הפונקציה **חיובית** בתחום $x < 6$.

הפונקציה **שלילית** בתחום $x > 6$.

הפונקציה מקבלת את הערך 0 עבור $x = 6$.

אומרים שפונקציה y היא **חיובית בתחום**, אם עבור כל ערך של x בתחום זה $y > 0$. כלומר y חיובי.

אומרים שפונקציה y היא **שלילית בתחום**, אם עבור כל ערך של x בתחום זה $y < 0$. כלומר y שלילי.

- נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x מפרידה בין התחום בו הפונקציה הקווית חיובית לבין התחום בו היא שלילית.
- בנקודת החיתוך עם ציר ה- x ערך הפונקציה הוא **אפס**.

תרגילים מתאימים 96 – 99
עמוד 54

דוגמה פתורה – עמוד 54

בפעילויות 12 , 13 הדגמנו פונקציה יורדת. הדוגמה הפתורה מציגה פונקציה עולה.

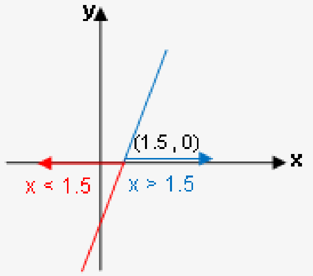
דוגמה: הפונקציה $y = 3x - 4.5$

כדי למצוא את נקודת החיתוך עם ציר ה- x נפתור את המשוואה: $x - 4.5 = 0$

$x = 1.5$

חיובית בתחום $x > 1.5$

שלילית בתחום $x < 1.5$



עמ' 54

96. נתונה הפונקציה: $y = -3x + 6$

א. סרטטו במערכת צירים את הגרף של הפונקציה.

ב. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- x. **(2 , 0)**

ג. באיזה תחום הפונקציה חיובית, ובאיזה תחום היא שלילית?

עמ' 54

97. סרטטו גרף של פונקציה קווית שהיא חיובית עבור כל $x > 4$ ושלילית עבור כל $x < 4$.

עמ' 54

98. סרטטו גרף של פונקציה קווית שהיא שלילית עבור כל $x < 5$ וחיובית עבור כל $x > 5$.

עמ' 54

99. **א.** סרטטו גרף של פונקציה קווית שהיא שלילית עבור כל $x > 3$ וחיובית עבור כל $x < 3$.

ב. סרטטו גרף של פונקציה קווית נוספת שהיא שלילית עבור כל $x > 3$ וחיובית עבור כל $x < 3$.

עמ' 54

100. כתבו ייצוג אלגברי של פונקציה קווית שהיא חיובית בתחום $x > 1$ ושלילית בתחום $x < 1$.

היעזרו בסרטוט של גרף הפונקציה.

בתרגילים 97 – 100 יש אינסוף אפשרויות. כדאי לעודד את התלמידים להציע שתי אפשרויות (הנחייה כזו מופיעה בתרגיל 99). חשוב לשאול שאלות על אופי הפונקציה. למשל, בתרגיל 97, הפונקציה עולה. נשאל: האם תוכלו לסרטט פונקציה יורדת

המקיימת תכונה זו? פונקציה קבועה? האם תוכלו להסביר מדוע? כמה פונקציות עולות יש בעלות תכונה זו? כדאי לדון באסטרטגיה לסרטוט. למשל, מה נקודת החיתוך עם ציר ה- x ? כיצד נוכל לדעת אם הפונקציה עולה או יורדת? (למשל, אם תחילה היא חיוביות ואחר-כך שלילית – הפונקציה יורדת, ולהיפך).

תרגיל 97 – הפונקציה עולה ; תרגיל 98 – הפונקציה יורדת תרגיל 99 – הפונקציה יורדת.

תרגיל 100 הוא תרגיל למתקדמים. יש להציע ייצוג אלגברי של פונקציה המקיימת את התנאי. תחילה יש להחליט אם הפונקציה עולה או יורדת? (עולה), לאחר מכן יש להציע פונקציה שחותכת את ציר ה- x ב- 1. למשל, $y = x – 1$, $y = 2x – 2$, $y = 3x – 3$, $y = \frac{1}{8}x – \frac{1}{8}$, וכדומה. אפשר להכליל את התכונות של כל הפונקציות המקיימות את התנאי: הסימן של m חיובי (כי הפונקציה עולה). הסימן של b שלילי (כדי שערך x יהיה חיובי, הסימנים מנוגדים), הערכים המוחלטים של m ו- b שווים.

בשאלות אלה הניסוח הוא "עבור **כל** $x > 3$". בהמשך יהיה מנוסח "עבור $x > 3$". יש להדגיש כי כאשר כותבים $x > 3$, הכוונה לכל x המקיים תנאי זה.

מציאת הייצוג האלגברי של ישר על פי שיפוע ונקודה – עמוד 55

במסגרת הפעילויות והתרגילים לאורך הפרק, התלמידים התנסו בזיהוי ובסרטוט גרפים של פונקציה קווית כשנתונות נקודות, כשנתון שיפוע, וכשנתון שיפוע ונקודה על גרף הפונקציה.

בפרק זה נלמד לשחזר את הייצוג האלגברי של פונקציה קווית כשנתונים נקודה כלשהי והשיפוע של הפונקציה.

פעילות 14 – משיפוע ונקודה לייצוג האלגברי עמוד 55

אפיון הפעילות: משיפוע ונקודה לייצוג האלגברי.

תרגילים מתאימים: תרגילים 101 – 108 עמוד 56.

מומלץ לבצע את התהליך במליאה שלב אחרי שלב, כדי להדגים את התהליך. חשוב להדגים את ההצבה של ערכי x ו- y לחישוב ערך ה- b. (בפעילות מסומן בקווים כחולים קטנים).

למעשה מתקבלת משוואה שהנעלם שלה הוא b. לאחר מציאת הערך של b עלינו להציג את הייצוג האלגברי שבו הערכים של m ושל b הם מספרים ידועים וחוזרים שוב להציג את הערכים של x ו- y בצורה הכללית כמשוואה. לחלק מהתלמידים יש קושי במעברים מסוג זה.

לכן, חשוב לכתוב את הייצוג האלגברי המלא, בשורה שמתחת להציב תוך כדי מתיחת קו את הנתונים בזה אחר זה. את הערך של y

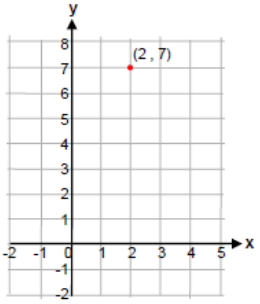
פעילות 14 – משיפוע ונקודה לייצוג האלגברי

ידוע שהגרף של הפונקציה הקווית $y = mx + b$ עובר בנקודה **(2 , 7)** והשיפוע שלו הוא **3**.

- האם יש רק קו ישר אחד שממלא את שני התנאים הללו?
- האם ניתן למצוא את הייצוג האלגברי של ישר זה?

הייצוג האלגברי של הפונקציה הוא מהצורה: $y = mx + b$

נסרטט מערכת צירים ונסמן בה את הנקודה (2 , 7).



רענן אומר

למעשה, ערכו של m נתון בשאלה.

נתון שהשיפוע הוא 3, כלומר $m = 3$. $m = 3$

אנו יודעים שהישר $y = 3x + b$ עובר דרך הנקודה (2 , 7). $y = 3x + b$

מה המשמעות של נתון זה?

תמר אומרת

המשמעות היא שעבור $x = 2$ הערך של y הוא 7. $y = 3 \cdot x + b$

נציב את הערכים האלו בייצוג האלגברי: $7 = 3 \cdot 2 + b$

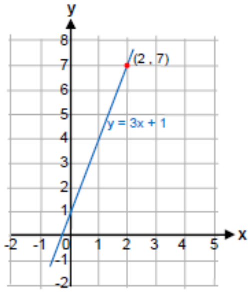
נותר למצוא את ערכו של **b**.

נפתור את המשוואה: $7 = 6 + b$ /–6

(הנעלם הוא **b**) $b = 1$

הייצוג האלגברי של הקו הישר הוא: $y = 3x + 1$

נסרטט את הישר.



האם ייתכן שיש ישר נוסף המקיים את שני התנאים? הסבירו.

תרגילים מתאימים 101 – 108 עמוד 56

מציאת הייצוג האלגברי של ישר על פי שיפוע ונקודה

- הייצוג האלגברי של הישר הוא $y = mx + b$.
- **m** נתון (השיפוע נתון).
- מציבים את שיעורי הנקודה במקום **y** ובמקום **x**.
- מקבלים משוואה שבה **b** הוא הנעלם.
- פותרים את המשוואה.
- רושמים את הייצוג האלגברי שקיבלנו עבור הישר.

שיפוע של גרף הפונקציה, ונקודה הנמצאת על הגרף, קובעים ישר אחד ויחיד.

– המספר 7, את השיפוע m – המספר 3, את הערך של x המספר 2. חשוב להמליל: קיבלנו משוואה שבה הנעלם הוא b, נפתור את המשוואה. קיבלנו b = 1.

נכתוב את הייצוג האלגברי של הפונקציה: $y = 3x + 1$.

לאחר ביצוע הפעילות, יש לסכם כמודגם על הרקע הצהוב.

כדאי להדגיש כי יש רק ישר אחד שמקיים את שני התנאים: שיש לו את השיפוע הנתון והוא עובר דרך הנקודה הנתונה.

בשלב זה ההסבר הוא אינטואיטיבי – כל הישרים שיש להם אותו שיפוע הם מקבילים. לכן לא ייתכן ששני ישרים כאלה יחתכו באותה נקודה, כלומר שהישרים השונים בעלי אותו שיפוע יעברו דרך הנקודה הנתונה.

עמ' 56

101. מה הייצוג האלגברי של הפונקציה הקווית שהשיפוע שלה הוא (2–), והגרף שלה עובר דרך הנקודה (1 , 4) ?

מצאו את הייצוג האלגברי וסרטטו את גרף הפונקציה. **$y = -2x+6$**

עמ' 56

102. בכל סעיף נתונה נקודה שנמצאת על גרף של פונקציה קווית, ונתון השיפוע של גרף הפונקציה.

מצאו את הייצוגים האלגבריים של הפונקציות. **א. $y = -\frac{1}{4}x + 4$ ב. $y = -5x - 5$ ג. $y = -x + 2$**

א. (0 , 4) , השיפוע $-\frac{1}{4}$ **ב.** (5– , 0) , השיפוע 5– **ג.** (1 , 1) , השיפוע 1–

עמ' 56

103. בכל סעיף נתונה נקודה שנמצאת על גרף של פונקציה קווית, ונתון השיפוע של גרף הפונקציה.

מצאו את הייצוגים האלגבריים של הפונקציות. **א. $y = \frac{3}{4}x$ ב. $y = -4x + 5$ ג. $y = 3x - 4$**

א. (0 , 0) , השיפוע $\frac{3}{4}$ **ב.** (0 , 5) , השיפוע 4– **ג.** (4– , 0) , השיפוע 3

עמ' 56

104. דרך הנקודה (2 ,1) עוברים גרפים של שתי פונקציות קוויות.

אחת שהשיפוע שלה 2 והשנייה שהשיפוע שלה (3–).

א. כתבו את הייצוגים האלגבריים של הפונקציות. **$y = 2x - 3$, $y = -3x + 7$**

ב. מצאו את נקודת החיתוך של כל אחד מהגרפים עם הצירים. **(0 , 7) , (0 , –3) $(1\frac{1}{2}$, 0) , $(2\frac{1}{3}$, 0)**

עמ' 56

105. מה הייצוג האלגברי של פונקציה קווית שהגרף שלה עובר בנקודה (2 , 3–) ומקביל לישר $y = 4x$? $y = 4x + 14$

עמ' 56

106. מה הייצוג האלגברי של פונקציה קווית ששיפוע הגרף שלה הוא $(-\frac{1}{2})$ והיא עוברת דרך נקודת החיתוך של הישר $y = 2x + 5$ עם ציר ה- **y** ? **$y = -\frac{1}{2}x + 5$**

עמ' 56

107. **א.** מצאו את הייצוג האלגברי של הפונקציה הקווית העוברת דרך הנקודה (3– , 1–) והשיפוע שלה 4. **$y = 4x + 1$**

ב. מצאו את הייצוג האלגברי של הפונקציה הקווית שהגרף שלה מקביל לגרף הפונקציה בסעיף א, ועוברת דרך הנקודה (1– , 1). **$y = 4x - 5$**

עמ' 56

108. **א.** מצאו את הישר שהשיפוע שלו 2 והוא עובר דרך הנקודה (6 , 5). **$y = 2x - 4$**

ב. איזו מהנקודות הבאות נמצאות על הישר שמאתם בסעיף א ? **(6– , 1–)**

1) (6 , 5) **2)** (–1 , –6) **3)** (0 , 4)

מציאת הייצוג האלגברי של ישר על פי שתי נקודות – עמוד 57

בכיתה ח **לא לומדים** את הנוסחה האלגברית של משוואת ישר העובר דרך שתי נקודות נתונות.

נוסחה הנלמדת במסגרת הפרק הנדסה אנליטית: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

את הייצוג האלגברי לומדים לשחזר בשני שלבים:

א. בעזרת השיעורים של שתי הנקודות הנתונות מוצאים את m (המקדם של x) על ידי חישוב השיפוע של הפונקציה.

ב. מציבים את הערך של m ואת השיעורים של אחת הנקודות בייצוג הכללי של הפונקציה y = mx + b ומחשבים את b. כפי שלמדנו בפעילות 12.

פעילות 15 משתי נקודות לייצוג אלגברי עמוד 57

אפיון הפעילות: משיעורים של שתי נקודות דרכן עובר הישר לייצוג האלגברי של הישר.

תרגילים מתאימים: תרגילים 109 – 117 עמודים 58 – 61.

בפעילות יש תיאור של השלבים במציאת הייצוג האלגברי.

חשוב להזכיר שוב שבחישוב השיפוע יש להקפיד על סדר השיעורים של המונה והמכנה.

כדאי לשאול כמודגם על הרקע התכלת. האם היינו מקבלים אותו ערך של b אילו היינו מציבים את שיעורי הנקודה השנייה?

כדאי ללמד את התלמידים לבדוק את תשובותיהם על ידי הצבת שיעורי הנקודות הנתונות בייצוג האלגברי שהתקבל. למשל, להציב את הנקודה הנתונה (1 , 3) בפונקציה שהתקבלה y = 5x – 2.
ולוודא שאומנם 3 = 5·1 – 2.

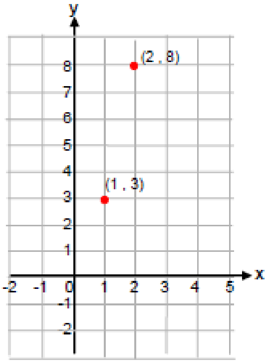
חשוב להדגיש שיש רק פונקציה אחת מתאימה, שכן דרך שתי נקודות עובר ישר אחד ויחיד.

כדאי לסכם כמודגם על הרקע הצהוב בעמוד 58.

פעילות 15 – משתי נקודות לייצוג אלגברי

ידוע שהגרף של הפונקציה הקווית y = mx + b עובר דרך הנקודות: (1 , 3) ו- (2 , 8).

- האם יש רק קו ישר אחד שעובר דרך שתי נקודות אלו?
- האם ניתן למצוא את הייצוג האלגברי של ישר זה?



נסרטט מערכת צירים.

נסמן בה את שתי הנקודות הנתונות (1 , 3) , (2 , 8).

מיכל אומרת

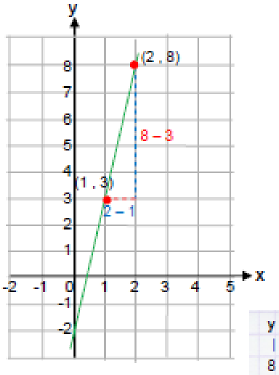
דרך שתי נקודות עובר קו ישר אחד ויחיד.

לכן יש רק ישר אחד.

איך אמצא את הערך של m ואת הערך של b ?

נועה אומרת

השיפוע הוא: השינוי בערכי y חלקי השינוי בערכי x.



$m = \frac{\text{השינוי ב- } y}{\text{השינוי ב- } x}$

$\frac{8 - 3}{2 - 1} = 5$

$m = 5$

$y = 5x + b$

כדי למצוא את b

נציב את הנקודה (2 , 8):

$y = 5x + b$

$8 = 5 \cdot 2 + b$

y = 5x + b
8 = 5·2 + b

מקבלים משוואה שבה הנעלם הוא b. $8 = 10 + b$

נפתור את המשוואה. $b = -2$

הייצוג האלגברי של הישר הוא: $y = 5x - 2$

הציבו את הנקודה השנייה, (1 , 3). האם גם במקרה זה קיבלתם ? y = 5x – 2 בדקו.

תרגילים מתאימים 109 – 117
עמודים 58 – 60

שתי נקודות הנמצאות על גרף הפונקציה קובעות ישר אחד ויחיד.

- הייצוג האלגברי של הישר הוא **y = mx + b**.
- את **m** מחשבים על ידי $m = \frac{\text{השינוי ב- } y}{\text{השינוי ב- } x}$.
- מציבים את השיעורים של אחת הנקודות במקום **x** ובמקום **y** בייצוג האלגברי.
- מקבלים משוואה שבה **b** הוא הנעלם.
- פותרים את המשוואה.

- **שתי נקודות** מגדירות פונקציה קווית אחת ויחידה.
- **שיפוע ונקודה** מגדירים פונקציה קווית אחת ויחידה.

דוגמה פתורה – עמוד 58

בפעילות 15 הייצוג האלגברי שמצאנו היה של פונקציה עולה.

בדוגמה זו יתקבל ייצוג אלגברי של פונקציה יורדת.

דוגמה: מה הייצוג האלגברי של הפונקציה הקווית העוברת דרך שתי הנקודות: (4 , –8) , (1 , 1) ?

$m = \frac{-8-1}{4-1}$

$m = \frac{-9}{3}$

$m = -3$

$y = -3x + b$

נציב (1 , 1):

$1 = -3\cdot1 + b$

$1 = -3 + b$

$b = 4$

הפונקציה $\mathbf{y = -3x + 4}$

תרגילים

עמ' 58

109. מה הייצוג האלגברי של הפונקציה הקווית שעוברת דרך שתי הנקודות: (1 , 3) , (2 , 1) ?

מצאו את הייצוג האלגברי וסרטטו את גרף הפונקציה.

$\mathbf{y = -2x + 5}$

עמ' 58

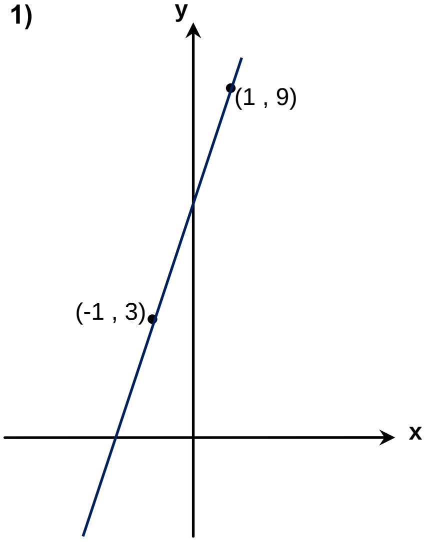
110. מצאו את הייצוג האלגברי של כל אחד משני הגרפים הבאים.

א. היעזרו בשתי הנקודות המסומנות על הישר וחשבו את השיפוע.

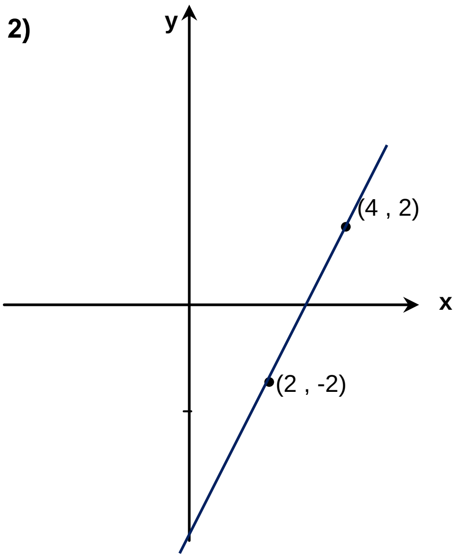
ב. הציבו את אחת הנקודות ומצאו את **b**.

ג. כתבו את הייצוג האלגברי. $\mathbf{y = 2x - 6}$, $\mathbf{y = 3x + 6}$

1)



2)



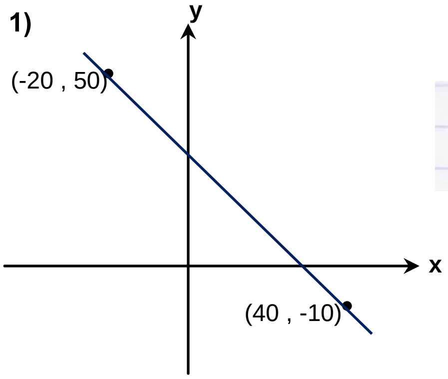
עמ' 59

.111 מצאו את הייצוג האלגברי של כל אחד משני הגרפים הבאים.

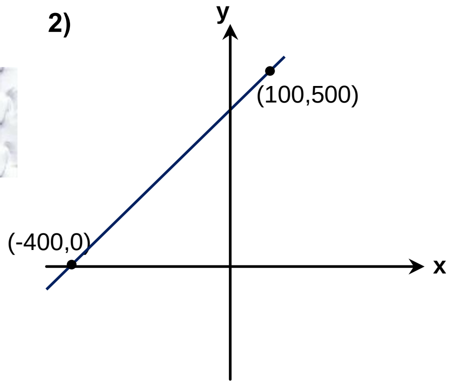
א. היעזרו בשתי הנקודות המסומנות על הישר וחשבו את השיפוע.

ב. הציבו את אחת הנקודות ומצאו את b.

ג. כתבו את הייצוג האלגברי. $y = -x + 30$, $y = x + 400$



שימו לב, מערכות הצירים המסורטטות הן בקנה מידה שונה.

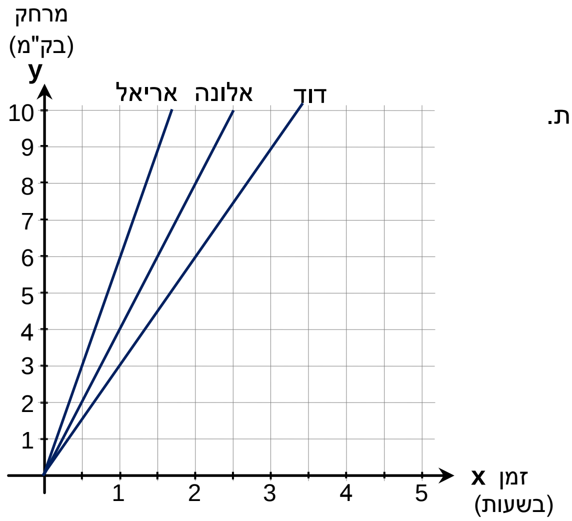


עמ' 59

.112 אריאל, דוד, ואלונה השתתפו בצעדה העממית לרגל יום העצמאות.
כל אחד מהם התקדם בקצב קבוע משלו.
הגרפים שלפניכם מתארים חלק מהתנועה של שלושת הצועדים.

א. על סמך המידע שבגרפים כתבו לכל אחד מהמשתתפים את הייצוג האלגברי המתאים.

ב. מסלול הצעדה היה באורך של 18 ק"מ.
חשבו מתי הגיע כל אחד מהם אל נקודת הסיום.



א. למציאת הייצוג האלגברי של כל אחת מהפונקציות ניתן להיעזר בשתי נקודות על כל אחד מהגרפים.
אולם, במקרה זה הישרים עוברים דרך הראשית ולכן ידוע שהם מהצורה $y = mx$. את הערך של m ניתן לחשב על ידי שיפוע בין שתי נקודות, או מציאת נקודה נוחה (נקודה שנמצאת על קווי הרשת) ולבדוק פי כמה גדול השיעור של y מהשיעור של x. (שאלה זו שקולה ל: מה גובה המדרגה כאשר רוחבה הוא יחידה אחת).
על הגרף של אריאל נוח לבחור את הנקודה (1 , 6). הייצוג האלגברי המתאים: $y = 6x$.
על הגרף של אלונה נוח לבחור את הנקודה (1 , 4). הייצוג האלגברי המתאים: $y = 4x$.
על הגרף של אריאל נוח לבחור את הנקודה (1 , 3). הייצוג האלגברי המתאים: $y = 3x$.

ב. הכוונה לחישוב על סמך שימוש בייצוג האלגברי. להציב $y = 18$. ניתן כמובן להסיק זאת מהגרף ללא חישוב.
אריאל – 3 שעות , אלונה – 4.5 שעות , דוד – 6 שעות.
כדאי לשאול את התלמידים שאלות נוספות כמו למשל, באיזה מרחק מהיציאה היו תחנות לקבלת מים. כיצד בא לידי ביטוי בגרפים ההבדל במהירויות. הגרף של אלונה תלול יותר מהגרף של דוד. מה נוכל ללמוד מעובדה זו על המהירויות שלהם.

כדאי להסב את תשומת לב התלמידים לכך שבסרטוט לכל ציר יש קנה מידה שונה.

תרגיל 113 לתרגול דיפרנציאלי למתקדמים.

עמ' 59

113. הגרף של פונקציה קווית חותך את הצירים בנקודות $(0 , -4)$, $(-2 , 0)$.

א. מצאו את הייצוג האלגברי של הפונקציה.

ב. נתונים ייצוגים אלגבריים של שלושה ישרים נוספים.

(1 $2y - x - 4 = 0$

(2 $y - 10 = 2x$

(3 $6y + 3x = 1$

קבעו איזה משלושת הישרים מקביל לגרף הפונקציה הנתונה? הסבירו.

א. שיפוע הישר הנתון הוא $-\frac{1}{2}$. השיפוע מתקבל מהמנה: $\frac{0-(-2)}{-4-0}$

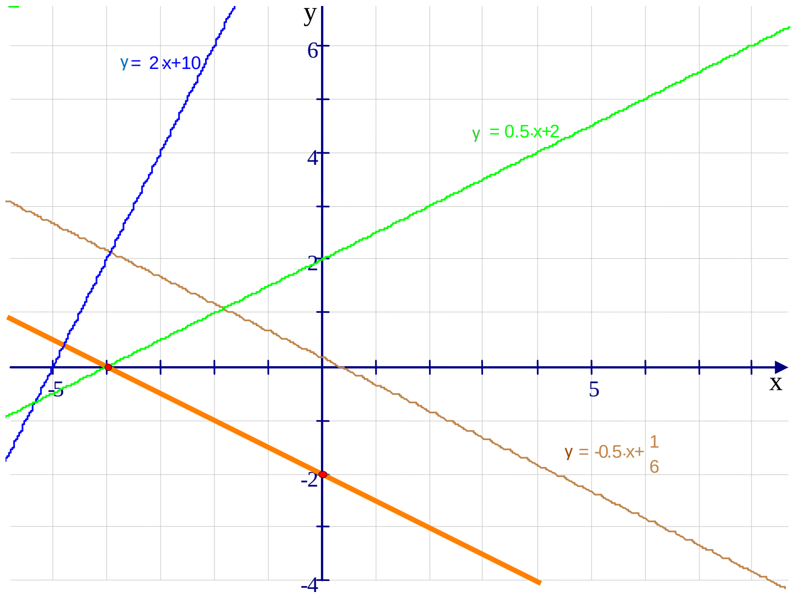
הישר חותך את ציר ה- y בנקודה -2.

לכן משוואת הישר היא: $y = -\frac{1}{2}x - 2$.

ב. פתרון אלגברי. על מנת לקבוע את המקבילות של הישרים מספיק למצוא את השיפועים שלהם.
אם נציג כל אחד מהישרים בצורה $y = mx + b$. נקבל מההצגות המפורשות שלהם שרק לישר (3) יש אותו השיפוע כמו לישר הנתון: ($y = -\frac{1}{2}x - 2$).

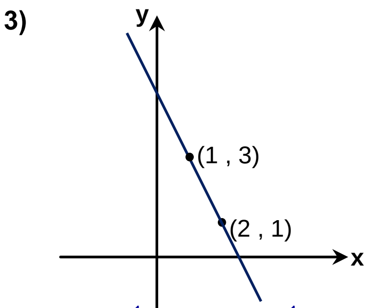
1) $y = \frac{1}{2}x + 2$ 2) $y = 2x + 10$ 3) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}$.

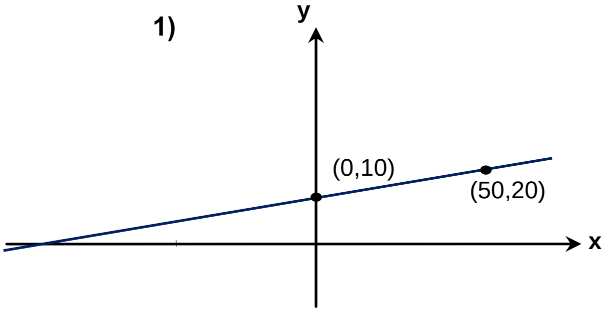
פתרון גרפי: הצגה גרפית שממנה אפשר לפחות לפסול את הישרים (1) ו- (2) כמקבילים לישר הנתון.
הקביעה לגבי הישר (3) צריכה להיות מלווה בבדיקה מדויקת של השיפועים.



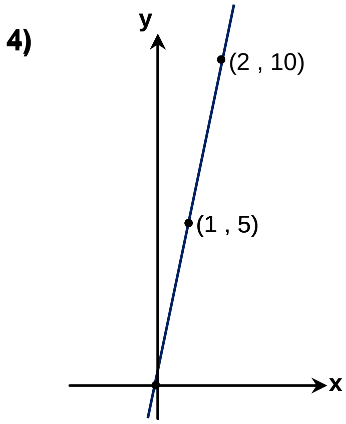
עמ' 60

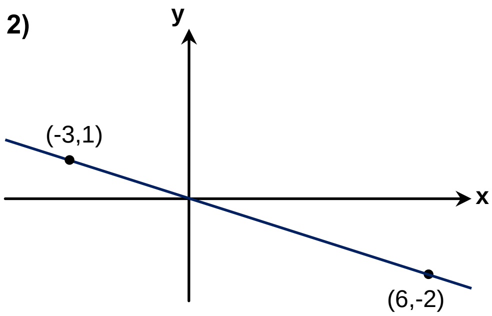
114. מצאו את הייצוג האלגברי של כל אחד מהגרפים הבאים.





$y = \frac{1}{5}x + 10$ (1 $y = -\frac{1}{3}x$ (2 $y = -2x + 5$ (3 $y = 5x$ (4





עמ' 60

115. **בכל סעיף נתונות שתי נקודות. שתי הנקודות נמצאות על גרף של פונקציה קווית.**

3) (0 , 5) , (1 , 5)   **2)** (0 , 1) , (4 , –3)   **1)** (0 , 1) , (5 , 11)

א. מצאו את הייצוגים האלגבריים של הפונקציות.   **$y = 2x + 1$ (1 $y = -x + 1$ (2 $y = 5$ (3**

ב. האם ניתן למצוא את הייצוג האלגברי של הפונקציה בסעיף 3, ישירות משתי הנקודות, ללא חישובים וללא סרטוט? הסבירו.

ב. כן. לשתי הנקודות אותו שיעור של y. המשמעות היא שהפונקציה קבועה. ערך ה- b הוא שיעור ה- y. לכן הייצוג האלגברי של הפונקציה הוא y = 5.

עמ' 60

116. **א.** כתבו ייצוג אלגברי של פונקציה קווית שהשיפוע שלה 0, והיא נמצאת מעל לציר ה- **x**. סרטטו את גרף הפונקציה.

ב. כתבו ייצוג אלגברי של פונקציה קווית שהשיפוע שלה 0, והיא נמצאת מתחת לציר ה- **x**. סרטטו את הגרף באותה מערכת צירים.

א. y = b כאשר b יכול להיות כל מספר חיובי. y = 1.7 , y = 304 , y = 2. וכדומה.

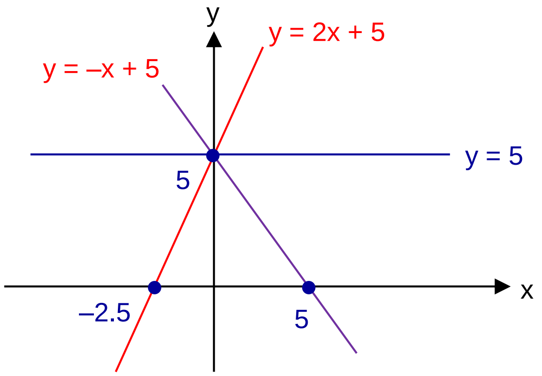
ב. y = b כאשר b יכול להיות כל מספר שלילי. y = –1.7 , y = –304 , y = –2. וכדומה.

תרגיל 117 הוא תרגיל נוסף למתקדמים.

עמ' 60

117. כתבו ייצוגים אלגבריים של שלוש פונקציות קוויות שחותכות את ציר ה- **y** בנקודה (0 , 5): אחת קבועה, אחת עולה, ואחת יורדת.
תכננו את המשוואות כך שהשטח הכלוא בין הגרף של הפונקציה היורדת ושני הצירים יהיה **גדול** מהשטח הכלוא בין הגרף של הפונקציה העולה ושני הצירים. היעזרו בתרשים של הגרפים.

אין בעיה לתת ייצוגים שונים לפונקציות החותכות את ציר ה- y בנקודה (0 , 5). הקושי פה הוא בתכנון השטח של המשולש שייוצר.
אחד מקדקודי המשולש הוא הנקודה (0 , 5). כלומר גובה אחד של המשולש הוא באורך 5 יחידות.
גובה זה משותף לשני המשולשים המבוקשים. לכן כדי שיתקיים התנאי צריך שהמרחק בין ראשית הצירים לנקודת החיתוך עם ציר ה- x של הפונקציה העולה (המשולש שמשמאל לציר ה- y) יהיה קטן מהמרחק בין ראשית הצירים לנקודת החיתוך עם ציר ה- x של הפונקציה היורדת (המשולש שמימין לציר ה- y).
יש כמובן אינסוף אפשרויות. למשל $y = 2x + 5$ ו- $y = –x + 5$. הפונקציה העולה חותכת את ציר ה- x בנקודה $x = –2.5$ ואילו הפונקציה היורדת חותכת את ציר ה- x בנקודה $x = 5$. נבקש מהתלמידים לחשב את השטחים ולבדוק.
נכליל ונקבל שהמסקנה היא: מכיוון שהערך של b קבוע, ככל שהמקדם m בערכו המוחלט גדול יותר, נקודת החיתוך תהיה קרובה יותר לציר ה- x.



<u>המלצות לפעילויות נוספות:</u>
ניתן לתת שאלות כגון:
נתונות שלוש נקודות: (5 , 2–) , (15– , 6) , (20– , 8).
האם שלוש הנקודות נמצאות על ישר אחד? הסבירו.
כדאי לדון באסטרטגיות שונות לענות על השאלה. אפשר למצוא את הייצוג האלגברי של פונקציה שהגרף שלה עובר דרך שתיים מהנקודות, ולבדוק האם הנקודה השלישית מונחת על הגרף.
ניתן למשל למצוא לכל זוג נקודות את השיפוע של הגרף העובר דרך הנקודות. אם השיפוע הוא אותו שיפוע יכול להיות שמדובר באותו ישר או בישרים מקבילים. במקרה זה, הגרפים אינם ישרים מקבילים שכן יש נקודה משותפת. כלומר הנקודות נמצאות על אותו ישר.

השוואת פונקציות – עמוד 61

פעילות 16 – מה כדאי יותר? עמוד 61

אפיון הפעילות: שאלת כדאיות המבוססת על השוואה באמצעות הגרפים.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 17.

התלמידים פתרו שאלות כדאיות שונות כבר במהלך כיתה ז.

בשאלה זו המוקד הוא השוואה באמצעות הגרפים.

פעילות זו מהווה תשתית לנושא אי שוויונות שיילמד בהמשך. שימוש בגרפים נותן כלי לפתרון אי-שוויונות לפני ההוראה של האלגוריתם הפורמאלי.

חשוב לבצע הלכה למעשה את התהליך ולהדגים את ההשוואה. ולקשר את המשמעות שגרף אחד נמצא מעל הגרף האחר לפתרון של אי-שוויונות. בעמוד 62 בסעיף ה מתמקדים בהיבט זה. חשוב להשתמש בסרגל משולש או בכל מתוח אחר, להסיע אותו לאורך ציר ה- x כדי לראות מתי גרף מסוים נמצא מעל או מתחת לגרף האחר. חשוב לזכור, כמו בתחומי עליה וירידה / חיוביות ושליליות, גם כאן. אנו משווים את ערכי ה- y, אבל **התשובה** מתייחסת לתחום – **לערכי ה- x** עבורם מתקיים האי-שוויון.

פעילות 16 – מה כדאי יותר?

במרכז הספורט "נשמור על כושר" גובים תשלום קבוע של 100 שקלים לחודש, ובנוסף 10 שקלים עבור כל חוג.

במרכז הספורט "ספורט לעם" לא גובים תשלום קבוע, אך גובים 30 שקלים עבור כל חוג.

1) עבור כמה חוגים התשלום בשני המרכזים שווה?

2) עבור כמה חוגים ההצעה של "ספורט לעם" זולה יותר?

"נשמור על כושר"		**"ספורט לעם"**	
x	מספר החוגים	x	מספר החוגים
10x	תשלום עבור החוגים	30x	תשלום עבור החוגים
100 + 10x	התשלום הכולל לחודש	30x	התשלום הכולל לחודש

א. נכתוב פונקציות המתארות את התשלום הכולל לחודש בכל אחד מהמרכזים:

"נשמור על כושר" $y_1 = 100 + 10x$

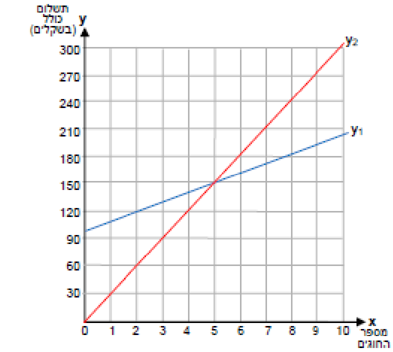
"ספורט לעם" $y_2 = 30x$

ב. אנו שואלים:

1) עבור אילו ערכים של x התשלום בשני המרכזים שווה?

2) עבור אילו ערכים של x הערכים של הפונקציה y_2 קטנים מהערכים של הפונקציה y_1 ?

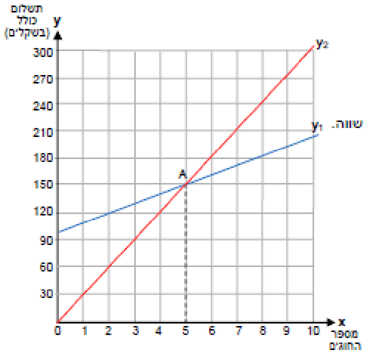
ג. נסרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של שתי הפונקציות.



אין משמעות לערכי הביניים
חיבור הנקודות בקו מסייע
בראיית המגמה ובתהליך הפתרון.

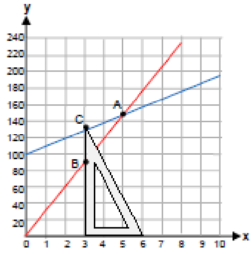
ד. כיצד ניתן לראות **מהגרף** עבור איזה ערך של x לשתי הפונקציות ערך שווה?

רינת אומרת
שני הגרפים נחתכים בנקודה (5 , 150).
כלומר, עבור 5 חוגים (x = 5) התשלום בשני המרכזים שווה.
התשלום הוא 150 שקלים.



ה. כיצד ניתן לראות מהגרף עבור אילו ערכים של x הערכים של הפונקציה y_2 קטנים מהערכים של הפונקציה y_1 ?

נועה אומרת
משמאל לנקודת החיתוך.
הישר האדום נמצא מתחת לישר הכחול.
עבור כל מספר קטן מ- 5 התשלום ב "ספורט לעם" נמוך יותר מהתשלום ב "נשמור על הכושר".



למשל,
עבור השתתפות ב- 3 חוגים משלמים ב"ספורט לעם" פחות מאשר ב"נשמור על כושר".
הנקודה B נמצאת מתחת לנקודה C.

עבור ערכים של x **הקטנים מ- 5**,
הערך של y_2 קטן מהערך של y_1.

תשובה: עבור כל מספר של חוגים הקטן מ- 5 ההצעה של "ספורט לעם" זולה יותר.

מימין לנקודה A הישר האדום נמצא מעל לישר הכחול.
מה המשמעות לגבי התשלום החודשי בכל אחד מהמרכזים?

דוגמאות פתורות – עמוד 62

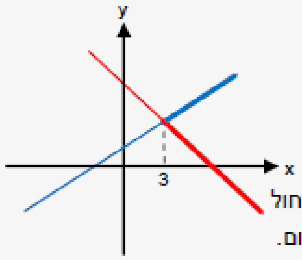
הדגמה של השוואה בין שני גרפים.

דוגמאות:

1) עבור $x > 3$

הגרף הכחול נמצא מעל הגרף האדום.

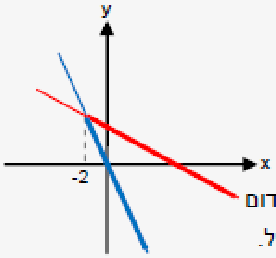
ערכי ה- y של הגרף הכחול גדולים מערכי הגרף האדום.



2) עבור $x > -2$

הגרף האדום נמצא מעל הגרף הכחול.

ערכי ה- y של הגרף האדום גדולים מערכי הגרף הכחול.



פעילות 17 – השוואת פונקציות
עמוד 63

אפיון הפעילות: השוואת פונקציות.
משמעות גרפית של השאלה עבור אילו ערכים של x הערכים של הפונקציה y_1 גדולים מהערכים של הפונקציה y_2.

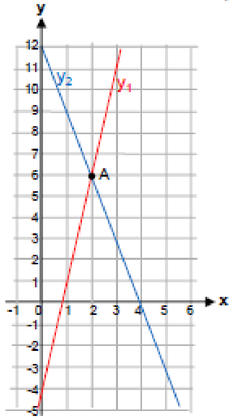
תרגילים מתאימים: תרגילים 118, 119 עמוד 64.

פעילות 17 – השוואת פונקציות

נתונות שתי פונקציות: $y_2 = -3x + 12$, $y_1 = 5x - 4$.

עבור אילו ערכים של x הערכים של הפונקציה y_1 גדולים מהערכים של y_2 ?

א. נסרטט את הגרפים של שתי הפונקציות במערכת צירים אחת.



ב. כיצד ניתן לראות **מהגרף** עבור אילו ערכים של x הערכים של y_1 גדולים מהערכים של y_2 ?

1) נמצא את נקודת החיתוך.

נקודת החיתוך של שני הגרפים היא (2 , 6).

כלומר, עבור $x = 2$ הערכים של שתי הפונקציות שווים.

2) נתבונן מימין ומשמאל לנקודת החיתוך.

מימין לנקודת החיתוך הגרף של הפונקציה $y_1 = 5x - 4$

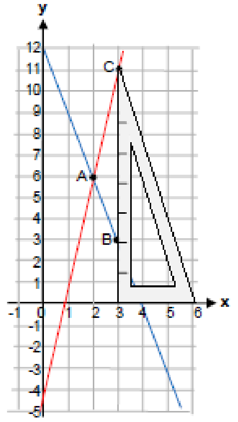
נמצא מעל לגרף של הפונקציה $y_2 = -3x + 12$

עבור כל מספר גדול מ- 2,

הערך של הביטוי $5x - 4$ גדול מהערך של הביטוי $-3x + 12$.

עבור כל מספר קטן מ- 2,

הערך של הביטוי $5x - 4$ קטן מהערך של הביטוי $-3x + 12$.



תרגילים

עמ' 64

.118 בכל סעיף נתונות שתי פונקציות.

מצאו בדרך גרפית עבור אילו ערכים של **x** הערכים של הפונקציה y_1 גדולים מהערכים של הפונקציה y_2 .

1) $y_1 = 2x - 2$, $y_2 = x - 2$ **2)** $y_1 = 4x - 2$, $y_2 = -3x + 5$ **3)** $y_1 = -x + 4$, $y_2 = -2x + 6$

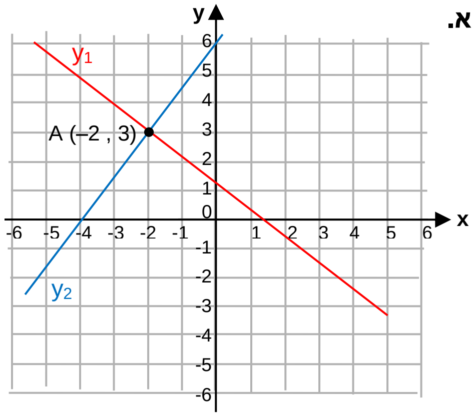
1) $x > 0$ 2) $x > 1$ 3) $x > 2$

עמ' 64

.119 בכל אחד מן הסעיפים הבאים התבוננו בסרטוט המתאים, ענו על השאלה והסבירו את תשובתכם.

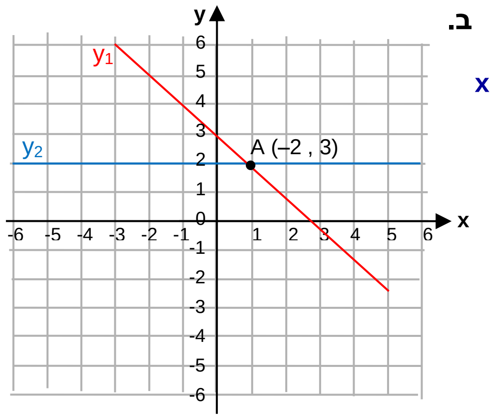
עבור אילו ערכים של **x**, ערכי הפונקציה y_1 (האדומה) **גדולים** מערכי הפונקציה y_2 (הכחולה)?

א.



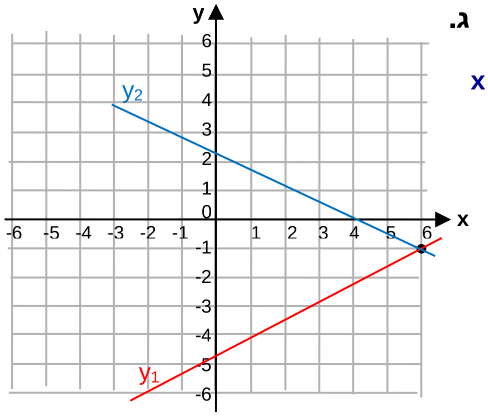
$x < -2$

ב.



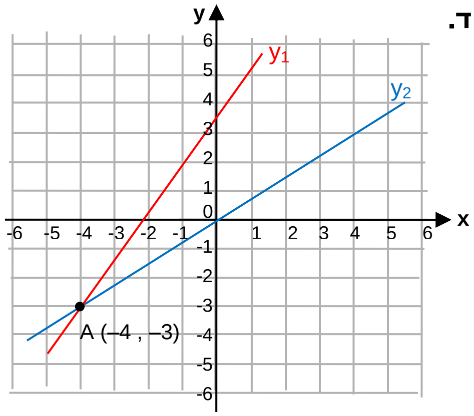
$x < -1$

ג.



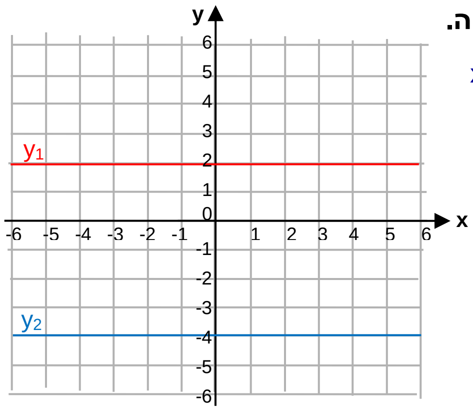
$x > 6$

ד.



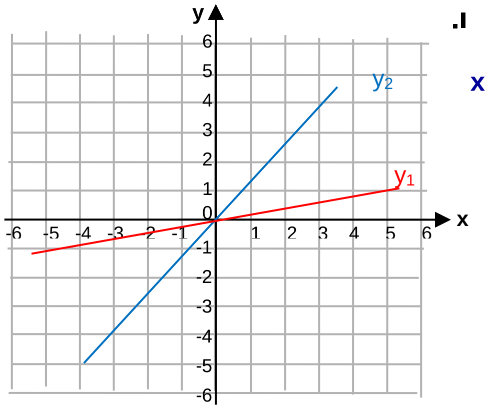
$x > -4$

ה.



לכל x

ו.



$x < 0$

הרחבה: פתרון גרפי של משוואה

הקשר בין שתי פונקציות קוויות לבין משוואה ממעלה ראשונה – עמוד 65

מטרת הפרק לקשר בין הידע על פונקציות קוויות, על ייצוגים גרפיים של פונקציות קוויות, ועל משוואות ממעלה ראשונה בנעלם אחד. בהמשך, החל מעמוד 174, נשתמש בידע זה למשוואות מיוחדות.
התיאורים הגרפיים נותנים היבט נוסף על משוואות שאין להן פתרון ועל משוואות שכל המספרים הם פתרונות שלהן.
כדי לקשור בין הדברים, הפרק פותח במעבר משתי פונקציות קווית למשוואה ממעלה ראשונה בנעלם אחד, ואחר-כך במעבר ממשוואה ממעלה ראשונה בנעלם אחד לשתי פונקציות קווית.
במקרה הראשון מתייחסים לייצוגים האלגבריים של הפונקציות כאל אגפי המשוואה, מסרטטים גרפים ומוצאים את נקודת החיתוך של הגרפים. שיעור ה- x של נקודת החיתוך הוא פתרון המשוואה.
במקרה השני מתייחסים לכל אגף של המשוואה כאל פונקציה קווית.
ניתן להשתמש בעיסוק בקשר שבין משוואה ממעלה ראשונה ושתי פונקציות קוויות ולנצל את העובדה שלשני ישרים נחתכים שאינם מתלכדים יש לכל היותר נקודת חיתוך אחת כדי להסביר מדוע למשוואה ממעלה ראשונה יש פתרון אחד פרט למקרים המיוחדים שהוזכרו לעיל).

לפתרון גרפי של משוואה ממעלה ראשונה יש שתי אסטרטגיות מרכזיות:

1. להביא לצורה $mx + b = 0$. כלומר, למצוא נקודת חיתוך של הפונקציה $y = mx + b$ עם ציר ה- x.

2. להתייחס לכל אחד מהאגפים כאל פונקציה קווית מהצורה $y = mx + b$, לסרטט את הגרפים של שתי הפונקציות באותה מערכת צירים, ולמצוא את ערך ה- x של נקודת החיתוך של הגרפים.

הסבר מדוע למשוואה ממעלה ראשונה פתרון יחיד, נשען על האסטרטגיה של הפתרון הגרפי.

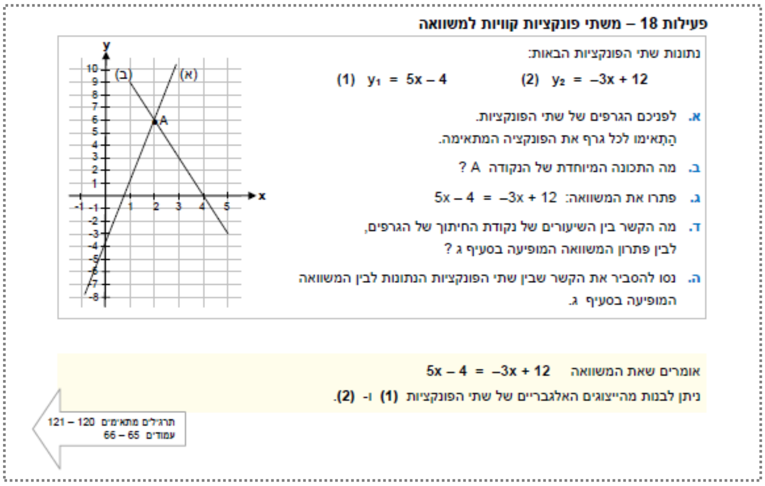
פעילות 18 – משתי פונקציות קוויות למשוואה עמוד 65

אפיון הפעילות: הסתכלות על פתרון של משוואה מהצורה $5x - 4 = -3x + 12$
כעל נקודת החיתוך של שתי הפונקציות הקוויות:

$y_1 = 5x - 4$; $y_2 = -3x + 12$

תרגילים מתאימים: 120, 121 עמודים 65 , 66.

א. במערכת הצירים מסורטטים הגרפים של שתי הפונקציות הנתונות.
גרף א מתאים ל- y_1 : הפונקציה עולה,
(0 , –4) נקודת החיתוך עם ציר ה- y.
(–4) הוא ערך ה- b של הפונקציה.
גרף ב מתאים ל- y_2 : הפונקציה יורדת, נראה שאם נמשיך את גרף הפונקציה הוא יחתוך את ציר ה- y בנקודה (0 , 12). 12 הוא ערך ה- b של הפונקציה.


פעילות 18 – משתי פונקציות קוויות למשוואה

נתונות שתי הפונקציות הבאות:

(1) $y_1 = 5x - 4$ (2) $y_2 = -3x + 12$

א. לפניכם הגרפים של שתי הפונקציות.
הַתְאימו לכל גרף את הפונקציה המתאימה.

ב. מה התכונה המיוחדת של הנקודה A ?

ג. פתרו את המשוואה: $5x - 4 = -3x + 12$

ד. מה הקשר בין השיעורים של נקודת החיתוך של הגרפים, לבין פתרון המשוואה המופיעה בסעיף ג ?

ה. נסו להסביר את הקשר שבין שתי הפונקציות הנתונות לבין המשוואה המופיעה בסעיף ג.

אומרים שאת המשוואה $5x - 4 = -3x + 12$
ניתן לבנות מהייצוגים האלגבריים של שתי הפונקציות **(1)** ו- **(2)**.

תרגילים מתאימים 120 – 121
עמודים 65 – 66

ב. הנקודה A נמצאת על הגרפים של שתי הפונקציות. כלומר בנקודה A לשתי הפונקציות ערך שווה. עבור $x = 2$:
$f(2) = g(2) = 6$

ג. $5x - 4 = -3x + 12$ ← $8x = 16$ ← $\boxed{x = 2}$

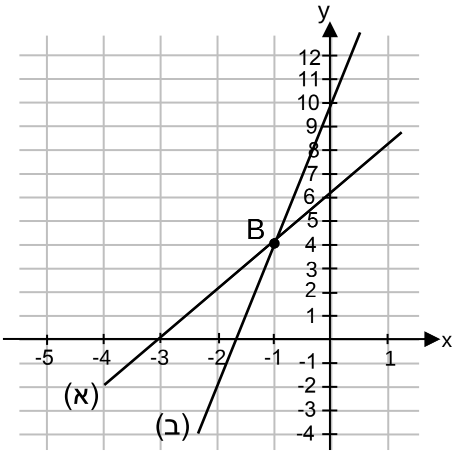
ד. + ה. כאשר $x = 2$ שני אגפי המשוואה שווים. 2 הוא פתרון המשוואה והוא שיעור ה- x של נקודת החיתוך A.

תרגילים

עמ' 65

120. נתונות שתי הפונקציות הבאות:

(1) $y_1 = 6x + 10$ **(2)** $y_2 = 2x + 6$



א. לפניכם הגרפים של שתי הפונקציות.
הַתְאִימו לכל גרף את הפונקציה המתאימה. **א – y_2 , ב – y_1**

ב. רשמו את השיעורים של נקודת החיתוך של הגרפים. **(–1 , 4)**

ג. בנו משוואה שאגפיה בנויים מהייצוגים האלגבריים של הפונקציות (1) ו- (2), כמו שעשינו בפעילות 1 ופתרו את המשוואה.
2x + 6 = 6x + 10

ד. מה הקשר בין השיעורים של נקודת החיתוך שמצאתם בסעיף ב, לבין פתרון המשוואה המופיעה בסעיף ג ?

א. גרף א מתאים ל- y_2: פונקציה עולה, חותכת את ציר ה- y ב- 6 (שיעור ה- b).
גרף ב מתאים ל- y_1: פונקציה עולה, תלולה יותר מ- y_2, חותכת את ציר ה- y ב- 10 (שיעור ה- b).

ב. B (–1 , 4). לפי הגרף.

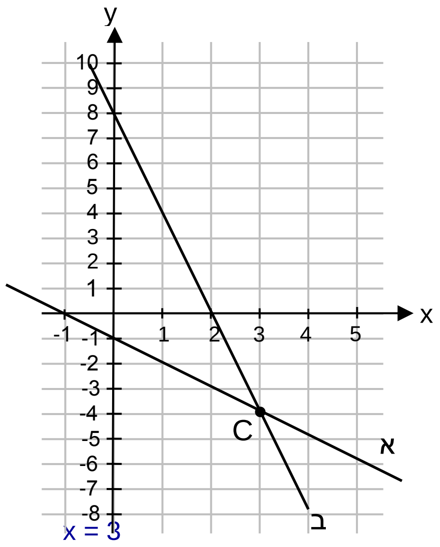
ג. $2x + 6 = 6x + 10$
$-4x = -x$
$\boxed{x = -1}$

ד. נציב (–1) בשתי הפונקציות ונמצא את שיעורי ה- y:
$2 \cdot (-1) + 6 = 4$
$6 \cdot (-1) + 10 = 4$
בנקודה A לשתי הפונקציות אותו שיעור x ואותו שיעור y. בנקודה זו לשני אגפי המשוואה יש אותו ערך.
שיעור ה- x של נקודה זו הוא פתרון המשוואה.

עמ' 66

121. נתונות שתי הפונקציות הבאות:

(2) $y_2 = -x - 1$ **(1)** $y_1 = -4x + 8$



א. לפניכם הגרפים של שתי הפונקציות.
הַתְאימו לכל גרף את הפונקציה המתאימה. **1 – ב , 2 – א**

ב. רשמו את השיעורים של נקודת החיתוך של הגרפים. **(3 , –4)**

ג. בנו משוואה שאגפיה בנויים מהייצוגים האלגבריים של הפונקציות (1) ו- (2), כמו שעשינו בפעילות 1 ופתרו את המשוואה..

ד. מה הקשר בין השיעורים של נקודת החיתוך שמצאתם בסעיף ב, לבין פתרון המשוואה המופיעה בסעיף ג ?

ג. $-4x + 8 = -x - 1$

שיעור ה- x של נקודת החיתוך של הגרפים הוא **הפתרון** של המשוואה הבנויה משתי הפונקציות.

דוגמה:

שתי הפונקציות	נקודת החיתוך של הגרפים	הפתרון של המשוואה
$y_1 = 5x - 4$, $y_2 = -3x + 12$	(2 , 6)	$5x - 4 = -3x + 12$ $x = 2$
$y_1 = 2x + 6$, $y_2 = 6x + 10$	(–1 , 4)	$2x + 6 = 6x + 10$ $x = -1$
$y_1 = -4x + 8$, $y_2 = -x - 1$	(3 , –4)	$-4x + 8 = -x - 1$ $x = 3$

אם מייצגים כל אחד מהאגפים של משוואה ממעלה ראשונה בנעלם יחיד, על ידי פונקציה קווית, הרי ש:

- שיעור ה- x של נקודת החיתוך של הגרפים של שתי הפונקציות הוא פתרון של המשוואה.
- הערך של שתי הפונקציות עבור x זה הוא אותו הערך.

פעילות 19 – ממשוואה לשתי פונקציות קוויות: פתרון גרפי של משוואה עמוד 66

אפיון הפעילויות: פתרון משוואה ממעלה ראשונה בנעלם אחד בדרך גרפית.

תרגילים מתאימים: 122 – 127 עמוד 67.

בפעילות נתונה משוואה אותה אנו רוצים לפתור ואנחנו מפרקים אותה לשתי פונקציות קוויות. כל אגף של המשוואה הוא הייצוג האלגברי של אחת משתי הפונקציות.

(בשלב זה לא נדון ולא נבדוק מה המשמעות לגבי משוואות השקולות למשוואה זו, המתקבלות מהמשוואה המקורית על ידי ביצוע פעולות זהות על שני האגפים.)

פעילות 19 – פתרון גרפי של משוואה: ממשוואה לשתי פונקציות קוויות

בפעילות זו נראה כיצד אפשר לפתור משוואה ממעלה ראשונה בדרך גרפית.

נתונה המשוואה: $2x + 3 = 6x - 1$

א. הציעו שתי פונקציות מהן ניתן לבנות את המשוואה.

ב. סרטטו את הגרפים של שתי הפונקציות במערכת צירים, ומצאו את שיעור ה- x של נקודת החיתוך שלהן.

ג. מה הפתרון של המשוואה? הסבירו.

תרגילים מתאימים 122 – 127
עמוד 67

כיצד פותרים משוואה ממעלה ראשונה בנעלם אחד בדרך גרפית?

א. מייצגים כל אחד מאגפי המשוואה כפונקציה.

ב. מסרטטים את הגרפים של שתי הפונקציות באותה מערכת צירים.

ג. מוצאים את נקודת החיתוך של הגרפים.

שיעור ה- x של נקודת החיתוך הוא **הפתרון** של המשוואה.

המניפולציות שנבצע בשלב זה על המשוואה הנתונה הן, למשל, כינוס איברים דומים בכל אגף והבאת האגף לצורה $mx + b$.
בפתרון גרפי של משוואה לינארית אין הבדל מהותי בין סרטוט הגרפים של האגפים כפי שהם נתונים לבין אלו שיכולים להתקבל ממניפולציות שומרות שקילות על המשוואה. לשיקולי דעת אלו יהיה יותר מקום בכיתה ט כאשר נעסוק בפתרון גרפי של משוואה ממעלה שנייה.

בפעילות זו בונים את שתי הפונקציות $y_1 = 2x + 3$; $y_2 = 6x - 1$.

מסרטטים את הגרפים של שתי הפונקציות ומוצאים את השיעורים של נקודת החיתוך.

ערך ה- x של נקודת החיתוך הוא הפתרון של המשוואה.

דוגמה פתורה – עמוד 67

בדוגמה מוצג המקרה שבו אחד מאגפי המשוואה הוא מספר.

במקרה זה אחת הפונקציות היא פונקציה קבועה.

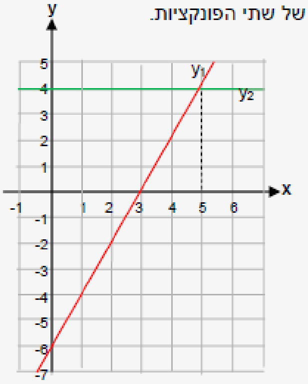
דוגמה:

נתונה המשוואה: $2x - 6 = 4$

א. הציעו שתי פונקציות שנקודת החיתוך של הגרפים שלהן נותנת את פתרון המשוואה.

ב. תשובה: $y_1 = 2x - 6$
$y_2 = 4$

ג. נסרטט במערכת צירים אחת את הגרפים של שתי הפונקציות.



ד. השיעורים של נקודת החיתוך של שני הגרפים הם: (5 , 4).

הפתרון של המשוואה $2x - 6 = 4$ הוא $x = 5$

תרגילים

עמ' 67

122. נתונה המשוואה: **$3x - 5 = 5x - 9$.**

א. פתרו את המשוואה.

ב. הציעו שתי פונקציות שנקודת החיתוך של הגרפים שלהן נותנת את פתרון המשוואה.

ג. סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של שתי הפונקציות, ומצאו את השיעורים של נקודת החיתוך של הגרפים.

ד. השוו בין התשובה לסעיף א, לבין התשובה לסעיף ג. מה קיבלתם?

א. $3x - 5 = 5x - 9$

$4 = 2x$

$\boxed{x = 2}$

ב. $f(x) = 3x - 5$; $g(x) = 5x - 9$

ג. שיעורי נקודת החיתוך $(2 , 1)$

ד. שיעור ה- x של נקודת החיתוך הוא הפתרון של המשוואה.

עמ' 67

123. פתרו בדרך גרפית את המשוואות הבאות:

1) $4x + 7 = -2x + 19$ **$x = 2$**

2) $2x - 1 = -x + 5$ **$x = 2$**

עמ' 67

124. פתרו בדרך גרפית את המשוואות הבאות:

1) $x + 4 = 3x - 2$ **$x = 3$**

2) $2x + 5 = 3$ **$x = -1$**

תרגיל 125 נועד לתרגול נוסף דיפרנציאלי.

עמ' 67 **.125** נתונות שלוש פונקציות:

1) $y_1 = 4(x + 3)$

2) $y_2 = -2(x - 3)$

3) $y_3 = 4$

סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של שלש הפונקציות.

א. התבוננו בסרטוט ורשמו את השיעורים של נקודת החיתוך של הגרפים של פונקציה (1) ופונקציה (3).
סמנו נקודה זו ב- A.

ב. פתרו בדרך גרפית את המשוואה $\mathbf{-2(x - 3) = 4}$

ג. פתרו בדרך גרפית את המשוואה $\mathbf{4(x + 3) = -2(x - 3)}$

ד. סמנו את נקודות החיתוך של הגרפים באותיות A , B , C וחשבו את שטח משולש ABC.

א. $4(x + 3) = 4$

$\boxed{x = -2}$

$y_1 = 4(-2 + 3) = 4 \cdot 1 = 4 = y_3$ ← **A (–2 , 4).**

הפונקציה $y_3 = 4$ מקבילה לציר ה- x, חותכת את הגרף ב- $y = 4$ ← $x = -2$.

ב. $-2(x - 3) = 4$

$-2x + 6 = 4$

$\boxed{x = 1}$

B (1 , 4)

ברור, בלי הצבה, ש- $y = 4$. ההצבה היא רק לצורך בדיקה.

ג. $4(x + 3) = -2(x - 3)$

$\boxed{x = -1}$

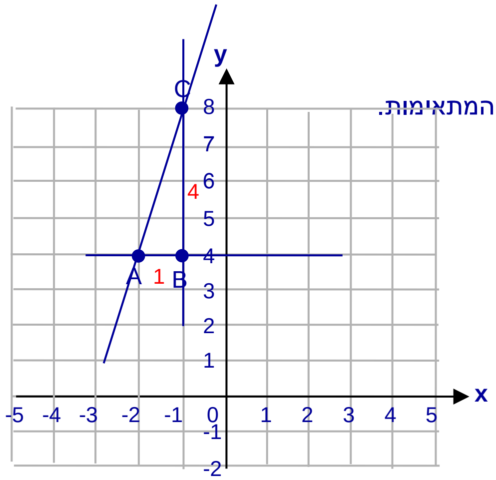
$y_1 = 4(-1 + 3) = 4 \cdot 2 = 8$ ← **C (–1 , 8).**

מהמשוואות קיבלנו: $x = -2$ (1) , (3) ✓

$x = -1$ (2) , (3) ✓

$x = -1$ (1) , (2) ✓

שיעורי ה- x של נקודות החיתוך הם הפתרונות של המשוואות המתאימות.



ד. המשולש ישר זווית.

AB , BC ניצבים.

שטח המשולש:

$$\frac{4 \cdot 1}{2} = 2$$

2 יחידות שטח.

עמ' 67

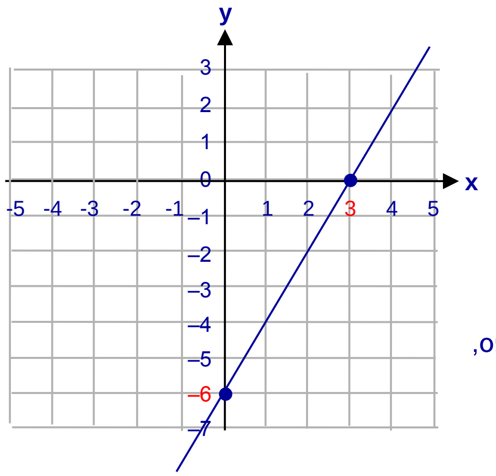
126. הגרפים של הפונקציות $y_1 = -2x + 9$ ו- $y_2 = 24 + \frac{1}{2}x$ נחתכים בנקודה $(-6 , 2)$.

מה הפתרון של המשוואה $-2x + 9 = 24 + \frac{1}{2}x$? הסבירו.

הפתרון הוא שיעור ה- x של נקודת החיתוך. הפתרון הוא $x = -6$.

עמ' 67

127. פתרו בדרך גרפית את המשוואה $2x - 6 = 0$



נקודת החיתוך של הפונקציה $y = 2x - 6$ עם ציר ה- x היא $(3 , 0)$.

בהתאם לכיתה ניתן להתייחס למשוואה זו

כאל שתי פונקציות $y = 0$ ו- $y = 2x - 6$.

בפרק פתרון גרפי של אי שוויונות החל מעמוד 80,

האסטרטגיה המובילה תהיה מעבר למשוואה או אי שוויון שבו אגף אחד הוא אפס,

והתייחסות לפונקציה קווית אחת ולתחומי החיוביות והשליליות שלה.

אי-שוויונות – עמוד 68

מבוא

שני ביטויים שביניהם סימן אי שוויון נקראים אי שוויון. בסימן אי שוויון הכוונה לאחד מהסימנים $>$, $<$, $\neq$.

נבחין בין **אי-שוויון מספרי** – אי שוויון שבו בשני האגפים יש ביטויים מספריים, לבין **אי-שוויון אלגברי** שבו לפחות באחד משני האגפים יש נעלם.

בשלב זה נעסוק באי שוויונות בהם סימן היחס הוא $>$ או $<$.

תחילה נעסוק באי-שוויונות מספריים. על אי-שוויון מספרי ניתן לומר אם הוא נכון או לא נכון. היפוך כיוון האי-שוויון כאשר כופלים במספר שלילי לא נעשה כלמידה נלווית להוראה של פתרון אלגברי של אי-שוויונות, אלה מוקנה באופן מפורש בתחום המספרי.

במהלך ההקניה נתמקד בטענות נכונות של אי-שוויון ונברר מה קורה לטענה נכונה של אי-שוויון כאשר מבצעים פעולה זהה על שני האגפים.

ביצוע פעולה זהה על שני האגפים של אי-שוויון מספרי נכון יכולה להוביל לאחד משני המצבים: תתקבל טענה נכונה או תתקבל טענה לא נכונה.

- במקרה של חיבור או חיסור מספר כלשהו, ובמקרה של כפל או חילוק במספר חיובי, תתקבל טענה נכונה.
- במקרה של כפל או חילוק במספר שלילי, ובמקרה של כפל באפס, תתקבל טענה לא נכונה.
  נלמד איזה שינוי ניתן לבצע, במקרה זה, כדי שתתקבל טענה נכונה.

כאשר נתון אי-שוויון אלגברי לא ניתן לדעת אם הוא נכון או לא נכון. אך ניתן לדעת מהם הערכים שאם נציב אותם במקום הנעלם תתקבל טענה נכונה. כלומר, יתקבל אי-שוויון נכון – ערכים אלה נקראים קבוצת הפתרונות של האי-שוויון.

אחת הדרכים לפתור אי-שוויונות אלגבריים היא, בדומה לפתרון משוואות, ביצוע פעולות זהות על שני האגפים.

ביצוע פעולה זהה על שני האגפים של אי-שוויון אלגברי יכולה להוביל לאחד משני המצבים:

יתקבל אי-שוויון שקול או לא יתקבל אי-שוויון שקול.

אי-שוויונות נקראים אי-שוויונות שקולים אם יש להם בדיוק אותה קבוצת הצבה ואותה קבוצת פתרונות.

בשלב זה לא נעסוק באי-שוויונות עם מכנים שהם ביטויים אלגבריים.

באי-שוויונות עם מכנים אלגבריים יכולה להיות הגבלה על תחום ההצבה.

הפרק עוסק באי-שוויונות ממעלה ראשונה בנעלם אחד.

מבנה הפרק:

- אי שוויונות מספריים – ביצוע פעולות זהות על שני האגפים.
- אי שוויונות אלגבריים – משמעות.
- מהו פתרון של אי שוויון?
- אי שוויונות – פתרון בדרך אלגברית – כולל אי-שוויונות עם מכנים מספריים.
- אי שוויונות – פתרון בדרך גרפית.
  פתרון של אי שוויון שבו אגף אחד הוא אפס.
  פתרון של אי שוויון שבו בשני האגפים ביטויים אלגבריים.

הפרק מתחיל באי-שוויונות מספריים. חקירה של טענות נכונות – מה ההשפעה של ביצוע פעולות זהות על שני האגפים, על נכונות הטענות המתקבלות? נראה שכאשר מחברים או מחסרים גודל זהה משני האגפים, מתקבלת טענה נכונה. אך כאשר

כופלים או מחלקים את שני האגפים במספר זהה עלולה להתקבל טענה לא נכונה. אם כופים או מחלקים במספר שלילי תתקבל טענה לא נכונה. נלמד כיצד ניתן לתקן זאת – להפוך את כיוון סימן האי-שוויון.

שונה המקרה של כפל באפס – במקרה זה מתקבלת טענה לא נכונה. במקרה זה הדרך לתקן את הטענה היא להפוך את סימן האי-שוויון לשוויון. לא נדון במקרה זה שבו הערך של כל אחד מהאגפים הוא אפס.

בהמשך עוברים לאי-שוויונות אלגבריים. מתחילים בשאלות מילוליות כדי להמחיש את העובדה שיש שאלות בחיי היום-יום שהתשובה שלהן היא קבוצה של מספרים ולא מספר בודד. למשל בפעילות 3 שבה המתכננים יכולים להחליט על אורכים שונים כדי לקבל מגרש ששטחו גדול מ- 600 מ"ר.
התלמידים פגשו בעבר שאלות שיש להן יותר מתשובה אפשרית אחת. כאלה שיש להם מספר סופי של תשובות אפשריות, וכאלה שיש להן אינסוף תשובות אפשריות. בפרק הנוכחי לומדים גם לתעד בכתיב אלגברי את קבוצת כל המספרים שמקיימת את התנאי הנחוץ כדי שיהוו פתרון לשאלה. גם פעילויות 4 ו- 7 עוסקת בשאלות בתוך הקשר.
פעילויות 5 , 6 עוסקות באי שוויונות אלגבריים שלא בתוך הקשר.
פעילויות 8 , 9 עוסקות במושג פתרון של אי-שוויון. משמעות ובדיקת ערכים אפשריים.

בשלב הבא עוסקים בהקנייה שיטתית של אסטרטגיות לפתרון אי-שוויונות. תחילה פתרון אלגברי ובהמשך פתרון גרפי.

בפעילויות שבספר, אנחנו בודקים את קבוצת הפתרונות שמצאנו על סמך מספר דוגמאות בלבד. חשוב להדגיש כי הבדיקה אינה מהווה הוכחה לנכונות התשובה. כדי להצדיק נכונות של טענה, לא מספיק לבדוק מספר דוגמאות. יש להצדיק בדרך אחרת את הנכונות. לעומת זאת, כדי להפריך טענה, מספיקה דוגמה נגדית אחת. הבדיקה של מספר דוגמאות מצומצם (דוגמאות למספרים שהם פתרון של האי-שוויון וכאלה שאינם פתרון, נועדה רק כדי לתת תחושה של נכונות.) התהליך האלגברי, או השימוש בגרפים אמורים לספק את ההצדקה.

חשוב מאד להקפיד על המללה של התשובה. למשל, בפעילות 5: "עבור כל מספר גדול מ- 9 תתקבל טענה נכונה". "כל x הגדול מ- 9 הוא פתרון של האי-שוויון". "אם נציב במקום x מספר הגדול מ- 9, תקבל טענה נכונה". חשוב גם להציג את דרך הכתיבה האלגברית: $x > 9$.

בשלב זה אנו עוסקים באי-שוויונות $>$, $<$. לא נעסוק באי-שוויון $\neq$. בהמשך, בכיתה ט, נעסוק גם ב- $\leq$, $\geq$.

אי-שוויונות מספריים – עמוד 68

פעילויות 1 , 2 ותרגילים 1 – 4, מהווים תשתית עליה תתבסס אסטרטגיית הפתרון של אי-שוויונות אלגברים.

נבצע על שני האגפים פעולות שומרות שקילות. במידה ונבצע פעולה שאינה שומרת שקילות – למשל כפל במספר שלילי, נדע כיצד לתקן.

פעילות 1 – מוסיפים מספר שווה לשני האגפים עמוד 68

אפיון הפעילות: כאשר מוסיפים מספר שווה לשני האגפים של אי-שוויון נכון, מתקבלת טענה נכונה.

תרגילים מתאימים: תרגילים 1, 2, 3 עמודים 68, 69.

בפעילות הראשונה התייחסות להוספת מספר שווה לשני האגפים של אי-שוויון נכון.

פעילות 1 – מוסיפים מספר שווה לשני האגפים

לפניכם שש טענות נכונות המנוסחות בשפה המתמטית.

5) $-3 < 11$	3) $5 < 10$	1) $9 < 12$
6) $6 > -6$	4) $-4 > -20$	2) $7 + 7 > 8$

א. בדקו האם הטענות נכונות.

ב. בחרו מספר. בכל סעיף, **הוסיפו** לשני האגפים של האי-שוויון את המספר שבחרתם. האם הטענות החדשות שהתקבלו גם הן נכונות?

נתבונן באי-שוויון מספר (5): $-3 < 11$ הטענה הנתונה היא טענה נכונה.

נוסיף 2 לשני האגפים: $-3 + 2 \overset{?}{<} 11 + 2$ הוספנו 2 לשני האגפים. האם הטענה שהתקבלה נכונה?

✓ $-1 < 13$ הטענה שהתקבלה נכונה.

תרגילים מתאימים 1– 3
עמודים 68 – 69

בתרגילים 1, 2, 3 יש גם התייחסות לחיסור מספר שווה משני האגפים של אי-שוויון נכון. והתייחסות לכפל של שני האגפים של אי-שוויון נכון במספר חיובי.

מומלץ לסכם כמודגם על הרקע הצהוב אחרי כל תרגיל.

תרגילים

1. עמ' 68 לפניכם ארבע טענות נכונות המנוסחות בשפה המתמטית.

בחרו מספר **כלשהו**. בכל סעיף, חסרו משני האגפים של האי-שוויון את המספר שבחרתם. התקבלו טענות חדשות. האם גם הן נכונות?

1) $6 > 2$ **2)** $-4 < 15$ **3)** $-9 > -20$ **4)** $10 < 5 + 6$

כאשר **מחברים** מספר כלשהו לשני האגפים של אי-שוויון נכון מתקבל אי-שוויון **נכון**.

כאשר **מחסרים** מספר כלשהו משני האגפים של אי-שוויון נכון מתקבל אי-שוויון **נכון**.

2. עמ' 68

לפניכם ארבע טענות נכונות המנוסחות בשפה המתמטית.

בחרו **מספר חיובי**. בכל סעיף, כפלו כל אחד מהאגפים של **האי-שוויון** במספר שבחרתם.

האם התקבלו טענות נכונות?

1) $8 < 15$ **2)** $12 > -4$ **3)** $-2 > -10$ **4)** $-3 > -12$

כאשר **כופלים** את שני האגפים של אי-שוויון נכון **במספר חיובי**, מתקבל אי-שוויון **נכון**.

3. עמ' 69

לפניכם ארבע טענות נכונות המנוסחות בשפה המתמטית.

בחרו **מספר שלילי**. בכל סעיף, **כפלו** כל אחד מהאגפים במספר שבחרתם.

האם התקבלו טענות נכונות?

1) $8 < 15$ **2)** $12 > -4$ **3)** $-2 > -10$ **4)** $-3 > -12$

כאשר **כופלים** את שני האגפים של אי-שוויון נכון **במספר שלילי** האי-שוויון המתקבל **שגוי**.

פעילות 2 – כיצד נתקן? עמוד 69

אפיון הפעילות: כאשר כופלים את שני האגפים של אי-שוויון נכון במספר **שלילי** מתקבלת טענה לא נכונה. כדי לקבל טענה נכונה יש להפוך את כיוון סימן האי-שוויון.

תרגילים מתאימים: תרגיל 4 עמוד 70.

בסיום הפעילות יש לסכם את עיקרי הדברים. ניתן להרחיב את הדיון ולנסות לברר מדוע זה נכון. הדיון יכול להיות ברמה המספרית – עם דוגמאות מספריות. ויכול להיות ברמה האלגברית עם הצגה כללית. על-פי שיקול דעת המורה, ובהתאם לכיתה יוחלט האם לערוך את הדיון? האם לערוך אותו עם חלק מהכיתה או עם כלל התלמידים? האם ברמה מספרית או אלגברית?

פעילות 2 – כופלים את שני האגפים במספר שלילי: כיצד נתקן?

כאשר כפלנו אי-שוויון נכון במספר שלילי התקבל אי-שוויון שגוי. כיצד "נתקן" את האי-שוויון החדש?

א. דוגמה: בשני האגפים מספרים חיוביים.

$12 > 8$ אי-שוויון נכון.

$12 > 8 \quad /\cdot(-2)$ נכפול את שני האגפים ב- (-2).

$12\cdot(-2) \overset{?}{>} 8\cdot(-2)$

$-24 > -16$ (מחוק) התקבל אי-שוויון שגוי.

$-24 < -16$ יש **להפוך** את כיוון סימן האי-שוויון.

כאשר **כופלים** את שני האגפים של אי-שוויון נכון **במספר שלילי**, מתקבל אי-שוויון שגוי.
כדי לקבל אי-שוויון נכון, יש **להפוך** את כיוון סימן האי-שוויון.

ב. דוגמה: בשני האגפים מספרים שליליים.

$-3 > -10$ אי-שוויון נכון.

$-3 > -10 \quad /\cdot(-2)$ נכפול את שני האגפים ב- (-2).

$(-3)\cdot(-2) < (-10)\cdot(-2)$ כפלנו במספר שלילי.
לכן **הפכנו** את כיוון סימן האי-שוויון.

$6 < 20$ התקבל אי-שוויון נכון.

ג. בדקו לגבי המקרה שבו
אגף אחד חיובי והשני שלילי.

$11 > -4$

$11 > -4 \quad /\cdot(-2)$

תרגילים מתאימים 4
עמוד 70

סיכום

- כאשר **מחברים** או **מחסרים** מספר זהה (חיובי או שלילי) לכל אחד משני האגפים של אי-שוויון נכון, מתקבל אי-שוויון נכון.
- כאשר **כופלים** או **מחלקים** במספר **חיובי** זהה כל אחד מהאגפים של אי-שוויון נכון, מתקבל אי-שוויון נכון.
- כאשר **כופלים** או **מחלקים** במספר **שלילי** זהה כל אחד מהאגפים של אי-שוויון נכון, יש **להפוך** את סימן האי-שוויון כדי לקבל אי-שוויון נכון.

מה יקרה אם **נכפול** את שני האגפים של אי-שוויון נכון **באפס**?

נדגים על-ידי כפל כל אחד מהאגפים של אי-שוויון נתון ב- (–1). כאשר כופלים את שני האגפים ב- (–1) מתקבלים מספרים נגדיים. מספרים נגדיים נמצאים באותו מרחק מהאפס. אבל, מספר שהמרחק שלו מימין לאפס גדול יותר, הוא גדול יותר. מספר שהמרחק שלו משמאל לאפס גדול יותר, הוא קטן יותר.

כלומר מעבר מהשוואה בין זוג מספרים נתון להשוואה בין זוג המספרים הנגדיים שלהם, משנה את כיוון סימן האי-שוויון.

כדי לקבל טענה נכונה יש להפוך את כיוון סימן האי-שוויון.

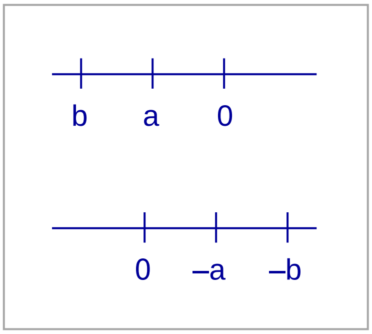
<u>דוגמאות מספריות</u>

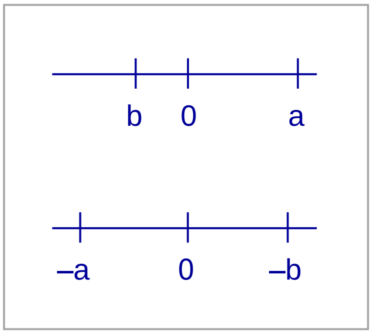
–4 < –7 / ·(–1) 7 > 4 –4 גדול מ- –7. הנגדי של (–4) קטן מהנגדי של (–7).	7 > –4 / ·(–1) –7 < 4 7 גדול מ- –4. הנגדי של 7 קטן מהנגדי של –4.	7 > 4 / ·(–1) –7 < –4 7 גדול מ- 4. הנגדי של 7 קטן מהנגדי של 4.

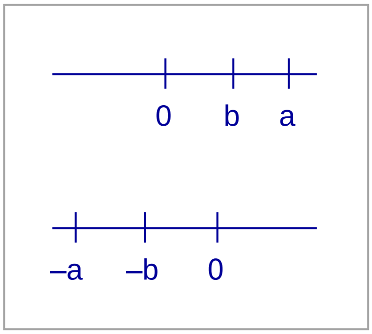
<u>באופן כללי</u>

a > b משמעו הנקודה על ישר המספרים המייצגת את a נמצאת מימין לנקודה המייצגת את b.

לפי שיקול דעת המורה ובהתאם לכיתה תינתן ההכלה האלגברית, המדגימה את שלושת המקרים.







אפשר להתייחס לשיקוף ביחס ל- 0, לסרטוט כל סרטוט מתחת לדוגמה המספרית.

מה יקרה אם **נכפול** את שני האגפים של אי-שוויון נכון **באפס**?

רקע תכלת של דיון: אם כופלים את שני האגפים באפס שני האגפים מתאפסים. לכן מתקבלת טענה לא נכונה: 0 < 0.

כדי לתקן, יש להפוך את סימן האי-שוויון לסימן שוויון. כמובן שאסור לחלק ב- 0.

(כפל באפס לא יקדם אותנו בפתרון אי-שוויונות אלגבריים שכן הוא מאפס את שני האגפים.)

עמ' 69

4. לפניכם טענות נכונות. בכל אחד מהסעיפים, בצעו על שני האגפים את הפעולה הנתונה.

במידת הצורך, הפכו את סימן האי-שוויון כך שתתקבל טענה נכונה.

5) $-3 > -8 \quad / \cdot 5$ **3)** $-6 < -4 \quad / : 2$ **1)** $20 > 15 \quad / +(-5)$

6) $-3 > -8 \quad / \cdot (-5)$ **4)** $-6 < -4 \quad / -2$ **2)** $20 > 15 \quad / \cdot (-5)$

אי-שוויונות אלגבריים – עמוד 70

בפעילויות 3 – 7 עוסקים באי-שוויונות כמתארים קשר בין נתונים. פעילויות 3, 4, 7 הן בהקשרים יומיומיים. פעילויות 5, 6 ללא הקשר. כמו כן עוסקים בבדיקה של ערכים מספריים האם הם מקיימים או לא מקיימים את האי-שוויון. עדיין אין עיסוק מפורש בפתרון של אי-שוויון. מה המשמעות, מהי קבוצת הפתרונות וכיצד מוצאים אותה.

טיפול שיטתי במושג הפתרון מתחיל מפעילות 8.

פעילויות 3 , 4 – עמוד 70

אפיון הפעילות: שאלות בהקשרים יומיומיים שיש להן תשובות אפשריות רבות. הקשר בין נתוני השאלה מתואר באמצעות אי-שוויון אלגברי.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 9 עמוד 73.

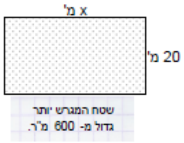
חשוב לנסח את השאלה בשפה יומיומית ובשפה מתמטית.

לדוגמה, בפעילות 3 אנו שואלים מה יכול להיות אורך המגרש אם ידוע שהשטח שלו צריך להיות גדול מ- 600 מ"ר.

אנו שואלים, עבור אילו ערכים של x ערך הביטוי 20x יהיה גדול מ- 600.

סעיפים א – ג ממחישים שיש יותר מתשובה אפשרית אחת, יש קבוצה של מספרים שמקיימים את התנאי וקבוצה של מספרים שאינם מקיימים את התנאי. בסעיף ד יש הכללה של קבוצת המספרים המקיימים את התנאי – כל מספר הגדול מ- 30 מקיים את התנאי.

פעילות 3 – גדול מ-



בחצר בית הספר הקצו מגרש לבניית מתחם ספורט.
רוחב המגרש 20 מ' ואורכו לא ידוע, אבל ידוע ששטחו גדול מ- 600 מ"ר.
מה יכול להיות אורך המגרש?

עבור איזה ערך של **x** שטח המגרש יהיה גדול מ- 600 מ"ר?

אורך המגרש: **x** מטרים
רוחב המגרש: **20** מטרים
שטח המגרש: **20·x** מ"ר

שטח המגרש **גדול מ-** **600** מ"ר
בשפה המתמטית כותבים: $20 \cdot x > 600$

א. תנו שלוש דוגמאות לאורכים אפשריים של המגרש.
ב. תנו שלוש דוגמאות לאורכים שאינם מתאימים.
ג. כמה אורכים אפשריים יש לדעתכם?
ד. **דני טוען:** אורך המגרש חייב להיות גדול מ- 30 מ'. האם אתם מסכימים עם דני?

פעילות 4 – יותר מ-

לנעמה היו 35 מדבקות. כמה מדבקות נוספות עליה לקבל כדי שיהיו לה יותר מ- 50 מדבקות?

מספר המדבקות של נעמה: **35**
מספר המדבקות הנוספות: **x**
ביחד: **35 + x**

עבור איזה ערך של **x** יהיו לנעמה יותר מ- 50 מדבקות?
בשפה המתמטית כותבים: $35 + x > 50$

מספר המדבקות חייב להיות גדול מ- 15. הסבירו.
בשפה המתמטית כותבים: $x > 15$

פעילויות 5, 6 – גדול מ- עמוד 71

אפיון הפעילות: אי-שוויון אלגברי - לא בתוך הקשר.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 7 עמוד 73.

חשוב לנסח את האי-שוויון במילים. זה עוזר להבין שיש קבוצה של פתרונות, ולנסח מהי הקבוצה.

לדוגמה, בפעילות 5 אנו מחפשים מספר שאם נוסיף לו 6 הסכום שיתקבל יהיה גדול מ- 15.

סעיפים ב , ג, בשתי הפעילויות מזמנים דיון במציאת קבוצת כל הפתרונות.

למשל, בפעילות 5: דני טוען שכל מספר הגדול מ- 15 מקיים את התנאי, האם הוא צודק? התשובה היא כן. דני צודק. אבל דני לא מיצה את כל האפשרויות. יש מספרים נוספים שמקיימים את התנאי ולא מופיעים בקבוצה של דני. למשל, המספר 10, אף הוא מקיים את התנאי.

יותם טוען שכל מספר הגדול מ- 9 מקיים את התנאי. האם הוא צודק? איך ייתכן שגם דני וגם יותם צודקים? (כל מספר שגדול מ- 15 הוא ממילא גם גדול מ- 9). האם יש מספרים נוספים שלא מתאימים לתיאור של יותם המקיימים את התנאי?

בהמשך החל מעמוד 73 נלמד לפתור אי-שוויונות ולמצוא את הקבוצה המלאה (כל מספר השייך לקבוצה הוא פתרון, וכל מספר שהוא פתרון שייך לקבוצה).

פעילות 5 – גדול מ-

נתון האי-שוויון: $x + 6 > 15$

א. תנו שלוש דוגמאות לערכים של x המקיימים את האי-שוויון.

ב. **דני אומר:** "כל מספר הגדול מ- 15 מתאים. האם דני צודק? הסבירו.

ג. **יותם אומר:** יש מספרים נוספים מתאימים. כל מספר הגדול מ- 9 מתאים. האם יותם צודק? הסבירו.

ד. תנו שלוש דוגמאות לערכים של x שאינם מקיימים את האי-שוויון.

כל הערכים של x המקיימים את האי-שוויון נקראים **קבוצת הפתרונות של האי-שוויון**.

פעילות 6 – עוד על גדול מ-

נתון האי-שוויון $x – 6 > 15$

א. תנו שלוש דוגמאות לערכים של x המקיימים את האי-שוויון.

ב. **טליה אומרת:** כל מספר הגדול מ- 9 מתאים. האם טליה צודקת? הסבירו.

ג. **ליאת אומרת:** כל מספר הגדול מ- 21 מתאים. האם ליאת צודקת? הסבירו.

פעילות 7 – פחות מ- עמוד 71

אפיון הפעילות: שאלה בהקשר יומיומי. הקשר בין נתוני השאלה מתואר באמצעות אי-שוויון אלגברי.

תרגילים מתאימים: תרגילים 5 – 7 עמוד 73.

בפעילויות קודמות הקשר תורגם לאי השוויון "גדול מ-". בפעילות זו הקשר מתורגם לאי השוויון "קטן מ-".

בתרגילים 5 – 7 משתמשים במונח פתרון, למרות שהתייחסות מפורשת למונח נערכת החל מפעילות 8.

יש להסביר שמחפשים מספרים המקיימים את האי-שוויון.

פעילות 7 – פחות מ-

רחל קנתה למסיבה חטיפים במחיר 7 שקלים לחטיף.
היא שילמה פחות מ- 91 שקלים. כמה חטיפים קנתה?

מחיר חטיף:	7 שקלים	עבור אילו ערכים של x הסכום ששילמה
מספר החטיפים שקנתה:	x	קטן מ- 91 שקלים?
הסכום ששילמה:	7x	בשפה המתמטית כותבים: $7x < 91$

א. מספר החטיפים חייב להיות קטן מ- 13. הסבירו.
רחל קנתה פחות מ- 13 חטיפים. בשפה המתמטית כותבים: $x < 13$

ב. תנו שלוש דוגמאות למספרי חטיפים שמקיימים את תנאי השאלה.

ג. תנו שלוש דוגמאות למספרי חטיפים שלא מקיימים את תנאי השאלה.

בפעילויות הקודמות בנינו **אי-שוויונות**:

$20x > 600$ $35 + x > 50$ $7x < 91$

אי-שוויון הוא דרך לתאר קשר בין נתונים.

בפרק זה נלמד לפתור אי-שוויונות.

בפתרון משוואה מחפשים ערכים של **x** עבור שני האגפים שווים.

בפתרון אי-שוויון מחפשים ערכים של **x** עבור הערך של אחד מהאגפים גדול יותר מן האחר.

כיוון האי-שוויון קובע לאיזה משני האגפים יש ערך גדול יותר.

גם $3x + 11 \neq 5x + 9$ נקרא אי-שוויון.

פעילויות 8, 9 – עמוד 72

אפיון הפעילויות:

משמעות הפתרון של אי-שוויון.

תרגילים מתאימים: תרגילים 5 – 8

עמוד 72.

פתרון של אי-שוויון הוא מספר שאם

נציב אותו במקום הנעלם באי-שוויון

תתקבל טענה נכונה.

לאי שוויון יכולים להיות פתרונות רבים.

פעילות 8 – פתרון של אי-שוויון: משמעות

נתון האי-שוויון: $4x - 7 > 2x + 11$

נבדוק אם המספר 10 הוא פתרון של האי-שוויון.

$4 \cdot 10 - 7 \overset{?}{>} 2 \cdot 10 + 11$

$40 - 7 \overset{?}{>} 20 + 11$

$33 > 31$ ✓

המספר 10 הוא **פתרון** של האי-שוויון.

נבדוק אם המספר 8 הוא פתרון של האי-שוויון.

$4 \cdot 8 - 7 \overset{?}{>} 2 \cdot 8 + 11$

$32 - 7 \overset{?}{>} 16 + 11$

~~$25 > 27$~~

המספר 8 **אינו פתרון** של האי-שוויון.

לאי-שוויון זה יש מספרים רבים נוספים שהם פתרון שלו, ומספרים רבים נוספים שאינם פתרון שלו.

בדקו אלו מהמספרים הבאים הם פתרון של האי-שוויון ואלו אינם פתרון.

א. 100 **ב.** 15 **ג.** 7 **ד.** -3

פעילות 9 – פתרון של אי-שוויון: ערכים אפשריים

א. $8 + x < 6$

1) (-10) הוא פתרון.

$8 + (-10) \overset{?}{<} 6$

$-2 < 6$ ✓

(-3) הוא פתרון.

$8 + (-3) \overset{?}{<} 6$

$5 < 6$ ✓

2) אין מספר חיובי שהוא פתרון של האי-שוויון.
הסבירו.

3) נבדוק האם 0 הוא פתרון של האי-שוויון.

$8 + 0 \overset{?}{<} 6$

0 איננו פתרון. ~~$8 < 6$~~

ב. $15 - x > 10$

1) 3 הוא פתרון.

$15 - 3 \overset{?}{>} 10$

$12 > 10$ ✓

(-1) הוא פתרון.

$15 - (-1) \overset{?}{>} 10$

$16 > 10$ ✓

2) נבדוק האם 0 הוא פתרון:

$15 - 0 \overset{?}{>} 10$

0 הוא פתרון. $15 > 10$ ✓

תרגילים מתאימים 5 – 8
עמוד 73

פתרון של אי-שוויון הוא מספר שאם נציב אותו באי-שוויון במקום **x**, נקבל טענה נכונה.
לאי-שוויון יכולים להיות פתרונות רבים.

תרגילים

התלמידים עדיין לא למדו במפורש אסטרטגיה לפתרון אי-שוויונות. אך האי-שוויונות נבחרו כך שאין להם קושי לענות על השאלה על סמך התבונה המספרית. בשלב זה לא נדרשים למצוא את קבוצת הפתרונות אלא רק להציע מספרים שהם פתרון וכאלה שאינם פתרון.

4. עמ' 73
לכל אחד מהאי-שוויונות תנו שלוש דוגמאות למספרים שהם פתרונות של האי-שוויון, ושלוש דוגמאות למספרים שאינם פתרונות.

1) $x + 21 > 70$	**3)** $15 - x < 10$	**5)** $2x > -12$	**7)** $5x > 30$
2) $x + 21 < 70$	**4)** $15 - x > 10$	**6)** $2x < -12$	**8)** $5x < 30$

בכל טור יש זוג של תרגילים השונים זה מזה רק בכיוון סימן האי-שוויון. מספרים שהם פתרון של אחד מהאי-שוויונות, הם מספרים שלא מקיימים את האי-שוויון האחר. ולהיפך.

5. עמ' 73
לכל אחד מהאי-שוויונות:

א. תנו שתי דוגמאות שונות למספרים שהם פתרונות של האי-שוויון. תנו דוגמה, במידת האפשר, לפתרון שהוא מספר שלילי ולפתרון שהוא מספר חיובי.

ב. בדקו האם 0 הוא פתרון.

1) $x - 8 < 20$	**4)** $28 + x < 29$	**7)** $8 + 2x > 20$	**10)** $-x - 3 > 0$
2) $12 + x > 5$	**5)** $x + 15 > 15$	**8)** $8 + 2x < 20$	**11)** $-x - 3 < 0$
3) $3x < 21$	**6)** $12x > 0$	**9)** $8 + 2x < -20$	**12)** $-x - 3 > 5$

כדאי לחדד את ההסתכלות על סעיפים 7 , 8 , 9 ועל סעיפים 10 , 11 , 12 – במה הם דומים ובמה הם שונים.

6. עמ' 73
בכל סעיף רשום מספר ולידו שלושה אי-שוויונות. לאילו מבין האי-שוויונות מספר זה מהווה פתרון.

1) 5
- **$36 - x > 10$**
- $10 - x > 5$
- **$10 + x > 5$**

2) 0
- **$3x > -4$**
- **$x + 12 < 20$**
- **$4x + 3 > 2$**

3) –2
- $5x > 0$
- $7 - x < 6$
- **$8x + 1 < 5$**

4) 11
- **$2x + 4 < 30$**
- $2x - 4 > 30$
- **$4x - 2 > 30$**

תרגיל 7 מחדד את ההבנה שכדי לבדוק אם מספר הוא פתרון של אי-שוויון יש להציב את המספר במקום הנעלם ולראות אם מתקיימת טענה נכונה.

עמ' 73

.7 ידוע כי 4 הוא פתרון של האי-השוויון: $17 < □ - 3x$.
השלימו מספר אפשרי.
הציעו אפשרות נוספת.

התלמידים יענו על השאלה באסטרטגיות משלהם. למשל על-ידי ניחוש מושכל ותיקון. בהתאם לכיתה יוחלט אם להכליל לכל התשובות האפשריות, או להסתפק במספר דוגמאות.

יש אינסוף תשובות נכונות לשאלה זו. 4 הוא פתרון של האי-שוויון, לכן נציב בביטוי $3x$ במקום x את המספר 4. נקבל את האי-שוויון המספרי $17 < □ - 12$. כל מספר שגדול מ- (-5) ייתן אי-שוויון נכון.

פתרון אי-שוויונות בדרך אלגברית – עמוד 74

אי-שוויונות ניתן לפתור באסטרטגיות של פתרון משוואות. למשל, שימוש בחוק הפילוג, כינוס איברים דומים. ופעולות זהות על שני האגפים. בפתרון אי-שוויונות יש מקרים בהם נדרשת תשומת לב מיוחדת. למשל, כאשר כופלים או מחלקים את שני האגפים במספר שלילי. או כאשר כופלים או מחלקים את שני האגפים בביטוי אלגברי (מכיוון שלא ידוע אם ערכו חיובי שלילי או אפס). המקרה של כפל בביטוי אלגברי לא נלמד בכיתה ח.
במקרה של כפל או חילוק במספר שלילי יש להפוך את כיוון סימן אי-השוויון.

אי-שוויונות ניתן לפתור כמו שפותרים משוואות. מכנסים איברים דומים בכל אגף ומבצעים אותן פעולות על שני האגפים.
אם במהלך הפתרון כופלים או מחלקים במספר שלילי, משנים את כיוון סימן האי-שוויון.

פעילויות 10, 11 – עמוד 74

אפיון הפעילות: אלגוריתם לפתרון אי-שוויונות בדרך אלגברית.

תרגילים מתאימים: תרגילים 9 – 13 עמוד 75.

שני האי-שוויונות בפעילויות אלה הן ללא כפל או חילוק במספר שלילי.
בפעילות 12 יוצג המקרה בו יש צורך להפוך את כיוון סימן האי-שוויון.
בסיום הפתרון חשוב להמליל את הפתרון כמודגם על הרקע הצהוב.
חשוב לערוך בדיקה של ערכים שונים המקיימים ולא מקיימים את האי-שוויון.

אי-שוויונות ניתן לפתור כמו שפותרים משוואות. מכנסים איברים דומים בכל אגף ומבצעים אותן פעולות על שני האגפים.
אם במהלך הפתרון כופלים או מחלקים במספר שלילי, משנים את כיוון סימן האי-שוויון.

פעילות 10 – נפתור אי-שוויונות

נפתור את האי-שוויון: $3x + 5 > 41$

נחסר 5 משני האגפים. $3x + 5 > 41 \quad / -5$
נחלק את שני האגפים ב- 3. $3x > 36 \quad / :3$

$\boxed{x > 12}$

עבור כל ערך של x הגדול מ- 12 ערך אגף שמאל של האי-השוויון יהיה גדול מערך אגף ימין.

נבדוק עבור מספר ערכים של x.

א) נציב מספר קטן מ- 12
$x = 10$
$3 \cdot 10 + 5 \overset{?}{>} 41$
$30 + 5 \overset{?}{>} 41$
$35 > 41$ ✗

ב) נציב מספר גדול מ- 12
$x = 12.5$
$3 \cdot 12.5 + 5 \overset{?}{>} 41$
$37.5 + 5 \overset{?}{>} 41$
$42.5 > 41$ ✓

ג) נציב מספר נוסף גדול מ- 12
$x = 27$
$3 \cdot 27 + 5 \overset{?}{>} 41$
$81 + 5 \overset{?}{>} 41$
$86 > 41$ ✓

פעילות 11 – נפתור אי-שוויונות

נפתור את האי-שוויון: $5(x - 3) < 3x + 7$

נפתח סוגריים. $5(x - 3) < 3x + 7$
נחסר 3x משני האגפים. $5x - 15 < 3x + 7 \quad / -3x$
נוסיף 15 לשני האגפים. $2x - 15 < 7 \quad / +15$
נחלק ב- 2 את שני האגפים. $2x < 22 \quad / :2$

$\boxed{x < 11}$

עבור כל ערך של x הקטן מ- 11 מתקיים האי-שוויון.
בדקו עבור המספרים הבאים: -7 , 0 , $2\frac{1}{2}$.

עבור כל ערך של x הגדול מ- 11 לא מתקיים האי-שוויון.
בדקו עבור המספרים הבאים: 13 , 20.

תרגילים מתאימים 9 – 13
עמוד 75

עמ' 75

8. נתונים אי-שוויונות. פתרו אותם.

1) $x + 15 > 27$ **$x > 12$**
2) $x + 12 < 28$ **$x < 16$**
3) $-7 + x > -5$ **$x > 2$**
4) $6y - 12 > 30$ **$y > 7$**
5) $5x + 4 < 44$ **$x < 8$**
6) $6 + 2y > 20$ **$y > 7$**
7) $3x + 4 < -11$ **$x < -5$**
8) $18 > x + 12$ **$x < 6$**
9) $a + 45 > 45$ **$a > 0$**
10) $5x < 100$ **$x < 20$**
11) $5a + 7 < 52$ **$a < 9$**
12) $2 + 3y < -1$ **$y < -1$**
13) $2(x + 5) + 7 > 3$ **$x > -7$**
14) $17 + 3(4x - 2) < 35$ **$x < 2$**
15) $2(8 - x) + 3(2x + 1) > 103$ **$x > 21$**

עמ' 75

9. שחר קנתה 4 עטים ושילמה פחות מ- 48 שקלים. מה מחיר עט אחד?

א. סמנו ב- x את מחיר העט, כתבו אי-שוויון מתאים ופתרו אותו. **$x < 12$**

ב. איזה מההיגדים הבאים נכון? **(1)**

1) מחיר העט נמוך מ- 12 שקלים.
2) מחיר העט הוא 12 שקלים.
3) מחיר העט גבוה מ- 12 שקלים.
4) מחיר העט הוא לפחות 12 שקלים.

לפחות 12 שקלים,
פירושו:
12 שקלים
או יותר מ- 12 שקלים.

שאלה מילולית שבה הקשר בין הנתונים בשאלה מתואר באמצעות אי-שוויון.
אפשר תחילה לאפשר לתלמידים לענות על סעיף ב בשאלות 10 , 11 ללא כתיבת אי-שוויון אלגברי. אך לאחר מכן נבקש מהתלמידים להציג את הקשר באמצעות אי-שוויון כדי לבסס תרגום של היגדים מילוליים לשפה אלגברית ומציאת פתרונות של אי-שוויון. יש להתעכב על המשמעות של "לפחות 12 שקלים". אפשר לתת את ההסבר המופיע על דף התובנות, או לתת ניסוח חלופי, כמו למשל מחיר העט הוא **לא פחות** מ- 12 שקלים. אפשר לתת דוגמאות נוספות. למשל, נצא לטיול אם יצאו לפחות 23 מתלמידי הכיתה, יש לפתור לפחות שבעה תרגילים, וכדומה.
לפי רמת הכיתה אפשר לעסוק בהיגדים נוספים, כמו למשל, "לכל היותר", "בדיוק".

עמ' 75

10. דולב נתנה לרוני 15 מדבקות ונשארו לה יותר מ- 10 מדבקות.
כמה מדבקות היו לה בהתחלה?

א. סמנו ב- x את מספר המדבקות שהיו לדולב בהתחלה, כתבו אי-שוויון מתאים ופתרו אותו. **$x > 25$**

ב. איזה מההיגדים הבאים נכון? **(3)**

1) לדולב היו בהתחלה 25 מדבקות.
2) לדולב היו בהתחלה 10 מדבקות.
3) לדולב היו בהתחלה יותר מ- 25 מדבקות.
4) לדולב היו בהתחלה פחות מ- 25 מדבקות.

עמ' 75

11. פתרו את האי-שיוויוניות.

1) $3x + 4 + 7x > 51$ **$x > 11\frac{3}{4}$**
2) $3(x + 5) > 27$ **$x > 4$**
3) $6 + 10x < 106$ **$x < 10$**
4) $18 < 9x$ **$x > 2$**
5) $4x - 9 > 31$ **$x > 10$**
6) $8x + 20 > -20$ **$x > -5$**
7) $2(3x - 1) < 10$ **$x < 2$**
8) $12x - 12 > 36$ **$x > 4$**
9) $8x > 2$ **$x > \frac{1}{4}$**
10) $3(x + 1) > 3$ **$x > 0$**
11) $15 > 2x - 7$ **$x < 11$**
12) $\frac{1}{4}x < 6$ **$x < 24$**

עמ' 75

12. נתון האי-שוויון: **$2x + 8 > 2x$**.

רונן טוען שכל מספר הוא פתרון של האי שוויון.

האם אתם מסכימים עם רונן? הסבירו.

רונן צודק. יש לבקש מהתלמידים להסביר את תשובתם. לדוגמה, נימוק אלגברי: אם נחסר $2x$ משני האגפים נקבל $8 > 0$, זה נכון תמיד לא משנה מה ערך הביטוי $2x$. או למשל, באגף שמאל יש ביטוי שמשמעותו מספר הגדול ב- 8 מ- $2x$. באגף ימין יש ביטוי שערכו $2x$. לא משנה מה הוא הערך של x, ערך הביטוי באגף שמאל גדול יותר.

אי-שוויונות אלגבריים – כפל או חילוק שני האגפים במספר שלילי – עמוד 76

כאשר עסקנו באי-שוויונות מספריים, ראינו שאם כופלים או מחלקים **במספר שלילי** את שני האגפים של אי-שוויון נכון, מתקבלת טענה לא נכונה. אבל, ראינו גם, שאם הופכים את כיוון סימן האי-שוויון, מתקבלת טענה נכונה.
נשתמש בידע זה כדי לפתור אי-שוויונות בהן נדרש כפל או חילוק במספר שלילי.

פעילות 12 – הופכים את כיוון סימן האי-שוויון עמוד 76

אפיון הפעילות: כופלים או מחלקים במספר שלילי והופכים את כיוון סימן האי-שוויון.

פעילות 12 – הופכים את כיוון סימן האי-שוויון

בפתרון אי-שוויונות יש מקרים בהם נדרשת תשומת לב מיוחדת.

כאשר במהלך הפתרון **מחלקים** או **כופלים** את האי-שוויון במספר **שלילי**,
הופכים את כיוון סימן האי-השוויון.

לדוגמה, נפתור את האי שוויון: $7 - 3x < 43$

נחסר 7 משני האגפים. $7 - 3x < 43 \quad / -7$

נחלק את שני האגפים ב- (-3). $-3x < 36 \quad / : (-3)$

חילקנו במספר שלילי את שני האגפים.
כדי לקבל אי-שוויון שקול **יש להפוך** את כיוון סימן האי-שוויון. $x > -12$

נבדוק מספר ערכים של x הגדולים מ- (-12).

א) נציב: $x = 13$

$7 - 3 \cdot 13 \overset{?}{<} 43$

$7 - 39 \overset{?}{<} 43$

$-32 < 43$ ✓ האי-שוויון מתקיים.

ב) נציב: $x = -10$

$7 - 3 \cdot (-10) \overset{?}{<} 43$

$7 + 30 \overset{?}{<} 43$

$37 < 43$ ✓ האי-שוויון מתקיים.

כאשר **כופלים** או **מחלקים** אי-שוויון אלגברי **במספר שלילי**,
יש **להפוך** את כיוון סימן האי-שוויון, כדי לקבל אי-שוויון שקול.

תרגילים מתאימים 14 – 15
עמוד 76

תרגילים מתאימים: 14, 15. עמוד 76.

בפתרון אי שוויון מבצעים פעולות זהות על שני האגפים, כך שבסוף התהליך מתקבל באגף אחד ביטוי של x שהמקדם שלו חיובי ובאגף השני מספר.

כדי להגיע למקדם של x חיובי יש שתי דרכים:
האחת, מוצגת בפעילות זו – חילוק במספר שלילי – דבר המחייב היפוך סימן האי-שוויון.
השניה, ביצוע פעולות חיבור וחיסור בלבד כך שהמקדם של x יהיה חיובי. ("העברת אגפים" בדרך שונה). במידת הצורך יש לחזור על השיקולים המחייבים את היפוך כיוון האי-שוויון.
בהתאם לשיקול דעת המורה ובהתאם לכיתה, ניתן להצדיק את היפוך כיוון סימן האי-שוויון בשתי הדרכים.

הדרך שמוצגת בפעילות:	דרך נוספת:
בידוד x באגף שבו הוא מופיע – המקדם של x שלילי.	בידוד x כך שהמקדם של x יהיה חיובי.
חילוק במספר שלילי.	חילוק במספר חיובי.
היפוך כיוון האי שוויון לקבלת הפתרון.	קבלת הפתרון (ללא היפוך כיוון האי שוויון).
$7 - 3x < 43 \quad / -7$	$7 - 3x < 43 \quad / +3x$
$-3x < 36 \quad / : (-3)$	$7 < 43 + 3x \quad / -43$
$x > 12$	$-36 < 3x \quad / :3$
	$12 < x$

עמ' 76

13. פתרו את האי-שוויונות.

1) $-8x < 56$ **$x > -7$**
2) $-8 < -2x$ **$x < 4$**
3) $-3x + 1 > (-5)$ **$x < 2$**
4) $8y + 2 < 66$ **$y < 8$**
5) $3 + 2y + 4y > 45$ **$x > 7$**
6) $7x + 40 - 10x < 1$ **$x > 13$**
7) $27 > 5 - 11x$ **$x > 2$**
8) $4x + 6 + 8x + 7 < 37$ **$x < 2$**
9) $3 - 5x < -12$ **$x > 3$**

עמ' 76

14. פתרו את המשוואות ואת האי-שוויונות.

1) $1 - 2x = 9 + 2x$ **$x = -2$**
2) $1 - 2x > 9 + 2x$ **$x < -2$**
3) $1 - 2x < 9 + 2x$ **$x > -2$**
4) $x + 7 = 3x - 5$ **$x = 6$**
5) $x + 7 > 3x - 5$ **$x < 6$**
6) $x + 7 < 3x - 5$ **$x > 6$**
7) $15 + x = 4x$ **$x = 5$**
8) $15 + x < 4x$ **$x > 5$**
9) $15 + x > 4x$ **$x < 5$**

אי שוויונות עם מכנים מספריים
עמוד 77

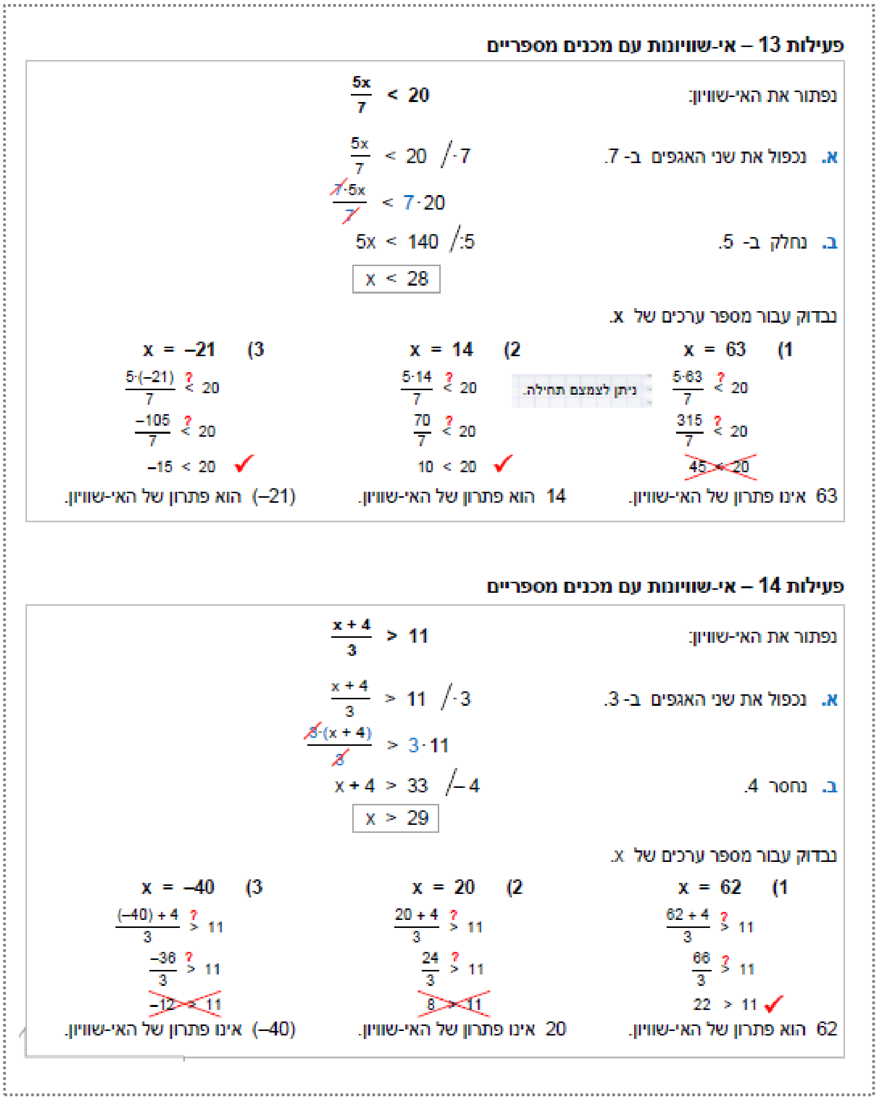
פעילויות 13, 14 – אי-שוויונות עם מכנים מספריים עמוד 77

אפיון הפעילות: פתרון אי שוויון עם מכנה מספרי.

תרגילים מתאימים: תרגילים 16 – 18. עמוד 78.

בשלב זה עוסקים רק באי-שוויונות בהם רק ביטוי אחד שהוא שבר.
התלמידים למדו לפתור משוואות עם מכנה מספרי.
הדרך הנפוצה היא כפל שני האגפים במכנה. מכיוון שהמכנה הוא מספר, ידוע אם הוא חיובי או שלילי.
כלומר, ניתן לקבוע אם יש צורך לשנות את כיוון סימן האי-שוויון.
בשלב זה לא עוסקים במקרים בהם המכנה הוא ביטוי אלגברי (הנושא נלמד בכיתה גבוהה יותר במסגרת הפרק אי שוויונות ריבועיים).

בפתרון התרגילים יוכלו התלמידים להיעזר גם בדוגמאות הפתרונות



תרגילים 16 – 18 יש תרגול בהתאם לדוגמאות הפתורות.

עמ' 78

15. פתרו את האי-שוויונות הבאים.

1) $\frac{x}{9} < 2$ **x < 18**

2) $\frac{9x}{8} > -18$ **x > –16**

3) $\frac{2x}{5} < 11$ **x < 27.5**

4) $\frac{7-2x}{4} > 0$ **x < 3.5**

5) $\frac{14x}{10} < 7$ **x < 5**

6) $\frac{7x}{8} > 21$ **x > 24**

7) $\frac{-x}{9} < 1$ **x > –9**

8) $\frac{-2x}{15} > -6$ **x < 45**

דוגמה:

$$\frac{4x}{3} < -12$$

$$\frac{\cancel{3}\cdot 4x}{\cancel{3}} < 3\cdot(-12)$$

$$4x < -36 \quad /:4$$

$$\boxed{x < -9}$$

בדקו עבור שלושה ערכים של x.

עמ' 78

16. פתרו את האי-שוויונות הבאים.

1) $\frac{1+2x}{3} < -7$ **x < –11**

2) $\frac{x-5}{2} > 6$ **x > 17**

3) $\frac{3-x}{2} > 4$ **x < –5**

4) $\frac{3x-1}{5} < 10$ **x < 17**

5) $\frac{72-6x}{5} > 0$ **x < 12**

6) $\frac{9x-70}{10} > 11$ **x > 20**

7) $\frac{3x+5}{-8} < 2$ **x > –7**

8) $\frac{12-7x}{2} < 20$ **x > –4**

דוגמה:

$$\frac{5-2x}{3} > 9 \quad /\cdot 8$$

$$\frac{\cancel{8}\cdot(5-2x)}{\cancel{8}} > 8\cdot 9$$

$$5-2x > 72 \quad /-5$$

$$-2x > 67 \quad :(-2)$$

$$\boxed{x < -33\tfrac{1}{2}}$$

בדקו עבור שלושה ערכים של x.

עמ' 78

17. פתרו את האי-שוויונות הבאים.

1) $\frac{18-4x}{7} > 0$ **x < 4.5**

2) $\frac{5x+1}{4} > 9$ **x > 7**

3) $\frac{5x+1}{4} < 14$ **x < 11**

4) $\frac{-2x}{3} > 26$ **x < –39**

5) $-4 < \frac{2x}{3}$ **x > –6**

6) $\frac{5}{6}x < -10$ $\quad \frac{5}{6}x = \frac{5x}{6}$ **x > –12**

7) $\frac{x-8}{-11} > 0$ **x < 8**

8) $\frac{12-x}{4} > 0$ **x < 12**

דוגמה:

$$\frac{3x+18}{10} < 0 \quad /\cdot 10$$

$$\frac{\cancel{10}\cdot(3x+18)}{\cancel{10}} < 10\cdot 0$$

$$3x+18 < 0 \quad /-18$$

$$3x < -18 \quad /:3$$

$$\boxed{x < -6}$$

בדקו עבור שלושה ערכים של x.

אתנחתא – עמוד 79

עמ' 79

.1 בקומה הראשונה במלון "מול הכנרת", חדרי האירוח בצד שמאל ממוספרים במספרים האי-זוגיים מ- 1 עד 29, ובצד ימין חדרי האירוח ממוספרים במספרים הזוגיים מ- 2 עד 26.

כמה חדרי אירוח יש בקומה?

28 חדרים.

בין 1 ל- 29 יש 29 מספרים מתוכם 15 אי זוגיים ו- 14 זוגיים. בין 2 ל- 26 יש 25 מספרים (טעות נפוצה היא שיש 24 מספרים שהם ההפרש בין 26 ל- 2) מתוכם 13 זוגיים ו- 12 אי-זוגיים.

עמ' 79

.2 גב' רונן קנתה שמלה ושילמה עבורה 120 שקלים ועוד מחצית ממחיר השמלה.

כמה עלתה השמלה?

240 שקלים.

אם היא שילמה עוד מחצית ממחיר השמלה המשמעות היא ש- 120 השקלים ששילמה הם המחצית הראשונה של המחיר.

עמ' 79

.3 בחצר של סבתא מסתובבות חיות רבות. רבע מהחיות הם כלבים ובנוסף יש שם 3 ארנבים, 5 חתולים, וחמור אחד.

כמה כלבים בחצר?

12 חיות.

הכלבים מהווים $\frac{1}{4}$ מהחיות. שאר 9 החיות מהוות $\frac{3}{4}$.

עמ' 79

.4 בכל אחד משני הסעיפים נתונים ארבעה ביטויים.

בכל סעיף אמדו, מבלי לחשב, מהו הביטוי שערכו הוא הקטן ביותר. הסבירו.

1) $\frac{8}{9}+\frac{1}{4}$ $\frac{8}{9}-\frac{1}{4}$ $\frac{8}{9}\cdot\frac{1}{4}$ $\frac{8}{9}:\frac{1}{4}$

2) $9+\frac{3}{2}$ $9-\frac{3}{2}$ $9\cdot\frac{3}{2}$ $9:\frac{3}{2}$

חשוב לבקש מהתלמידים להסביר את שיקוליהם. למשל,

1) $\frac{8}{9}\cdot\frac{1}{4}$ כי כאשר כופלים מספר נתון בשבר קטן מ- 1, או מחסרים ממנו מספר חיובי התוצאה קטנה מהמספר הנתון. לכן יש לאמוד אילו משני הביטויים השני והשלישי קטן יותר. $\frac{8}{9}$ קרוב ל- 1 בתרגיל הכפל: רבע של $\frac{8}{9}$ זה קרוב לרבע. לעומת זאת בתרגיל החיסור נקבל תוצאה קרובה ל- $\frac{3}{4}$.

2) $9:\frac{3}{2}$. $\frac{3}{2}$ הוא אמנם שבר, אבל גדול מ- 1. כאשר מחלקים מספר נתון במספר גדול מ- 1 או מחסרים ממנו מספר חיובי התוצאה קטנה מהמספר הנתון.

עמ' 79

.5 העתיקו והשלימו מספרים מתאימים.

1) ____ × ____ = 8   3) ____ × ____ = 8   5) ____ × ____ = 8

2) ____ × ____ = 8   4) ____ × ____ = 8   6) ____ × ____ = 8

חשוב לעודד את התלמידים לתת תשובות שונות: מכפלות בהן לפחות אחד הכופלים הוא שבר, מכפלות בהן שני הכופלים שליליים, מכפלה שבה אחד הכופלים הוא 1. נשאל האם תיתכן מכפלה שבה אחד הכופלים הוא אפס? מדוע לא?

עמ' 79

6. השלימו ספרות מתאימות.

3)	2)	1)
5✶9	38✶5	64✶
x ✶✶	+ 6✶27	x 7
✶✶83	793✶	4✶✶8
✶✶38	✶✶158	
✶✶✶✶✶		

תשובות:

3)	2)	1)
5**6**9	38**9**5	64**4**
x **27**	+ 6**3**27	x 7
3983	793**6**	4**50**8
1138	**18**158	
15363		

חשוב להדגיש כי למרות השימוש באותו סימון, הכוכבים יכולים לייצג ספרות שוות או שונות.

1) $7 \cdot __ = _8$ ← $7 \cdot 4 = 28$

אנו שואלים מה המספר שאם נכפול אותו ב- 7 נקבל מכפלה שספרת היחידות שלה היא 8. התשובה 4.

מכאן אין קושי להמשיך את הפתרון.

2) $5 + 7 + __ = _8$ ← $5 + 7 + 6 = 18$.

$1 + __ + 2 + 3 = _5$ ← $1 + 9 + 2 + 3 = 15$. וכך הלאה.

3) $9 \cdot __ = _3$ ← $9 \cdot 7 = 63$.

$__ \cdot 7 + 6 = _8$ ← $6 \cdot 7 = 42$ ← $42 + 6 = 48$.

אנו שואלים איזה מספר נכפול ב- 7 ונוסיף 6 למכפלה נקבל תוצאה שספרת היחידות שלה היא 8. כלומר ספרת היחידות במכפלה ב- 7 היא 2. וכך הלאה.

פתרון אי-שוויונות אלגבריים בדרך גרפית – עמוד 80

מטרת הפרק לקשר בין הידע על פונקציות קוויות, על ייצוגים גרפיים של פונקציות קוויות, ועל אי-שוויונות ממעלה ראשונה בנעלם אחד.

בפרק הפונקציות, בפעילויות 16, 17 עמודים 61 – 63 עסקנו בהשוואת פונקציות בדרך גרפית. כלומר, למדנו לזהות עבור אילו ערכים של x פונקציה אחת מקבלת ערכים גדולים יותר מאשר הפונקציה האחרת.

יש שתי אסטרטגיות מובילות בפתרון אי שוויונות בדרך גרפית:
1) להביא את האי-שוויון למצב שבו אחד משני האגפים הוא אפס. להתייחס אל האגף האחר כאל פונקציה ולבדוק את תחומי החיוביות והשליליות שלה.
2) להתייחס לכל אחד מאגפי האי-שוויון כאל פונקציה קווית ולהשוות בין שתי הפונקציות.

למשל, כאשר נתון האי-שוויון $3x - 1 > x + 2$, לפי הדרך הראשונה נביא לאי-שוויון שקול $2x - 3 > 0$. נסרטט את גרף הפונקציה $y = 2x - 3$, ונמצא את תחומי החיוביות שלה.

לפי האסטרטגיה השנייה נסרטט את הגרפים של הפונקציות $y_1 = 3x - 1$ ו- $y_2 = x + 2$, ונבדוק על-פי הגרפים, עבור אילו ערכים של x גרף הפונקציה y_1 נמצא מעל גרף הפונקציה y_2.

המעבר מאי שוויון בנעלם אחד לפונקציה טומן בחובו קושי. הפונקציה מייצגת זוגות של מספרים x ו- y , ואילו באי-שוויון נתון רק x. כמו כן ההשוואה מתייחסת **לערכי y** [באסטרטגיה (1) שואלים מתי ערכים אלה גדולים או קטנים מאפס. באסטרטגיה (2) שואלים מתי ערכי y של פונקציה אחת גדולים או קטנים מערכי y של הפונקציה האחרת]. אבל בפעילויות התשובה היא **בערכים של x.**
בנוסף, הקושי באסטרטגיה השנייה הוא במעבר מאי שוויון בנעלם אחד, לשתי פונקציות. ההתייחסות לכל אחד מהאגפים כאל פונקציה שונה.

כדי לקשר בין הדברים, הפרק פותח בהקשר מילולי המשמעותי להצגת הפונקציה ותרגום השאלה לאי-שוויון (פעילות 15).
בשלב ראשון מוצגת האסטרטגיה לפתרון גרפי של אי שוויון שאחד מהאגפים שלו הוא 0 (פעילויות 15 – 16).
הגרף הוא דרך להמחיש את האי-שוויון. קל לראות באמצעות הגרף את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה. ומהווה דרך נוחה לפתור את האי-שוויון.
בשלב שני מוצג מעבר מאי שוויון שבו שני האגפים שונים מאפס לאי שוויון שבו אחד האגפים הוא אפס (פעילות 17).
בשלב שלישי מוצגת האסטרטגיה של הצגת האי-שוויון באמצעות שתי פונקציות (פעילויות 18, 19)
במקרה זה המחשת האי-שוויון נעשית באמצעות שני הגרפים. נוח לראות שמימין לנקודת החיתוך הנקודות על גרף אחד נמצאות מעל לנקודות של הגרף האחר, ולהיפך משמאל לנקודת החיתוך.

ייצוג אי שוויונות על ידי גרפים עוזר לראות את המשמעות הגיאומטרית שלהם.

פעילות 15 – הטמפרטורה מתחת לאפס עמוד 80

אפיון הפעילות: הקשר מילולי לבניית המשמעות של האי-שוויון.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 16 והדוגמאות הפתרונות.

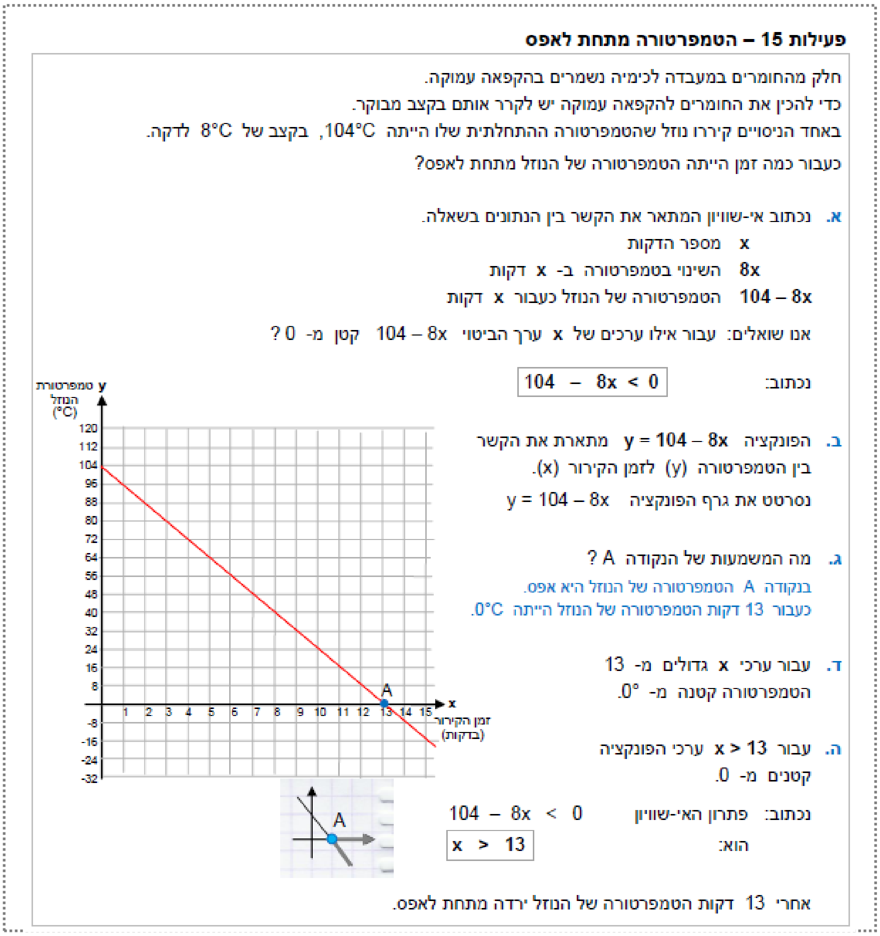
הפעילות עוסקת בהקשר מילולי המשמעותי להצגת הפונקציה ותרגום השאלה לאי-שוויון.

בפרק הפונקציה הקווית עסקנו בייצוג הקשר בין נתוני שאלה באמצעות פונקציה. בפעילות זו המוקד הצגת הקשר בין נתוני השאלה באמצעות אי שוויון. חשוב להציג את הדרכים השונות לניסוח השאלה.

השאלה: "כעבור כמה זמן הייתה הטמפרטורה מתחת לאפס?" מתורגמת לשאלה: "עבור אילו ערכים של x הפונקציה (המתארת את הקשר בין הזמן לטמפרטורה) מקבלת ערכים קטנים מאפס?" או לשאלה: " עבור אילו ערכים של x ערך הביטוי $140 – 8x$ קטן מאפס?" וכותבים: $104 – 8x < 0$.

הקשר בין הטמפרטורה של הנוזל לזמן הקירור ניתן לתאר באמצעות הפונקציה $y = 104 – 8x$.

התשתית לפתרון גרפי של אי-שוויונות הינה בפרק פונקציה קווית בפעילות 13, עמ' 54, העוסקת בתחומי חיוביות ושליליות.



פעילות 15 – הטמפרטורה מתחת לאפס

חלק מהחומרים במעבדה לכימיה נשמרים בהקפאה עמוקה.
כדי להכין את החומרים להקפאה עמוקה יש לקרר אותם בקצב מבוקר.
באחד הניסויים קיררו נוזל שהטמפרטורה ההתחלתית שלו הייתה 104°C, בקצב של 8°C לדקה.
כעבור כמה זמן הייתה הטמפרטורה של הנוזל מתחת לאפס?

א. נכתוב אי-שוויון המתאר את הקשר בין הנתונים בשאלה.
x מספר הדקות
8x השינוי בטמפרטורה ב- x דקות
104 – 8x הטמפרטורה של הנוזל כעבור x דקות

אנו שואלים: עבור אילו ערכים של x ערך הביטוי 104 – 8x קטן מ- 0 ?

נכתוב: $104 - 8x < 0$

ב. הפונקציה $y = 104 – 8x$ מתארת את הקשר בין הטמפרטורה (y) לזמן הקירור (x).
נסרטט את גרף הפונקציה $y = 104 – 8x$

ג. מה המשמעות של הנקודה A ?
בנקודה A הטמפרטורה של הנוזל היא אפס.
כעבור 13 דקות הטמפרטורה של הנוזל הייתה 0°C.

ד. עבור ערכי x גדולים מ- 13 הטמפרטורה קטנה מ- 0°.

ה. עבור $x > 13$ ערכי הפונקציה קטנים מ- 0.

נכתוב: פתרון האי-שוויון $104 - 8x < 0$ הוא: $x > 13$

אחרי 13 דקות הטמפרטורה של הנוזל ירדה מתחת לאפס.

פעילות 16 – אי שוויון שאחד האגפים שלו הוא אפס – עמוד 81

אפיון הפעילות: היבט גרפי של פתרון אי-שוויון שאחד האגפים שלו הוא אפס.

תרגילים מתאימים: תרגילים 19 – 22, עמוד 83.

הביטוי האלגברי הנתון באי-שוויון מתורגם לפונקציה של x. ומוצג הגרף של הפונקציה. במקרה זה הפונקציה ממעלה ראשונה והגרף הוא קו ישר.

לפתור את האי-שוויון פירושו למצוא עבור אילו ערכים של x ערכי הפונקציה חיוביים.

יש לקשר שאלה זו למציאת תחום החיוביות של הפונקציה (פעילות 11 עמוד 47).

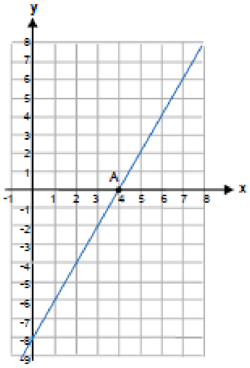
חשוב להיעזר בצבעים להציג את חלק הגרף שנמצא מעל ציר ה- x. ולהדגיש כי התשובה לשאלה היא הערכים המתאימים על ציר ה- x (התחום עבורו מתקיים התנאי).

פעילות 16 – אי-שוויון שאחד האגפים שלו הוא 0

עבור אילו ערכים של **x** מתקיים האי-שוויון: **2x – 8 > 0**

נציג את אגף שמאל של האי-שוויון כפונקציה קווית. **y = 2x – 8**

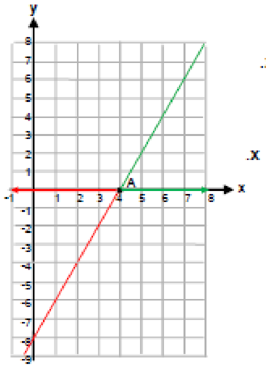
נשאל: עבור אילו ערכים של **x** הפונקציה מקבלת ערכים חיוביים?



א. נסרטט את גרף הפונקציה.

ב. הגרף חותך את ציר ה- **x** בנקודה A.
בנקודה זו הערך של הביטוי 2x – 8 הוא 0.

עבור x = 4 ערך הפונקציה הוא 0.



ג. עבור ערכי **x** הגדולים מ- 4 גרף הפונקציה נמצא מעל לציר ה- **x**.
כלומר, הערך של 2x – 8 גדול מ- 0.
(בחלק של הגרף הצבוע בירוק).

עבור ערכי **x** הקטנים מ- 4 גרף הפונקציה נמצא מתחת לציר ה- **x**.
כלומר, הערך של 2x – 8 קטן מ- 0.
(בחלק של הגרף הצבוע באדום).

עבור x > 4 ערכי הפונקציה חיוביים.

עבור x < 4 ערכי הפונקציה שליליים.

עבור x = 4 ערך הפונקציה הוא 0.

ד. ערכי הפונקציה חיוביים עבור ערכי **x** מימין לנקודה A.

תשובה: **2x – 8 > 0** עבור **x > 4**.

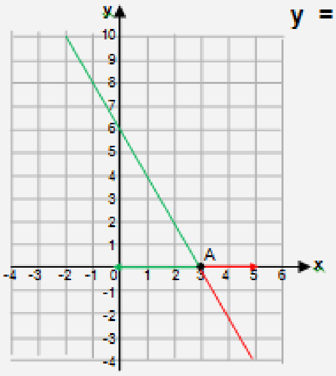
האי-שוויון מתקיים עבור ערכים של x הגדולים מ- 4.

דוגמאות פתורות עמוד 82

היבט גרפי של פתרון אי-שוויון שאחד האגפים שלו הוא אפס. מקרה של פונקציה עולה ומקרה של פונקציה יורדת.
בדוגמאות אלה יש הדגמה של מציאת תחום השליליות עבור פונקציה יורדת ופונקציה עולה.

דוגמה:

עבור אילו ערכים של **x** מתקיים האי-שוויון: $-2x + 6 < 0$



א. נציג את אגף שמאל של האי-שוויון כפונקציה קווית $y = -2x + 6$

נשאל: עבור אילו ערכים של **x** ערכי הפונקציה שליליים?

ב. נסרטט את גרף הפונקציה.

הגרף חותך את ציר ה- **x** בנקודה $A(3 , 0)$.

בנקודה $(3 , 0)$ הערך של הביטוי $-2x + 6$ הוא 0.

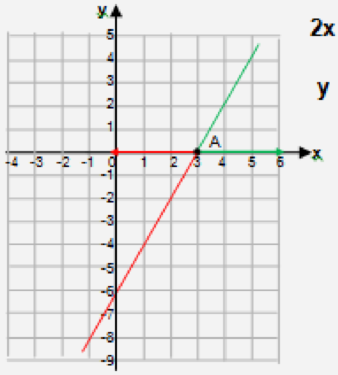
ג. עבור ערכי **x** מימין ל- A גרף הפונקציה נמצא מתחת לציר ה- **x**.

עבור $x > 3$ הערך של אגף שמאל של האי-שוויון קטן מ- 0.

תשובה: $-2x + 6 < 0$ עבור $x > 3$

דוגמה:

עבור אילו ערכים של **x** מתקיים האי-שוויון: $2x - 6 < 0$



א. נציג את אגף שמאל של האי-שוויון כפונקציה קווית. $y = 2x - 6$

נשאל: עבור אילו ערכים של **x** ערכי הפונקציה שליליים?

ב. נסרטט את גרף הפונקציה.

הגרף חותך את ציר ה- **x** בנקודה $A(3 , 0)$.

בנקודה זו הערך של הביטוי $2x - 6$ הוא 0.

ג. עבור ערכי **x** הקטנים מ- 3 גרף הפונקציה נמצא מתחת לציר ה- **x**.

עבור $x < 3$ הערך של אגף שמאל קטן מ- 0.

תשובה: עבור $x < 3$ מתקיים האי-שוויון.

עמ' 83

.19 פתרו בדרך גרפית את האי-שוויונות הבאים.

1) $3x + 9 > 0$ **2)** $-x + 11 < 0$ **3)** $2x - 1 < 0$

1) $x > -3$ 2) $x > 11$ 3) $x < \frac{1}{2}$

עמ' 83

.20 פתרו בדרך גרפית את האי-שוויונות הבאים.

1) $\frac{1}{2}x + 7 < 0$ **2)** $10 - 2x < 0$ **3)** $3x + 4 - x < 0$

1) $x < 14$ 2) $x > 5$ 3) $x < -2$

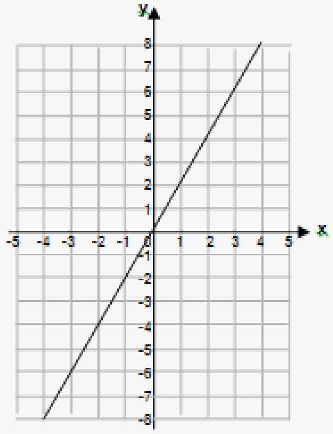
דוגמה פתורה של אי שוויון מהצורה $mx > 0$.

הגרף המתאים לפונקציה העוברת דרך הראשית.

דוגמה:

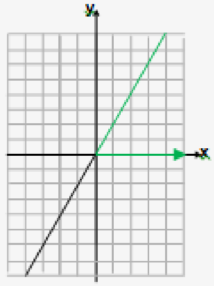
נפתור את האי-שוויון $2x > 0$.

נסרטט את גרף הפונקציה $y = 2x$.



גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודה $(0 , 0)$.

עבור ערכים של x גדולים מ- 0 גרף הפונקציה נמצא מעל ציר ה- x.



כלומר, $2x > 0$

הפתרון $x > 0$

עמ' 83

.21 לפניכם אי-שוויונות.

א. פתרו אותם בדרך גרפית.

ב. פתרו אותם בדרך אלגברית.

1) $3x > 0$

2) $-5x > 0$

3) $x - 1 > 0$

4) $1 - x > 0$

האם קיבלתם בשתי הדרכים אותן תשובות?

1) $x > 0$ 2) $x < 0$ 3) $x > 1$ 4) $x < 1$

עמ' 83

.22 פתרו את האי-שוויונות הבאים.

1) $3(x + 1) - x - 6 < 0$

2) $2x - 3(x - 1) > 0$

3) $\frac{1}{2}(x + 8) > 0$

4) $6 - 2(x + 10) < 0$

1) $x < 1.5$ 2) $x < 3$ 3) $x > -8$ 4) $x > -7$

בדיון חשוב להכליל את הדוגמה המופיעה בעמוד 83.

לדון בשאלה עבור אילו ערכים של x מתקיים האי-שוויון $mx > 0$? ולהגיע למסקנה שכל הגרפים של הפונקציות $y = mx$ חותכים את ציר ה- x בראשית הצירים, ולכן הפתרון יהיה תמיד מהצורה $x > 0$ או $x < 0$. לקשר את הפתרון לסימן של m (חיובי או שלילי), ולכיוון הסימן של האי-שוויון.

פעילות 17 – אי שוויון בו שני האגפים שונים מאפס   עמוד 84

אפיון הפעילות: מעבר מאי שוויון בו שני האגפים שונים מאפס לאי שוויון שקול בו אגף אחד הוא אפס.

תרגילים מתאימים: תרגילים 23, 24, עמוד 44.

אי-שוויונות שקולים הם אי-שוויונות שיש להם אותה קבוצת הצבה ואותה קבוצת פתרונות. במקרים שנדון בהם קבוצת ההצבה של כל האי-שוויונות הן כל המספרים (לכן תנאי זה לא מגביל).

בפעילויות קודמות למדנו לפתור אי שוויון שאחד מהאגפים שלו הוא אפס. לכן ניתן להשתמש בידע זה כדי לפתור אי-שוויונות נוספים.

הקושי במקרה זה שמתקבלת פונקציה ששונה מכל אחד מהביטויים בשני האגפים. מתקבלת הפונקציה $3x - 6$.

פעילות 17 – אי-שוויון בו שני האגפים שונים מאפס

עבור אילו ערכים של x מתקיימים האי-שוויון: $5x + 1 > 2x + 7$

נפתור בדרך גרפית את האי-שוויון: $5x + 1 > 2x + 7$

א. יונתן אומר

אני יודע לפתור אי-שוויונות בהם אחד האגפים הוא אפס. $5x + 1 > 2x + 7 \quad / -2x - 7$

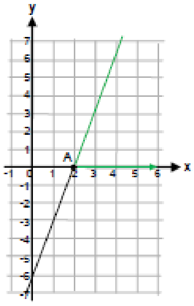
לכן, אכתוב אי-שוויון שקול שאחד האגפים שלו הוא אפס. $3x - 6 > 0$

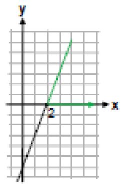
ב. אפתור את האי-שוויון: $3x - 6 > 0$

1) אסרטט את גרף הפונקציה: $y = 3x - 6$

2) הגרף חותך את ציר ה- x בנקודה $A(2 , 0)$.
בנקודה זו ערך הביטוי $3x - 6$ הוא אפס.

3) עבור הערכים של x הגדולים מ- 2,
גרף הפונקציה נמצא מעל ציר ה- x.
כלומר, אגף שמאל גדול מ- 0.





תשובה: פתרון האי-שוויון $3x - 6 > 0$
הוא: $x > 2$

פתרון האי-שוויון המקורי $5x + 1 > 2x + 7$
הוא: $x > 2$

תרגילים מתאימים 23 – 24
עמוד 84.

23. פתרו את האי-שוויונות.

1) $x + 2 > -x + 6$ **2)** $5x + 3 < x - 1$ **3)** $-x + 3 > -2x + 5$

1) $x > 2$ 2) $x < -1$ 3) $x > 2$

עמ' 84

24. פתרו את האי-שוויונות.

1) $-3x + 7 > 4x$ **2)** $x + 1 < 2x$ **3)** $-x < -2x + 2$

1) $x < 2$ 2) $x > 1$ 3) $x < 1$

בפעילויות 18 , 19 עוסקים בייצוג אי שוויון שבו שני האגפים שונים מאפס באמצעות שתי פונקציות קוויות. מעבר זה אינו טריביאלי ומהווה קושי לחלק מהתלמידים.

לפי שיקול דעת המורה ובהתאם לכיתה יוחלט אם להציג דרך זו בפני כלל התלמידים או חלקם, או לדלג בשלב זה על פעילויות 18 , 19 ותרגילים 25 – 29. (עמודים 87 – 88).

פעילויות 18 , 19 ותרגילים 25 – 29 מציגים היבט נוסף של פתרון אי-שוויונות אלגבריים בדרך גרפית.

הרחבה: עוד על פתרון אי-שוויונות אלגבריים בדרך גרפית עמוד 85

פעילות 18 – אי-שוויון בו שני האגפים שונים מאפס עמוד 85

אפיון הפעילות: הצגת אי שוויון בו שני האגפים שונים מאפס באמצעות שתי פונקציות.

תרגילים מתאימים: תרגילים 25 – 29, עמוד 87 , 88.

בפעילות זו מוצג כל אחד מאגפי האי-שוויון כפונקציה קווית. הפתרון מסתמך על תשתית שנעשתה בפרק פונקציה קווית בפעילויות 16, 17 עמודים 61 – 63 בהשוואת פונקציות ובפעילויות 18 , 19 עמודים 65 – 66 בקשר שבין משוואה לשתי פונקציות. כמו כן למדנו לעבור ממשוואה לשתי פונקציות.

למדנו לזהות עבור אילו ערכים של x פונקציה אחת מקבלת ערכים גדולים יותר מאשר הפונקציה האחרת.

פעילות 18 – אי-שוויון בו שני האגפים שונים מאפס

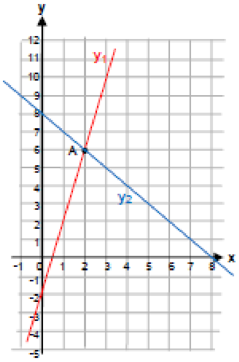
עבור אילו ערכים של x מתקיים האי-שוויון: $4x - 2 > -x + 8$

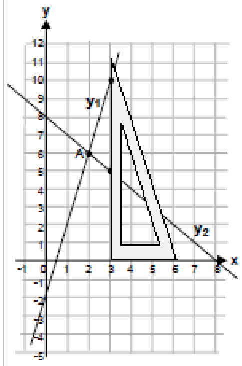
א. נציג כל אחד מהאגפים של האי-שוויון כפונקציה קווית.

אגף שמאל: $y_1 = 4x - 2$

אגף ימין: $y_2 = -x + 8$

ב. נסרטט את הגרפים של שתי הפונקציות במערכת צירים אחת.





ג. כיצד ניתן לראות **מהגרף** עבור אילו ערכים של **x** מתקיים האי-שוויון?

1) נקודת החיתוך של שני הישרים היא (2 , 6).
כלומר, עבור $x = 2$ הערכים של שתי הפונקציות שווים.
$(4\cdot 2 - 2 = -2 + 8)$

2) מימין לנקודת החיתוך
הגרף של הפונקציה $y_1 = 4x - 2$
נמצא מעל לגרף של הפונקציה $y_2 = -x + 8$

3) עבור כל מספר גדול מ- 2, הערך של הביטוי $4x - 2$
גדול מהערך של הביטוי $-x + 8$.

הפתרון של האי-שוויון $4x - 2 > -x + 8$
הוא: $\boxed{x > 2}$

עבור ערכים של **x הגדולים מ- 2**, $4x - 2 > -x + 8$.

אפיון הפעילות: פתרון האי-שוויון בשתי הדרכים שנלמדו בפעילויות קודמות.

תרגילים מתאימים: תרגילים 25 – 29, עמוד 87, 88.

הצגת שתי האסטרטגיות לפתרון האי-שוויון. מעבר לאי-שוויון שבו אחד האגפים הוא אפס וסרטוט גרף. הצגת כל אגף כפונקציה, ומציאת נקודת החיתוך של הגרפים של שתי הנקודות שהתקבלו.

פעילות 19 – נפתור בשתי דרכים

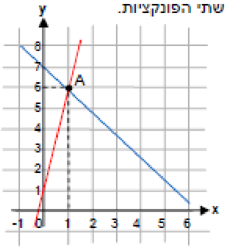
עבור אילו ערכים של x מתקיים האי-שוויון: $5x + 1 > -x + 7$

נשווה בין שתי פונקציות

א. נציג כל אחד מהאגפים כפונקציה קווית:

$y_1 = 5x + 1$ $y_2 = -x + 7$

ב. נסרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של שתי הפונקציות.



ג. נקודת החיתוך של הגרפים היא (1 , 6).

עבור $x = 1$ הערכים של האגפים שווים.

ד. מימין לנקודת החיתוך הגרף האדום מעל הגרף הכחול.

עבור $x > 1$: $5x + 1 > -x + 7$

הפתרון: $x > 1$

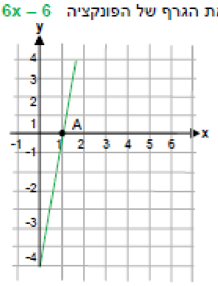
נביא לאי-שוויון עם אגף אחד שהוא 0

א. במקום האי-שוויון הנתון נכתוב אי-שוויון שקול שאגף ימין שלו הוא 0.

$5x + 1 > -x + 7$ / $-7 + x$

$6x - 6 > 0$

ב. נסרטט את הגרף של הפונקציה $y_3 = 6x - 6$.



ג. נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x היא (1 , 0).

ד. עבור ערכי x הגדולים מ- 1 גרף הפונקציה נמצא מעל לציר ה- x. כלומר הערך של $6x - 6$ גדול מ- 0.

עבור $x > 1$: $6x - 6 > 0$

הפתרון: $x > 1$

האי-שוויונות:

$5x + 1 > -x + 7$ ו- $6x - 6 > 0$

הם אי-שוויונות **שקולים**.

לשני האי-שוויונות יש בדיוק אותה קבוצת פתרונות.

תרגילים מתאימים 25 – 29
עמודים 87 – 88

ניתן **לפתור אי- שוויון** בדרך אלגברית.

ניתן **לפתור אי-שוויון** בדרך גרפית.

- ניתן לפתור בדרך גרפית את האי-שוויון המקורי.
- ניתן לפתור אי-שוויון שקול שבו אחד האגפים הוא 0.

עמ' 87

25. פתרו בדרך גרפית את האי-שוויונות הבאים.

1) $2x - 2 > x - 2$ **2)** $4x - 2 > -3x + 5$ **3)** $-x + 4 > -2x + 6$

1) $x > 2$ 2) $x > 7$ 3) $x > 0$

תרגילים 26 – 29 נועדו לתלמידים שעסקו בפתרון לפי שתי האסטרטגיות. ולכן סומנו בצבע כתום.

עמ' 87

26. נתונות שתי הפונקציות $y_2 = 3x - 7$, $y_1 = -2x + 3$.

א. סרטטו את הגרפים של שתי הפונקציות באותה מערכת צירים.

ב. עבור אילו ערכים של **x**, מתקיים $y_1 > 0$?

ג. עבור איזה ערך של **x** מתקיים $y_1 = y_2$?

ד. עבור אילו ערכים של **x** מתקיים $y_1 < y_2$?

ה. כיצד ניתן להשתמש בגרפים לפתרון האי-שוויון $-2x + 3 < 3x - 7$?

ב. עבור $x > 1.5$.

ג. כאשר $x = 2$. הנקודה היא $(2 , -1)$.

ד. עבור $x > 0$.

ה. לבדוק עבור אילו ערכים של x הגרף של הפונקציה y_1 נמצא מעל לגרף של הפונקציה y_2 .

בייצוג הגרפי קל לראות עבור אילו ערכים של x הפונקציה y_2 מקבלת ערכים גדולים מהפונקציה y_1.

בגרף זה מתורגם ל: עבור אילו ערכים של x הישר המתאים ל- y_2 נמצא מעל הישר המתאים ל- y_1.

עמ' 87

27. במכל האדום יש 200 ליטרים נוזל. במכל הכחול יש 40 ליטרים נוזל.

מעבירים נוזל מהמכל האדום למכל הכחול בקצב של 4 ליטרים בדקה.

כעבור כמה זמן מתחילת ההעברה תהיה, לראשונה, כמות הנוזל במכל הכחול גדולה מהכמות באדום?

א. סמנו ב- **x** את הזמן והביעו את כמות הנוזל בכל אחד מהמכלים כפונקציה של הזמן.

ב. פתרו את השאלה בדרך גרפית.

א. נכתוב לכל מכל פונקציה שמתארת את כמות הנוזל כעבור x דקות.

במכל האדום	**במכל הכחול**
יש 200 ליטרים של נוזל.	יש 40 ליטרים של נוזל.
בכל דקה מוציאים 4 ליטרים.	בכל דקה מוסיפים 4 ליטרים.
כעבור x דקות: $\mathbf{y_1 = 200 - 4x}$	כעבור x דקות: $\mathbf{y_2 = 40 + 4x}$

במקרה זה חשוב לבחור את קנה המידה לצירים כך שניתן יהיה לסרטט את שתי הפונקציות ונקודת החיתוך תתקבל בתחום. למשל כל משבצת על ציר ה- x תייצג דקה או שתי דקות, ועל ציר ה- y כל משבצת תייצג 4 או 8 ליטרים. (המספרים הנתונים בשאלה מעודדים מרחקים של 4 או 8 יחידות).

כדאי לשאול מה משמעות נקודת החיתוך של שני הגרפים - כמות שווה של נוזל בשני המכלים. מימין לנקודת החיתוך תהיה כמות הנוזל במכל האדום קטנה יותר.

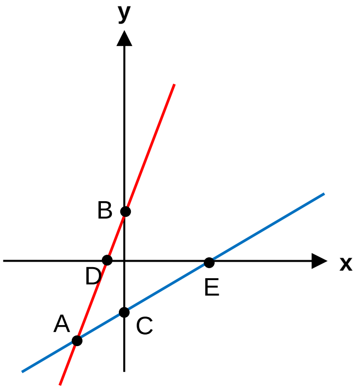
תשובה: כעבור 20 דקות תהיה כמות שווה בשני המכלים. מעבר ל- 20 דקות תהיה במכל הכחול כמות נוזל גדולה יותר.

שאלות 28 , 29 מבוססות על מבחני מפמ"ר.
השאלות מהוות חזרה אינטגרטיבית על התכנים שנלמדו בפרק הפונקציה הקווית.
על פי שיקול דעת המורה יוחלט אם לעסוק בשאלות אלו בשלב זה או בהמשך במסגרת מפגשים חוזרים.

עמ' 87

28. נתונות הפונקציות:

$$y_1 = \frac{3x-12}{4} \quad , \quad y_2 = 3x - (x-2)$$



בסרטוט שלפניכם תרשים של הגרפים של שתי הפונקציות.

א. באיזה תחום $y_2 > 0$?

ב. פתרו בדרך גרפית את האי-שוויון הה $3x - (x-2) > \frac{3x-12}{4}$

ג. חשבו את שטחי המשולשים: $\triangle AED$ $\triangle ABC$

תחילה יש לזהות איזה גרף מתאים לאיזו פונקציה. שתי הפונקציות עולות.
ניתן להביא תחילה את הפונקציות לצורה: $y_1 = \frac{3}{4}x - 3$, $y_2 = 2x + 2$.
במקרה זה קל לזהות מיידית את נקודות החיתוך עם ציר ה- y.
ניתן גם לזהות את הפונקציה על ידי השיפוע. נבדוק איזו פונקציה תלולה יותר.
הגרף הכחול מתאים לפונקציה y_1. הגרף האדום מתאים לפונקציה y_2.

א. יש למצוא את נקודת החיתוך של הפונקציה y_2 עם ציר ה- x , כלומר הנקודה שבה הערך של y_2 הוא אפס.
נקודה זו היא $(-1 , 0)$. הפונקציה y_2 חיובית עבור $x > -1$. נקודה D.

ב. הנקודה A היא נקודת החיתוך של שני הגרפים. $A(-4 , -6)$. ישר המקביל לציר ה- x הוא למעשה פונקציה קבועה.
שיש לה אותו ערך y כמו לנקודה A. משוואת הישר: $y_3 = -6$.

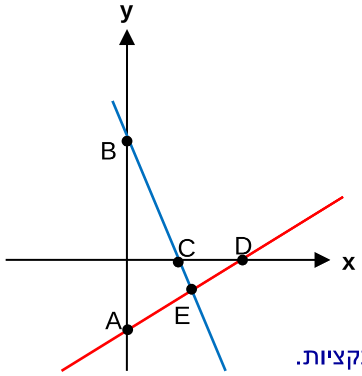
אפשר לבקש מהתלמידים למצוא את שיעורי הנקודות האחרות המסומנות: $C(0 , -3)$, $E(4 , 0)$, $B(0 , 2)$.

ג. אפשר לבקש גם את שטח משולש OCE. משולש AFD. ושטח משולש ABC.
משולש OCE הוא ישר זווית שאורך ניצביו 3 י"א (יחידות אורך) ו- 4 י"א. לכן השטח 6 י"ש. (יחידות שטח).
משולש ABC הוא משולש קהה זווית שבו אורך הצלע BC הוא 5 י"א
(ההפרש בין הערכים על ציר ה- y $2 - (-3) = 5$ ואורך הגובה להמשך הצלע הוא 4 י"א (המרחק של A מציר ה- y).
ערך ה- x. שטח המשולש: 10 י"ש. $10 = \frac{5\cdot 4}{2}$.
משולש AED : אורך DE 4-(-1)=5. הגובה הוא הערך המוחלט של ערך ה-y של הנקודה A. (6 יחידות)
השטח 15 יחידות שטח.

עמ' 88

29. לפניכם תרשים של הגרפים של הפונקציות:

$y_2 = x - 4$, $y_1 = -3x + 6$



א. מצאו לכל פונקציה את הגרף המתאים.

ב. פתרו בדרך גרפית את האי-שוויון $-3x + 6 < x - 4$.

ג. חשבו את שטחי המשולשים: $\triangle ABE$ $\triangle AOD$

א. במקרה זה פונקציה אחת עולה והאחרת יורדת לכן קל יותר להתאים בין הגרפים לפונקציות.
הגרף הכחול מתאים לפונקציה y_1 . הגרף האדום מתאים לפונקציה y_2 .

ב. הנקודה E היא נקודת החיתוך של שני הגרפים. E(2.5 , –1.5)

אפשר לבקש מהתלמידים למצוא את שיעורי הנקודות האחרות המסומנות: A(0 , –4) , B(0 , 6) , C(2 , 0) , D(4 , 0) .
אפשר לבקש מהתלמידים לחשב את שטח משולשים ABE. CDE.
אפשר לבקש למצוא משוואה של קו ישר שמקביל לישר BD ועובר דרך הנקודה A.

נמצא את נקודות החיתוך של הפונקציות עם ציר ה- y. . אורך הצלע AB הוא 10 י"א.
לכן אורך הגובה הוא 2.5 י"א. המרחק של נקודה E מציר ה- y.
שטח המשולש: 12.5 י"ש.

משולש CDE: אורך הצלע CD הוא 2 י"א. (4 – 2 = 2).
אורך הגובה הוא 1.5 י"א (הערך המוחלט של שיעור ה- y). המרחק של נקודה E מציר ה- x.
שטח המשולש: 1.5 י"ש. $\frac{2 \cdot 1.5}{2} = 1.5$

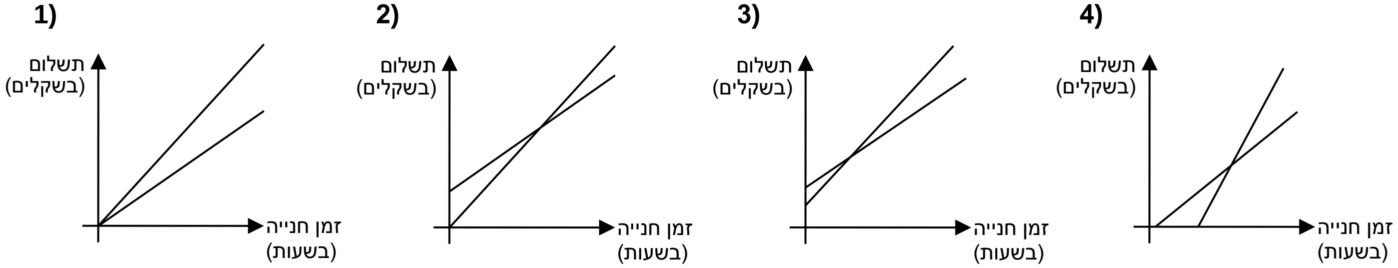
ישר המקביל לישר BD שעובר דרך הנקודה BD הוא מהצורה $y = mx + b$ שיש לו שיפוע שווה לשיפוע הישר BD,
ושיעורי הנקודה מקיימים את המשוואה.
השיפוע של BD הוא $\frac{6-0}{0-4} = -1.5$. הישר עובר דרך A כלומר חותך את ציר ה- y בנקודה A.
משוואת הישר: $y = -1.5x - 4$.

אוריינות – חונים בזול עמ' 88

חברת "חניה בזול" מציעה שתי דרכים לתשלום עבור חנייה:

הצעה ראשונה	הצעה שנייה
דמי רישום 8 שקלים תשלום קבוע ועוד 6 שקלים לכל שעת חנייה.	10 שקלים לכל שעת חנייה.
התשלום עבור חלק מהחנייה הינו יחסי. למשל, עבור כל 15 דקות חניה משלמים 1.50 שקלים. (בנוסף לתשלום הקבוע).	התשלום עבור חלק משעה הינו יחסי. למשל, עבור כל 15 דקות חנייה משלמים 2.50 שקלים.

א. באיזו מערכת צירים מוצגים גרפים המתאימים לתיאור שתי הצעות החנייה?



ב. כמה ישלם מר ישראלי אם חנה לפי ההצעה הראשונה במשך 3 שעות ו- 20 דקות?

ג. כמה תשלם גברת שלום אם תחנה לפי ההצעה השנייה במשך 2 שעות ו- 45 דקות?

ד. לגבי כל אחת מההצעות כתבו פונקציה המתארת את הקשר בין התשלום לבין זמן החנייה.

ה. עבור כמה שעות חניה המחיר לפי שתי ההצעות זהה?

ו. מה התחום עבורו משתלם יותר לבחור בהצעה השנייה?

שאלת אוריינות העוסקת בבדיקת כדאיות.

א. כדאי לעודד את התלמידים לענות על השאלה מבלי לסרטט את הגרפים או לכתוב ייצוג אלגברי לפונקציה. לאחר מכן ניתן לבקש מהם לכתוב ייצוגים אלגבריים מתאימים ולבדוק.

התשובה: סרטוט 2. בסרטוט זה גרף אחד מתוך השניים אמור לעבור דרך הראשית שכן אין תשלום קבוע (כאשר זמן החנייה הוא 0 גם המחיר הוא 0), משלמים בהתאם למה שחונים. הגרף השני מייצג תשלום קבוע (חיובי) – נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא עבור y חיובי.

בסרטוט 1 שני הגרפים עוברים דרך הראשית. פירושו: לשתי ההצעות אין תשלום ראשוני קבוע (התשלום הקבוע הוא אפס) ומשלמים רק בהתאם לזמן החנייה. בסרטוט 3 שני הגרפים מציגים תשלום קבוע (כאשר זמן החנייה הוא 0 יש תשלום חיובי). בסרטוט 4 אם נמשיך את הקווים נקבל תשלום קבוע שלילי. לחילופין אם נתייחס לנקודות החיתוך עם ציר ה- x, נקבל שקיים זמן חנייה חיובי עבורו לפי כל אחת מההצעות התשלום הוא 0.

ב. 28 שקלים.

3 שעות ← 18 שקלים. 20 דקות (שליש שעה) ← 2 שקלים. ותוספת של 8 שקלים תשלום קבוע.

ג. 27.5 שקלים.

2 שעות ← 20 שקלים. 45 דקות ($\frac{3}{4}$ שעה) ← 7.50 שקלים.

ד. הצעה ראשונה: $f(x) = 8 + 6x$. הצעה שנייה: $g(x) = 10x$.

ו. עבור $x > 2$. יש לפתור את האי-שוויון: $10x < 8 + 6x$. כאשר חונים פחות משעתיים משתלם יותר לפי ההצעה השנייה.