

משוואות ממעלה ראשונה ושאלות מילוליות – עמוד 140

מבנה הפרק

חזרה:

- חזרה על משוואות ממעלה ראשונה ודרכים לפתרון שנלמדו בכיתה ז.
- חזרה על פתרון שאלות מילוליות שנלמדו בכיתה ז.
- חזרה על משוואות בסיסיות עם מכנה מספרי.

בכיתה ח נלמד:

- משוואות עם מכנה מספרי.
- משוואות עם מכנה שהוא ביטוי אלגברי.
- שאלות מילוליות.
- משוואות מיוחדות.

מפגש חוזר – משוואות ממעלה ראשונה ושאלות מילוליות – עמוד 140

התלמידים למדו את משמעות המשוואה, מושג הפתרון, ודרכים לפתרון משוואות ממעלה ראשונה בנעלם יחיד בכיתה ז.

משוואה היא:

- שוויון בין שני ביטויים אלגבריים.
- לפחות באחד משני הביטויים יש נעלם.

את המשוואות והשאלות המילוליות המופיעות במפגש חוזר זה למדנו לפתור בכיתה ז.

פתרון של משוואה הוא מספר שאם נציב אותו במקום הנעלם יתקבל שוויון בין שני אגפי המשוואה, (כלומר, תתקבל טענה אמיתית).

דוגמה: נתונה המשוואה:

$$4x + 5 = 6x - 4(x - 1)$$

נפתור אותה.

$$4x + 5 = 6x - 4(x - 1)$$

חוק הפילוג.

$$4x + 5 = 6x - 4x + 4$$

כינוס איברים דומים.

$$4x + 5 = 2x + 4 \quad / -2x - 5$$

חיסור איברים שווים משני האגפים.

$$2x = -1 \quad / :2$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

בדקו על ידי הצבה במשוואה המקורית.

תרגילים

עמ' 140				פתרו את המשוואות הבאות.	
1)	$3(5 - x) = 27$	-4	6)	$4x + 12 = 60 - 8x$	4
2)	$3(x - 2) = x$	3	7)	$5 - x = 3(x + 1)$	0.5
3)	$4(7 - 2x) = 8$	2.5	8)	$3(2x - 1) + 3 = 4x$	0
4)	$(8 - 3x) \cdot 9 = 18$	2	9)	$3 + 4(x - 3) = 19$	7
5)	$-2(5 + x) = 3x$	-2	10)	$x - 2(3x - 8) + 9 = 0$	5
			11)	$10 - 3(2x + 4) = -11$	1.5
			12)	$-2(3 - x) = (x - 4) \cdot 3$	6
			13)	$5(2x + 3) + 15 = -3(2x - 2)$	-1.5
			14)	$7x - 8(2x - 3) = -4x - 1$	5
			15)	$-(2x + 5) - 1 = 2(x + 1)$	-2

שימוש ישיר בפרוצדורה שנלמדה בכיתה ז' לפתרון משוואות:
 פתיחת סוגריים (במידת הצורך), כינוס איברים דומים, ביצוע פעולות זהות על שני האגפים.
 יש להזכיר את החשיבות של הבדיקה ולנמק מדוע הבדיקה נעשית על ידי הצבה במשוואה המקורית.
 אין צורך לבדוק את כל המשוואות. ניתן לבחור כמה מהן ולבצע עליהן בדיקה.

עמ' 140		2. הפתרון של כל אחת מהמשוואות הבאות הוא 4. בכל משוואה השלימו מספר מתאים.	
1) $2x - \underline{\hspace{2cm}} = x - 3$	7	4) $56 - 7x = 4x + \underline{\hspace{2cm}}$	12
2) $6x + 3 = 20 + \underline{\hspace{2cm}}$	7	5) $10(x + 2) - 8(x - \underline{\hspace{2cm}}) = 12$	-2
3) $3(x + \underline{\hspace{2cm}}) = 31 - x$	5	6) $-3(2x + \underline{\hspace{2cm}}) = 9 - 2(4x + 2)$	1

המטרה של השאלה היא חזרה על משמעות הפתרון. כאשר מציבים את הפתרון במקום x מתקיים שוויון בין שני האגפים.
 בתרגיל ישנה חשיבה "הפוכה": הפתרון נתון, וידוע חלק מהמשוואה.
 בכל משוואה יש להשלים את המספר החסר. ניתן לפתור על ידי אומדן מספרי ותיקון.

$$\text{למשל ב- (1): נציב 4 במקום } x. \quad 2 \cdot 4 - \square = 4 - 3$$

$$8 - \square = 1$$

המספר החסר הוא 7.

ניתן להציב 4 במקום x ואז להתייחס למספר החסר כנעלם ולפתור באסטרטגיה של פתרון משוואות.
 דרך זו דורשת יכולת אלגברית גבוהה יותר.
 יש צורך להתייחס למספר החסר כנעלם.

$$8 - \underline{?} = 1 \quad / -8$$

$$-\underline{?} = -7$$

$$\underline{?} = 7$$

(3) נציב 4 במקום x .

$$3(4 + \underline{\hspace{2cm}}) = 31 - 4 \quad \text{נקבל}$$

$$3(4 + \underline{\hspace{2cm}}) = 27$$

$$3 \cdot 9 = 27$$

$$4 + \underline{\hspace{2cm}} = 9$$

$$4 + 5 = 9$$

פתרון התרגיל על ידי הצבה והפעלת שיקולי דעת מספריים משמשים כר פורה לשיחות על מספרים ופעילות, ותורם לפיתוח התבונה המספרית.

בכל סעיף נתונה משוואה שחסר בה ביטוי, ונתון פתרון המשוואה.
איזה מבין שלושת הביטויים הכתובים ליד המשוואה הוא הביטוי החסר?

א. $12x$ ב. 18 ג. $4x$ ד. $x + 2$

1) $6x + 23 + \underline{\hspace{2cm}} = -13$
הפתרון הוא -2

$2x$
 $6x$
 $12x$

2) $2x + \underline{\hspace{2cm}} - 32 = 22 - x$
הפתרון הוא 12

$8x$
 18
 $12x$

3) $\underline{\hspace{2cm}} + 5x = 3(5 + 2x)$
הפתרון הוא 5

$4x$
 $x + 4$
 4

4) $18 - 3x = \underline{\hspace{2cm}} + 4$
הפתרון הוא 3

$x + 2$
 $2x$
 2

פתרו את המשוואות הבאות.

1) $4(x + 1) - 7 = -2(x + 1) - 1$ 0

3) $20 = 5 - (x + 1) \cdot 3$ -6

2) $5 - (3x + 2) = 13 - x$ -5

4) $6 - 7x = 4(x - 3) - 2x$ 2

המשוואות מספקות הקשר לתזכורת בדבר "מינוס לפני סוגריים". מינוס לפני סוגריים מהווה קושי מבני לחלק לא קטן מהתלמידים. יש להזכיר את הפרוצדורה.

1) $4(x + 1) - 7 = -2(x - 1) - 1$

$4x + 4 - 7 = \underbrace{-2 \cdot x}_{-2x} - \underbrace{2 \cdot (-1)}_{+2} - 1$

$-2(x - 1)$

יש לחזור על הכלל. מומלץ להמליל את הביצוע.

"מינוס 2 כפול x הם מינוס שני x. מינוס 2 כפול מינוס 1 הם 2".

דוגמה פתורה מהספר עמוד 141

חזרה על פתרון שאלות מילוליות על ידי בניית משוואה מתאימה.

מומלץ להציג את השאלה במליאת הכיתה ולבקש מהתלמידים לבנות משוואה מתאימה. ניתן, לפי שיקול דעת המורה ולפי הכיתה לבקש לפתור את השאלה שוב כאשר ב- x נסמן את המחיר בפועל (ולא את המחיר המתוכנן).

x – המחיר בפועל
 $x - 30$ – המחיר המתוכנן
 18 – מספר המשתתפים
 24 – המספר המתוכנן של המשתתפים
 $18x$ – עלות הטיול
 $24(x - 30)$ – עלות הטיול

$$24(x - 30) = 18x$$

$$24x - 720 = 18x$$

$$6x = 720$$

$$x = 120$$
 כל משתתף שילם בפועל

120 שקלים.

דוגמה:
 חברת "טבע ונוף" פירסמה הצעה לטיול. עלות הטיול חושבה לפי 24 מטיילים.
 לטיול נרשמו 18 מטיילים בלבד, ולכן המחיר למטייל היה גבוה ב- 30 שקלים מהמחיר המתוכנן.
 א. כתבו משוואה המתארת את הקשר בין נתוני השאלה.
 ב. כמה שילם כל משתתף עבור הטיול?

פתרון:

בפועל	מתוכנן
מספר משתתפים 18	מספר משתתפים 24
מחיר למשתתף $x + 30$	מחיר למשתתף x
עלות הטיול $18(x + 30)$	עלות הטיול $24x$

משוואה מתאימה: $24x = 18(x + 30)$
 $24x = 18x + 540 \quad / -18x$
 $6x = 540 \quad / :6$
 $x = 90$

תשובה: המחיר המתוכנן היה 90 שקלים. בפועל, כל משתתף שילם 120 שקלים ($90 + 30$).

כדאי לדון במהות המשוואה שנכתבה:

עלות הטיול נשאר בעינה.
 מספר המשתתפים קטן יותר.
 העלות למשתתף גדולה יותר.
 בשני המקרים אותה מכפלה.

דוגמה פתורה – עמוד 142

שאלה מילולית בהקשר גיאומטרי.

הבדיקה צריכה להיעשות בהקשר של השאלה.

יש לבדוק אם אכן ההיקפים של שתי הצורות שווים.

הצבה במשוואה לצורך הבדיקה חשובה אך איננה

עונה לשאלה אם המשוואה שבנינו היא המשוואה

המתאימה לפתרון השאלה.

דוגמה:
 בסרטוט שלפניכם משולש ומלבן. (המידות בס"מ).
 ידוע כי היקף המשולש שווה להיקף המלבן.
 א. כתבו משוואה המתארת את הקשר בין נתוני השאלה ופתרו אותה.
 ב. מה אורך הצלעות של המלבן ושל המשולש?

פתרון:

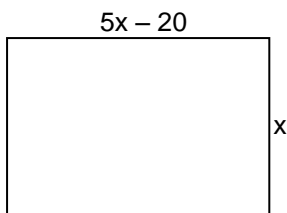
א. $2(3x - 9) + 2x = 2(x + 1) + x$
 $6x - 18 + 2x = 2x + 2 + x$
 $8x - 18 = 3x + 2$
 $5x = 20$
 $x = 4$

ב. צלעות המלבן: 4 ס"מ, 3 ס"מ, 4 ס"מ, 3 ס"מ
 צלעות המשולש: 4 ס"מ, 5 ס"מ, 5 ס"מ, 4 ס"מ

בדיקה: היקף המלבן $4 + 3 + 4 + 3 = 14$ ס"מ
 היקף המשולש $4 + 5 + 5 + 4 = 14$ ס"מ

מדוע הבדיקה לא נערכה אך ורק על ידי הצבת הפתרון במשוואה?

תרגילים



עמ' 142 5.

המרובע שבסרטוט הוא מלבן שהיקפו 26 ס"מ.

א. כתבו משוואה המתארת את הקשר בין הנתונים בשאלה.

ב. מה ערכו של x ? 5.5

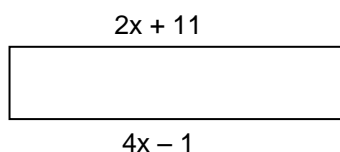
ג. מה אורך צלעות המלבן? 5.5 ס"מ, 7.5 ס"מ

א. $2(5x - 20) + 2x = 26$

ב. $x = 5.5$

ג. יש לחדד שוב את העובדה שיש לשים לב לשאלה הנשאלת ולא רק למצוא את ערכו של x .

אורך צלעות המלבן: 5 ס"מ ; 7.5 ס"מ. $(3 \cdot 5.5 - 9)$.



עמ' 142 6.

המרובע שבסרטוט הוא מלבן. (המידות בס"מ).

א. מה ערכו של x ? 6

ב. שטח המלבן הוא 115 סמ"ר.

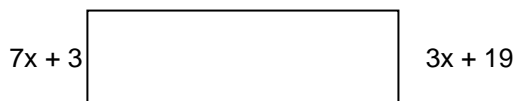
מה אורך צלעות המלבן? 5 ס"מ, 23 ס"מ

א. $2x + 11 = 4x - 1$ צלעות נגדיות במלבן שוות.

$x = 6$

אורך הצלע $2 \cdot 6 + 11 = 23$ או $4 \cdot 6 - 1 = 23$

ב. הצלע השנייה $5 : 23 = 115$. שטח מלבן = מכפלת הצלעות. $\leftarrow \frac{\text{שטח}}{\text{צלע ב}} = \text{צלע א}$



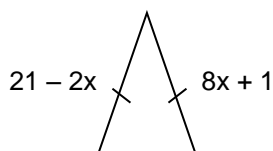
עמ' 142 7.

המרובע שבסרטוט הוא מלבן. (המידות בס"מ).

א. מה ערכו של x ? 4 ס"מ

ב. שטח המלבן הוא 3,100 סמ"ר.

מה היקף המלבן? 262 ס"מ



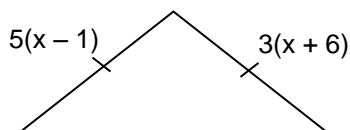
עמ' 143 8.

המשולש שבסרטוט הוא שווה שוקיים. (המידות בס"מ).

מה אורך כל אחת מהשוקיים? 17 ס"מ

$21 - 2x = 8x + 1 \leftarrow x = 2$

צלעות: $8 \cdot 2 + 1 = 17$. יש לוודא שגם הצלע השנייה אורכה 17. $21 - 2 \cdot 2 = 17$



עמ' 143 9.

המשולש שבסרטוט הוא שווה שוקיים. (המידות בס"מ).

א. מה ערכו של x ?

ב. מה אורך השוקיים? 52.5 ס"מ

עמ' 143 10. היקפו של משולש שווה שוקיים הוא 200 ס"מ. אורך השוק גדול פי 2 מאורך הבסיס.

מה אורך צלעות המשולש? 40 ס"מ, 80 ס"מ, 80 ס"מ

$$x - \text{אורך הבסיס} \quad x + 2 \cdot 2x = 200 \quad (\text{בסיס} + \text{פעמיים השוקיים})$$

$$2x - \text{אורך השוק} \quad x = 40$$

צלעות המשולש: אורך הבסיס = 40 ס"מ, אורך כל שוק: $2 \cdot 40 = 80$ ס"מ.

עמ' 143 11. במפעל לייצור נורות, אורזים את הנורות בקופסאות בגדלים שונים. בקופסה גדולה יש 48 נורות, בקופסה בינונית

יש 40 נורות. במחלקת ההפצה היו צריכים להכין משלוח של נורות בקופסאות גדולות.

בשל מחסור בקופסאות גדולות ארזו את המשלוח בקופסאות בינוניות, לכן נשלחו 7 קופסאות יותר מהמתוכנן.

כמה נורות הוזמנו? (1,680)

$$x - \text{המספר המתוכנן של קופסאות גדולות} \quad x + 7 - \text{מספר הקופסאות הבינוניות}$$

$$48x - \text{מספר הנורות שהוזמן} \quad 40(x + 7) - \text{מספר הנורות שהוזמן}$$

$$48x = 40(x + 7) \quad \text{המשוואה מייצגת את העובדה שבשתי צורות האריזה נשלח אותו מספר של נורות.}$$

עמ' 143 12. לבית הספר "קדימה" תקציב לקניית מחשבים. לפי המחירון שפורסם, התקציב הספיק ל-12 מחשבים.

הקנייה התעכבה בכמה שבועות, ובינתיים מחיר מחשב עלה ב-550 שקלים.

כתוצאה מכך התקציב הספיק רק ל-10 מחשבים.

מה היה מחיר מחשב לפי המחירון שפורסם? (2,750 שקלים)

עמ' 143 13. בשוק הסיטונאי התקבל משלוח של 960 ק"ג עגבניות. בחלוקה לארגזים התברר ש-80 ק"ג מהעגבניות היו פגומות

ולא ניתן למכור אותן. כדי להגיע לפדיון המתוכנן העלה המוכר את המחיר לק"ג ב- $\frac{1}{2}$ שקל.

מה היה המחיר המקורי של ק"ג עגבניות? (5.5 שקלים)

$$x - \text{מחיר מקורי} \quad x + \frac{1}{2} - \text{מחיר בפועל}$$

$$960 - \text{משקל מקורי} \quad 880 - \text{משקל בפועל}$$

$$960x = 880(x + \frac{1}{2}) \quad \text{הפדיון נשאר שווה}$$

$$x = 5.5 \quad \text{המחיר המקורי היה 5.5 שקלים לק"ג}$$

בכל בניית משוואה יש לדון מה המידע בשאלה המאפשר לנו לזהות ולייצג שני גדלים שווים.

יש לוודא שהתלמיד מבינים מה המשמעות של "פדיון".

עמ' 143 14. פתרו את המשוואות הבאות.

$$1) \quad 2(x + 1) + 3(3x + 5) = 50 \quad 3 \quad 6) \quad 7(x - 3) - 5(x + 4) = 10x - 33 \quad -1$$

$$2) \quad 8(3x - 4) + 4(3 - 4x) = 36 \quad 7 \quad 7) \quad 4(x + 3) - (x - 4) = 5x + 12 \quad 2$$

$$3) \quad 4(2x - 3) - 5(3x - 2) = 12 \quad -2 \quad 8) \quad 12(2 - x) + 13(x + 4) = 70 \quad -6$$

$$4) \quad 2(4 - x) + 5(3 + x) = 38 \quad 5 \quad 9) \quad 4(x + 3) - 5(x - 4) = 5(x + 4) \quad 2$$

$$5) \quad 2(7 - x) + 5 = 4x + 5(2 - x) \quad 9 \quad 10) \quad 4(x - 5) - 3(x + 5) = 35 - 5(x + 8) \quad 5$$

חזרה נוספת על פתרון משוואות. תרגיל זה יינתן במידת הצורך.

עמ' 144 15.

מתכננים להקצות בפארק שטח מלבני באורך 50 מטרים, למגרש החלקה.
כדי לא לעקור עצים עתיקים הקטינו את אורך המגרש המתוכנן ל- 44 מטרים.
כדי שהשטח המתוכנן לא ישתנה, הגדילו את הרוחב ב- 6 מטרים.
מה אורך הצלעות של המגרש המתוכנן? (50 מ', 44 מ')

עמ' 144 16.

מסדרים את הכסאות באולם.
לפי התוכנית המקורית היו אמורים לסדר באולם 12 שורות, בכל שורה מספר שווה של כסאות.
ברגע האחרון החליטו להרחיב את המעבר ולכן הקטינו ב- 6 את מספר הכסאות בכל שורה.
כתוצאה מכך גדל מספר השורות ב- 3.
כמה כסאות באולם? (360)

עמ' 144 17.

פתרו את המשוואות הבאות.

- | | | | |
|---|---------------|---|----------------|
| 1) $4(2x - 5) - 5(2 - 3x) = -76$ | -2 | 7) $-7(5 - 3x) - 3(4x - 8) = x + 1$ | 1.5 |
| 2) $\frac{1}{2}(4x + 4) + \frac{1}{3}(12 - 9x) = 10$ | -4 | 8) $3(3 - x) - 9(x + 3) = -7(x - 1)$ | -5 |
| 3) $\frac{1}{4}(16x - 8) + \frac{1}{2}(6x + 10) = 17$ | 2 | 9) $-2(2x + 5) - 7(x + 1) = 3(1 - 4x)$ | 20 |
| 4) $3(2x - 10) - \frac{1}{3}(6x + 9) = -1$ | 8 | 10) $7(x - 2) - 5(x - 8) = 10(x - 3)$ | 7 |
| 5) $6x + 21 + 9x = 4(3x + 1) + 19$ | $\frac{2}{3}$ | 11) $7(2x - 8) - 9(x - 6) = 8 - 5(x - 4)$ | 3 |
| 6) $-9(5 - 2x) - 7 = 5(3x - 2) - 4x$ | 6 | 12) $24x + 15 = -7x - \frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ |

קבוצה נוספת של משוואות. בין המשוואות ישנן מספר משוואות עם שברים. דרך הפתרון איננה על ידי הבאה למכנה משותף או הכפלת שני האגפים במספר המביא למשוואה ללא מכנים. מתייחסים לשברים כאל המספרים האחרים. פותחים סוגריים, מכנסים, מחלקים במקדם של הנעלם.

דוגמה פתורה – עמוד 144

שאלת גילים.

הקושי בשאלות מסוג זה הוא:

איזה ביטוי לכפול ב- 2 ?

את $(x + 10)$ או את $(x + 3)$?

כדי להתמודד עם קושי זה יש לכתוב את שני

הביטויים משני צידי סימן השוויון ואז לבדוק מי

גדול ממי?

הגיל של ערן או הגיל של אחותו?

את הצד הקטן יותר אנחנו כופלים כדי להגיע

לשוויון. יש גם להקפיד על כתיבת הסוגריים.

דוגמה:
ערן גדול מאחותו עינת ב- 7 שנים. בעוד 3 שנים יהיה גילו פי 2 מגיל אחותו.
בני כמה ערן ועינת היום?

היום
הגיל של עינת: x
הגיל של ערן: $x + 7$
המשוואה המתאימה:

$$x + 10 = 2(x + 3)$$

ערן בעוד 3 שנים עינת בעוד 3 שנים

$$x + 10 = 2x + 6 \quad / -2x - 10$$

$$x - 2x = 6 - 10$$

$$-x = -4 \quad / :(-1)$$

$$x = 4$$

תשובה:
הגיל של עינת היום: 4
הגיל של ערן היום: 11

עוד 3 שנים
הגיל של עינת: $x + 3$
הגיל של ערן: $x + 7 + 3$

בדיקה: $14 = 2 \cdot 7$ ✓

- עמ' 145 18. עידו גדול מיותם ב- 9 שנים. בעוד 4 שנים יהיה גילו של עידו פי 2 מהגיל של יותם. בני כמה עידו ויותם היום? 14, 5

- עמ' 145 19. הגיל של האב גדול פי 5 מגיל בנו. בעוד 7 שנים יהיה גיל האב פי 3 מגיל בנו. בני כמה האב והבן כיום? 35, 7

- עמ' 145 20. האם בת 38 והבת בת 18. לפני כמה שנים היה גיל האם גדול פי 3 מגיל הבת? 8 הפעם השאלה היא לגבי מספר השנים (ולא הגיל).

כיום	לפני x שנים
38 – גיל האם	38 – x – גיל האם
18 – גיל הבת	18 – x – גיל הבת

$$38 - x = 3(18 - x) \leftarrow x = 8$$

הקושי של חלק מהתלמידים הוא איזה מהביטויים $38 - x$ או $18 - x$ יש לכפול ב- 3.

$$\frac{38 - x}{3} = \frac{18 - x}{3} \quad ? \quad ?$$

יש לכפול את הגיל הקטן מבין השניים. במקרה זה זהו גיל הבת לפני x שנים.

דוגמה:

שירה מבוגרת מנועה ב- 6 שנים. בעוד 4 שנים יהיה סכום הגילים שלהן 32. מה הגיל של שירה ונועה היום?

היום	בעוד 4 שנים
הגיל של נועה x	הגיל של נועה x + 4
הגיל של שירה x + 6	הגיל של שירה (x + 6) + 4
משוואה מתאימה:	$\frac{(x + 4)}{\text{הגיל של נועה}} + \frac{(x + 10)}{\text{הגיל של שירה}} = 32$

פתרו את המשוואה. האם קיבלתם $x = 9$?

- עמ' 145 21. הגיל של האב הוא פי 4 מגיל הבן. בעוד 7 שנים יהיה סכום הגילים של האב ושל הבן 54 שנים. בני כמה האב והבן כיום? 32, 8

כיום	עוד 7 שנים
x – גיל הבן	x + 7 – גיל הבן
4x – גיל האב	4x + 7 – גיל האב

$$(x + 7) + (4x + 7) = 54$$

גיל הבן כיום 8, גיל האב כיום 32. בדיקה: בעוד 7 שנים, הבן יהיה בן 15, האב יהיה בן 39, סכום הגילים: 54

$$x = 8$$

עמ' 145 22.

האב בן 61 ובניו בני 38 ו- 34.
לפני כמה שנים היה גיל האב שווה לסכום הגילים של שני בניו? 11

עמ' 145 23.

רענן בן 30 ועידו בן 42.
לפני כמה שנים היה הגיל של רענן רבע מגילו של עידו? 26

עמ' 145 24.

האב בן 38 ובנותיו בנות 3, 7, 10.
בעוד כמה שנים יהיה גיל האב שווה לסכום הגילים של שלוש בנותיו? 9
אחרי ביצוע מספר תרגילים, מומלץ לבקש מהתלמידים לחבר שאלות דומות המבוססות, למשל, על הגילים של בני משפחתם.

עמ' 145 25.

הגיל של יונתן גדול פי 2 מגילו של דניאל. בעוד 3 שנים סכום הגילים שלהם יהיה 21.
מה הגיל של דניאל היום? 5

עמ' 146 26.

תמי מבוגרת מדנה ב- 8 שנים. בעוד שנה יהיה סכום הגילים שלהן 42.
מה הגיל של תמי היום? 24

עמ' 146 27.

ארבעה אחים נולדו בהפרשים של שנתיים זה מזה. סכום הגילים שלהם הוא 96.
בני כמה הם עכשיו? 27, 25, 23, 21

עמ' 146 28.

גיל האב גדול פי 3 מגיל הבת. לפני 7 שנים היה גיל האב גדול פי 5 מגיל הבת.
בני כמה הם היום? 42, 14

עמ' 146 29.

שלוש אחיות הן בנות 16, 19, 21.
א. כתבו ביטוי לסכום הגילים של האחיות בעוד x שנים.
ב. בעוד כמה שנים יהיה סכום הגילים שלהם 71? 5

עמ' 146 30.

מיכל מבוגרת מאחותה ב- 5 שנים. בעוד 7 שנים יהיה סכום הגילים שלהם 45.
בת כמה מיכל היום? 18

עמ' 146 31.

ארבע אחיות נולדו בהפרש של 3 שנים זו מזו. לפני 5 שנים היה סכום הגילים שלהן 50.
בת כמה הבת המבוגרת היום? 22

המבוגרת הצעירה
גילאי האחיות כיום: x , $x+3$, $x+6$, $x+9$
לפני 5 שנים: $x-5$, $(x+3)-5$, $(x+6)-5$, $(x+9)-5$
כדאי לכנס לפני בניית המשוואה: $x-5$, $x-2$, $x+1$, $x+4$
 $(x-5) + (x-2) + (x+1) + (x+4) = 50$
 $x = 13$ ← הבת הצעירה בת 13. הבת המבוגרת בת $13+9 = 22$ שנה.

שאלות 32 – 35 הן בדרגת קושי גבוהה יותר.

עמ' 146 **32.** כאשר האם הייתה בת 33 הייתה בתה בת 3. לפני שנתיים היה גיל האם פי 4 גיל הבת.

בנות כמה הן היום? 12, 42

המידע על הגילים 33 ו- 3 נועד כדי לדעת מהו ההפרש בין הגילים. ההפרש הוא 30 שנה.

במידע זה משתמשים בבניית המרכיבים של המשוואה.

לפני שנתיים

כיום

$x - 2$ – גיל האם

x – גיל האם

$(x - 30) - 2$

$x - 32$ – גיל הבת

$x - 30$ – גיל הבת

$$\begin{array}{r} x-2 \\ 4 \cdot \end{array} \quad \begin{array}{r} x-32 \\ 4 \cdot \end{array}$$

$$x - 2 = 4(x - 32) \leftarrow x = 42$$

גיל האם כיום 42, גיל הבת כיום 12. לפני שנתיים גיל האם היה 40, גיל הבת היה 10. $40 = 10 \cdot 4$ ✓

עמ' 146 **33.** סכום הגילים של שלושה אחים הוא 56. גיל האח האמצעי קטן ב- 5 שנים מפעמיים גילו של האח הצעיר.

גילו של האח הבכור גדול ב- 6 שנים מגילו של האח האמצעי.

מה גילו של האח הצעיר? 12

$$2x + 1 \leftarrow (2x - 5) + 6$$

אמצעי $2x - 5$

צעיר x על פי נתוני השאלה נוח לסמן ב- x את גיל האח הצעיר.

$$x = 12 \leftarrow (2x + 1) + (2x - 5) + x = 56$$

הגילים: 12, 19, 25 $(2 \cdot 12 - 5)$, 25 $(2 \cdot 12 + 1)$ $\leftarrow 56 = 12 + 19 + 25$

עמ' 146 **34.** א. רשמו ביטוי אלגברי לגילו של אדם לפני 3 שנים אם ידוע כי לפני x שנים הוא היה בן y .

ב. ידוע שגילו של אדם זה לפני שלוש שנים היה 39 וידוע שההפרש בין x ל- y הוא 16.

מהם x ו- y ? 13, 29

אין הכוונה ללמד לכתוב ולפתור מערכת של שתי משוואות בשני נעלמים. השאלה מיועד לתלמידים חזקים. לדעתנו, לנתינת שאלה מסוג זה לפני שהתלמידים למדו אסטרטגיה מקובלת לפתרון, ישנה חשיבות בפני עצמה.

דרכי הפתרון שהם ימצאו הן נקודתיות, ובדרך כלל, מתבססות על דרכי חשיבה מקוריות.

א. הקושי הוא בקריאה מדויקת של המידע.

לפני x שנים הוא היה בן y לכן גילו כיום: $y + x$; לפני 3 שנים גילו היה: $(y + x) - 3 \leftarrow y + x - 3$

ב. אם גילו לפני 3 שנים היה 39 אזי גילו כיום 42.

נחפש שני מספרים טבעיים שסכומם 42 והפרשם 16, על ידי ניסוי ושיפור:

$$13 + 29 = 42$$

$$12 + 30 = 42$$

$$29 - 13 = 16 \quad \checkmark$$

$$30 - 12 = 18 \quad \times$$

כשיודעים לפתור מערכת של שתי משוואות בשני נעלמים ניתן לפתור על ידי האלגוריתם המקובל.

עמ' 146 **35.** רשמו ביטוי אלגברי לגילו של אדם בעוד a שנים אם ידוע כי גילו לפני b שנים היה k .

גילו כעת: $k + b$; גילו בעוד a שנים יהיה $k + b + a$

מפגש חוזר – משוואות עם שברים – עמוד 147

חזרה על פתרון משוואות בסיסיות עם שברים מספריים.

המשוואות מתמקדות במונים שהם איבר כפלי (לדוגמה $4x$, x) ולא באיבר אלגברי חיבורי (לדוגמה $2x + 3$).

פתרון משוואות עם מונים שהם איברים חיבוריים נלמד בעמוד 150.

למשוואות מסוג זה, ולמצבים יומימיים שהם יכולים לייצוג, הייתה חשיפה בכיתה ז.

שתי דרכים מקובלות למעבר ממשואה עם שברים למשוואה ללא שברים הן:

- (1) א. קביעת המכנה המשותף.

- ב. הכפלת כל אחד מאיברי המשוואה במכנה המשותף.**

- ג. צמצום כל אחד מהמכנים במכנה המשותף.

- ד. הכפלת המונים במספר שהתקבל (למעשה בגורם ההרחבה).

- (2) א. קביעת המכנה המשותף.

- ב. הצגה אחידה של כל המחוברים – מונה ומכנה (כולל מספרים שלמים).**

- ג. קביעת גורם ההרחבה.

- ד. הכפלה של כל אחד מהמונים בגורם ההרחבה המתאים.**

- ## ה. הצגת משוואת המונים.

ההבדל בין שתי הדרכים הוא הבדל "טכני" ולא קונספטואלי. לנסינונו, קביעת גורם ההרחבה לפני התחלת ההכפלה מקטין

בצורה משמעותית את הטעויות. בכיתה ז' כאשר הנושא של משוואות עם שברים הוקנה לראשונה הוצגו שתי הדרכים.

הכתיבה של גורמי ההרחבה (כלומר שלב הצמצום נעשה לפני ההכפלה) בהיר יותר וכתיבתו עמוסה פחות.

יחד עם זאת אין כל מניעה שהמורים יבחרו את הדרך המתאימה יותר לפי שיקול דעתם.

בדוגמאות מוצגת האסטרטגיה המרכזית לפתרון בספר.

- (1) מזהים את האיברים במשוואה.

- (2) מציגים כל איבר כשבר (מונה ומכנה).

- (3) מספרים שלמים ואיברים אלגבריים ללא מכנה מוצגים כשבר שהמכנה שלו הוא 1.

- (4) קובעים מהו המכנה המשותף (רצוי המכנה הקטן ביותר – ראו דוגמה בעמוד 148).

- (5) כופלים כל מחובר בגורם ההרחבה.

- (6) מקבלים משוואה ללא מכנים.

- (7) ממשיכים לפתור.

ניתן כמובן לכתוב גם את שלב המכנה ושלב הצמצום כפי שהוצג בזמן ההקנייה בכיתה ז.

$$\frac{5x}{3} + 17 = 2$$

$$1.5x + 3 \cdot 17 = 3 \cdot 2$$

ניתן גם קודם כל לחסר את המספר 17 משני האגפים:

$$\frac{5x}{3} + 17 = 2 \quad / -17$$

בשלב זה ניתן גם להציג חלוקת שני האגפים ב- $\frac{5}{3}$

$$5x = -45$$

$$x = -9$$

וכדומה. הכל על פי שיקול דעת המורה ואופי הכיתה.

הדרך המוצגת בדוגמאות מביאה את תהליך הפתרון לסטנדרטיזציה והיא, לנסיוננו, משמעותית ונוחה למרבית התלמידים.

עמ' 147 | 36.

פתרו את המשוואות הבאות.

1) $\frac{4x}{5} = 16$ 20

2) $\frac{x}{3} = 11$ 33

3) $\frac{2x}{3} = 26$ 39

4) $\frac{7x}{6} = -1$ $-\frac{6}{7}$

5) $18 = \frac{9x}{10}$ 20

עמ' 147 | 37.

פתרו את המשוואות הבאות.

1) $\frac{8x}{7} + 2 = 34$ 28

2) $\frac{2x}{5} + 12 = 8$ -10

3) $\frac{3x}{4} = 27$ 36

4) $6 - \frac{7x}{2} = 20$ -4

5) $\frac{-5x}{7} + 2 = 7$ -7

בדוגמה הפתורה בתחתית הדף, ניתן כמובן להוסיף תחילה 13 לשני האגפים ולפתור כמודגם בראש הדף.

עמ' 147 | 38.

פתרו את המשוואות הבאות.

1) $\frac{2}{3}x - 7 = -3$ 6

2) $\frac{5x}{2} - 2 = 15$ $6\frac{4}{5}$

3) $6 = \frac{3}{4}x + 2$ $5\frac{1}{3}$

4) $\frac{4x}{-3} - 13 = -1$ -9

5) $8 = \frac{4}{5}x + 2$ $7\frac{1}{2}$

דוגמה:

נפתור את המשוואה:

$$\frac{7x}{3} = 14$$

הדרך של יואב:

$$\frac{7x}{3} = 14 \quad / :3 \quad \text{נכפול את שני האגפים ב-3.}$$

$$3 \cdot \frac{7x}{3} = 3 \cdot 14$$

$$7x = 42 \quad / :7$$

$$x = 6$$

הדרך של נועה:

$$\frac{7x}{3} = \frac{14}{1}$$

נציג את שני הביטויים כשברים.

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{7x}{3} = \frac{3}{3} \cdot \frac{14}{1} \quad \text{המכנה המשותף הוא 3. נכתוב מעל כל ביטוי את גורם ההרחבה.}$$

$$7x = 42 \quad / :7$$

התקבלה המשוואה:

$$x = 6$$

בדקו.

דוגמה:

נפתור את המשוואה:

$$\frac{2}{3}x - 13 = 69$$

נציג את המחוברים כשברים.

$$\frac{2x}{3} - \frac{13}{1} = \frac{69}{1}$$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{2x}{3} - \frac{3}{3} \cdot \frac{13}{1} = \frac{3}{3} \cdot \frac{69}{1}$$

המכנה המשותף 3.

נכתוב מעל כל איבר

את גורם ההרחבה.

$$2x - 39 = 207 \quad / +39$$

$$2x = 246 \quad / :2$$

$$x = 123$$

התקבלה המשוואה:

$$\frac{2}{3} \cdot 123 - 13 \stackrel{?}{=} 69$$

נבדוק במשוואה המקורית.

$$82 - 13 = 69 \quad \checkmark$$

דוגמה:

$$\frac{x}{3} + 3 = \frac{2x}{5}$$

נפתור את המשוואה:

$$\frac{x}{3} + \frac{3}{1} = \frac{2x}{5}$$

נציג את המחברים כשברים.

$$\frac{5}{5} \cdot \frac{x}{3} + \frac{15}{15} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{3} \cdot \frac{2x}{5}$$

המכנה המשותף 15.

נכתוב מעל כל מחובר

את גורם ההרחבה.

$$5x + 45 = 6x \quad / -5x$$

התקבלה המשוואה:

$$45 = x$$

$$x = 45$$

$$\frac{45}{3} + 3 \stackrel{?}{=} \frac{2 \cdot 45}{5}$$

נבדוק במשוואה המקורית.

$$\checkmark 15 + 3 = 18$$

$$1) \quad \frac{3x}{4} - 5 = \frac{x}{3} \quad 12$$

$$2) \quad \frac{4x}{5} - \frac{7x}{8} = 3 \quad -40$$

$$3) \quad \frac{3x}{7} - 19 = -\frac{x}{4} \quad 28$$

$$4) \quad \frac{x}{5} - 1\frac{3}{4} = \frac{x}{3} + \frac{1}{4} \quad 15$$

$$5) \quad \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{3} = 3 + \frac{2}{3}x \quad -\frac{8}{5}$$

במשוואות שבתרגיל 39 ישנם שני מכנים שונים.

המכנה המשותף במקרה זה הוא מכפלת המכנים.

כדאי להזכיר לתלמידים את שנידון בכיתה ז':

מומלץ ונוח להציג כל איבר כשבר.

(1) לקבוע את המכנה המשותף הקטן ביותר.

$$2) \quad \frac{4x}{5} - \frac{7x}{8} = 3 \quad \text{מכנה משותף 40:}$$

$$\frac{8}{8} \cdot \frac{4x}{5} - \frac{5}{5} \cdot \frac{7x}{8} = \frac{40}{40} \cdot 3$$

קביעת גורמי ההרחבה:

$$32x - 35x = 120$$

$$-3x = 120$$

$$x = -40$$

$$5) \quad \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{3} = 3 + \frac{2}{3}x$$

$$\frac{x}{4} + \frac{7}{3} = \frac{3}{1} + \frac{2x}{3} \quad \text{נביא לכתיבה אחידה.}$$

$$\frac{3}{3} \cdot \frac{x}{4} + \frac{4}{4} \cdot \frac{7}{3} = \frac{12}{12} \cdot \frac{3}{1} + \frac{4}{4} \cdot \frac{2x}{3}$$

מכנה משותף 12.

נכתוב את גורמי ההרחבה: $3x + 28 = 36 + 8x$

$$-5x = 8$$

$$x = -\frac{8}{5}$$

תרגיל 40 הוא לתרגול נוסף. יינתן לפי הצורך.

פתרו את המשוואות הבאות.

עמ' 148 40.

$$1) \quad \frac{x}{5} + \frac{x}{7} = 24 \quad 70$$

$$2) \quad \frac{x}{2} - \frac{2x}{3} = -2 \quad 12$$

$$3) \quad \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = -\frac{2}{3} \quad -\frac{4}{5}$$

$$4) \quad \frac{x}{6} + \frac{4x}{7} = 0 \quad 0$$

$$5) \quad \frac{3x}{8} + 2 = \frac{x}{3} \quad -48$$

$$4) \quad \frac{x}{6} + \frac{4x}{7} = 0$$

$$x = 0$$

אם נפתור על פי כל השלבים נקבל x כפול מספר שווה לאפס ולכן הפתרון הוא אפס.

ניתן גם לראות מתוך מבנה המשוואה שהפתרון הוא אפס. אם סכום שני מספרים ששניהם בעלי אותו סימן הוא אפס, הרי שכל

אחד מהם צריך להיות 0.

דוגמה:

$$1 - \frac{x}{8} - \frac{5x}{6} = 28$$

נפתור את המשוואה:

$$\frac{9x}{8} - \frac{5x}{6} = \frac{28}{1} \quad \text{נציג בצורה אחידה כל איבר כשבר.}$$

$$\frac{3}{9} \frac{9x}{8} - \frac{4}{5} \frac{5x}{6} = \frac{24}{1} \cdot 28 \quad \text{המכנה המשותף הקטן ביותר הוא 24. נכתוב מעל כל איבר את גורם ההרחבה.}$$

$$27x - 20x = 672 \quad \text{התקבלה המשוואה:}$$

$$7x = 672 \quad /:7$$

$$x = 96$$

בדקו במשוואה המקורית.

גם 48 הוא מכנה משותף.
האם היה מתקבל אותו פתרון?

פתרו את המשוואות הבאות.

עמ' 148 41.

$$1) \quad 1\frac{1}{6}x + \frac{5}{9}x = 31 \quad 18$$

$$2) \quad \frac{1}{2}x + 2 + 1\frac{1}{4}x = -5 \quad -4$$

$$3) \quad \frac{1}{8}x - \frac{1}{6}x = -1 \quad 24$$

$$4) \quad \frac{1}{2}x + 9 = \frac{2}{3}x \quad 54$$

$$5) \quad \frac{2}{9}x - \frac{x}{15} = 7 \quad 45$$

$$6) \quad 2\frac{1}{8}x - 15\frac{1}{2} = \frac{5}{6}x \quad 12$$

$$6) \quad 2\frac{1}{8}x - 15\frac{1}{2} = \frac{5}{6}x$$

$$\frac{17x}{8} - \frac{31}{2} = \frac{5x}{6}$$

$$\frac{3}{17} \frac{17x}{8} - \frac{12}{31} \frac{31}{2} = \frac{4}{5} \frac{5x}{6}$$

$$51x - 372 = 20x$$

$$31x = 372$$

$$x = 12$$

נביא לכתיבה אחידה.

מכנה משותף הקטן ביותר הוא 24.

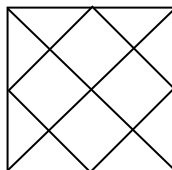
נכתוב את גורמי ההרחבה:

עמ' 149 42. פתרו את המשוואות הבאות.

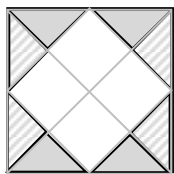
- | | | | |
|--|----------------|--|-----|
| 1) $\frac{2x}{3} - 3x + \frac{5}{4} = \frac{x}{6}$ | $\frac{1}{2}$ | 6) $\frac{7x}{9} + \frac{3x}{9} + 2 = x$ | -18 |
| 2) $\frac{x}{2} - 3 = \frac{x}{6}$ | 9 | 7) $3x - 8 = 112 + 6x$ | -40 |
| 3) $2x + 12 - 8x = 2x$ | $1\frac{1}{2}$ | 8) $\frac{1}{2}x + 12 = 1\frac{1}{2} + 2x$ | 7 |
| 4) $1\frac{1}{4}x - 15 = \frac{5}{7}x$ | 28 | 9) $2\frac{2}{3} + \frac{x}{6} = 5 + \frac{2x}{5}$ | -10 |
| 5) $10(x - 2) - 7(x - 2) = 4(3x - 6)$ | 2 | 10) $23 - 3(8 - x) + 2(5x + 7) = 0$ | -1 |

מפגש חוזר אינטגרטיבי – עמוד 149

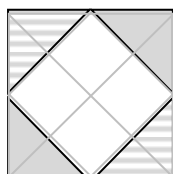
עמ' 149 1. כמה משולשים בסרטוט?



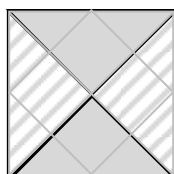
יש 20 משולשים.



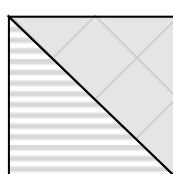
8 משולשים



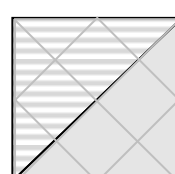
4 משולשים



4 משולשים



2 משולשים



2 משולשים

עמ' 149 2. מנורה נדלקת בכל 6 דקות. פעמון מצלצל כל 8 דקות.

בשעה 9:00 נדלקה המנורה והפעמון צלצל.

מתי בפעם הבאה תדלק המנורה באותו זמן שהפעמון יצלצל? בשעה 9:24

הפעמון יצלצל והמנורה תדלק ב- 9:24. בכל 24 דקות יקרו שני המאורעות יחד. 24 הוא הכפולה המשותפת הקטנה ביותר של 8 ו- 6.

עמ' 149 3.

יונתן יצא מביתו במהירות של 4 קמ"ש.

30 דקות לאחר מכן יצא אחיו עידו באותו מסלול וצעד במהירות 6 קמ"ש.

כעבור כמה זמן ישיג עידו את יונתן? כעבור 1 שעה

עידו ישיג את יונתן כעבור שעה. בשאלה זו אין הכוונה לפתרון אלגברי של "בעיית תנועה".

יש מספר דרכים לפתור שאלה זו. למשל, בחצי השעה שיונתן צעד הוא הספיק לעבור מרחק של 2 ק"מ.

כלומר, כאשר עידו יצא מהבית הוא היה במרחק של 2 ק"מ מיונתן.

כאשר שניהם צועדים, עידו עובר בשעה שני קילומטרים יותר מיונתן. לכן כעבור שעה הוא ישיג אותו.

עמ' 149

4.

דלית הזמינה 10 זרי פרחים.

אילו מחירו של זר היה קטן ב- 5 שקלים, הייתה יכולה לקנות באותו סכום שני זרים נוספים.

מה מחירו של זר? 30 שקלים

מחירו המקורי של זר 30 שקלים.

גם בשאלה זו אין הכוונה לפתרון בדרך אלגברית (באמצעות משוואה).

דרך אפשרית לפתרון: אם מחיר כל זר היה נמוך ב- 5 שקלים, ניתן היה לחסוך 50 שקלים בהזמנה (שכן הוזמנו

10 זרים). 50 שקלים אלה הם עלות הזמנה של שני זרים נוספים – כלומר מחיר זר בודד הוא 25 שקלים.

המחיר לפני ההנחה הוא: $25 + 5 \leftarrow 30$ שקלים.

עמ' 149

5.

איזה חלק מהשעה עבר בין 1:50 ל- 2:10 ? ב

א. $\frac{1}{5}$ ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{1}{4}$ ד. $\frac{3}{4}$ ה. $\frac{1}{2}$

בין 1:50 ל- 2:10 יש 20 דקות. 20 דקות הם שליש של השעה (20 מתוך 60).

עמ' 149

6.

ל- 16 מתלמידי הכיתה יש יום הולדת במחצית הראשונה של השנה.

ל- 14 מתלמידי הכיתה יש יום הולדת במחצית השנייה של השנה.

לאיזה חלק מהכיתה יש יום הולדת במחצית הראשונה של השנה? $\frac{8}{15}$ סה"כ יש בכיתה 30 תלמידים. $\frac{16}{30}$ שווה ל- $\frac{8}{15}$.

משוואות עם שברים אלגבריים – עמוד 150

מונה שהוא ביטוי אלגברי

בפתרון משוואות עם שברים כאשר המונה הוא ביטוי אלגברי, הקושי המבני המרכזי הוא בשלב המרת קו השבר בסוגריים. חלק מהתלמידים מתקשים לראות שגורם ההרחבה כופל את כל אחד מהמחברים שעל המונה ולכן יש להמיר את קו השבר בסוגריים (אחרת נכפול רק את המחבר הראשון). קושי נוסף מתעורר כאשר יש סימן מינוס לפני קו השבר. בתהליך הפתרון יש לבסס את ההבנה המבנית ויחד עם זאת להציע פרוצדורה שהיא בבחינת רשת ביטחון הממזערת את מספר הטעויות הנעשות. הפרק נפתח בפעילות המקנה משמעות למשוואה מהסוג הנדון.

פעילות 1 – מתארגנים בקבוצות שוות: בניית משוואה עמוד 150

אפיון הפעילות: הקשר למשוואה עם שברים בה המונה הוא ביטוי אלגברי.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 4.

אחרי הצגת השאלה המילולית יש לבקש מהתלמידים לתאר במילים שלהם מהם הנתונים ומהו המידע שיאפשר לבנות משוואה (מה הגדלים השווים בשאלה עליהם נתבסס בהצגת המשוואה). בשאלות מילוליות בהן המשוואה היא כזו שבה הנעלם מופיע בשני האגפים קשה יותר לפתור בדרך חשבונית או להפעיל שיקולים של תובנה מספרית. ניתן עם זאת לבקש מהתלמידים להעלות השערה לגבי מספר התלמידים באוטובוס. נאמר שמספר התלמידים באוטובוס הוא 40, אז:

$$\text{כיתות ז:} \quad \frac{4 \cdot 40 + 6}{7} \approx 24 \quad \text{איננו מספר שלם.}$$

$$\text{כיתות ח:} \quad \frac{3 \cdot 40 + 24}{6} = 24 \quad \text{מספר שלם והתוצאות קרובות.}$$

אפשר לנסות עכשיו בסביבות המספר 40 למשל, 41, 42, 43, 44 ← ב- 44 גם המספרים שווים וגם שלמים. לכן תשובה אפשרית היא 44. ניתן לבנות משוואה כמתואר בספר.

פעילות 1 – מתארגנים בקבוצות שוות: בניית משוואה

ליום הפעילות הגיעו תלמידי כיתות ז ב- 4 אוטובוסים מלאים. 6 תלמידים נוספים הגיעו בכוחות עצמם. התלמידים חולקו ל- 7 קבוצות שוות בגודלן.

תלמידי כיתות ח הגיעו ב- 3 אוטובוסים מלאים. 24 תלמידים נוספים הגיעו בכוחות עצמם. הם חולקו ל- 6 קבוצות. הקבוצות של כיתות ח שוות בגודלן לקבוצות של כיתות ז. כמה תלמידים היו בכל קבוצה?

כיתות ח	x
מספר התלמידים באוטובוס.	x
מספר התלמידים שהגיעו.	$3x + 24$
מספר התלמידים בקבוצה.	$\frac{3x + 24}{6}$

מה מייצג השוויון בין האגפים?
הסבירו במילים.

$$\frac{4x + 6}{7} = \frac{3x + 24}{6}$$

כיתות ז	x
מספר התלמידים באוטובוס.	x
מספר התלמידים שהגיעו.	$4x + 6$
מספר התלמידים בקבוצה.	$\frac{4x + 6}{7}$

משוואה מתאימה:

פעילות 2 – מתארגנים בקבוצות שוות: פתרון המשוואה עמוד 150

אפיון הפעילות: פרוצדורה לפתרון משוואות עם שברים כאשר במונה יש ביטוי אלגברי.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 4.

מבחינה מושגית אין חידוש בפתרון סוג זה של משוואות. המעבר למשוואות שקולות ללא מכנים הוסבר ותורגל בכיתה ז' ובמפגשים החוזרים.

הקושי במשוואות מסוג זה הוא קושי בראייה המבנית. לאותם תלמידים המזהים בקלות מהם האיברים, מי המונה והמכנה של כל איבר (למרות היותו ביטוי ולא אות או ביטוי כפלי), ואת מה כופלים בגורם ההרחבה, אין קושי במשוואות אלו. הבעיה היא של חלק לא קטן מהתלמידים שיכולות אלו הן הפחות חזקות שלהם. יש לעזור לתלמידים על ידי הכוונת הראייה ויכולת הזיהוי של מרכיבי המשוואה, היכן מתחיל והיכן נגמר מחובר. כמובן ההמרה של קו השבר בסוגריים, ומאוחר יותר מצבים בהם יש לפני קו השבר סימן מינוס. המללה של ניתוח ההסתכלות נותנת לתלמידים כלים נוספים להתבוננות.

פעילות 2 – מתארגנים בקבוצות שוות: פתרון המשוואה

נפתור את המשוואה שהתקבלה בפעילות 1.

במשוואה שני איברים.

כל אחד מהאיברים מוקף באדום.

המכנה המשותף 42.

נכתוב מעל כל איבר את גורם ההרחבה.

גורם ההרחבה כופל את כל אחד מהמחוברים שבמונה.

לכן, **נשכך סוגריים** סביב הביטוי במונה.

תשובה: בכל אוטובוס הגיעו 44 תלמידים.

בכל קבוצה היו 26 תלמידים.

בדיקה:

כיתות ז

אוטובוסים.

הגיעו 4·44 + 6

182 תלמידים.

182

7

בכל קבוצה 26 תלמידים.

כיתות ח

אוטובוסים.

הגיעו 3·44 + 24

156 תלמידים.

156

6

בכל קבוצה 26 תלמידים.

✓ 26 = 26

פעילות 3 – מונה שהוא ביטוי אלגברי עמוד 151

אפיון הפעילות: ביסוס אסטרטגית הפתרון של משוואה עם מונה שהוא ביטוי אלגברי.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 4.

בפעילות ישנה התייחסות ישירה לאיבר שהוא מפר שלם. נוח להציג אותם כשבר שהמכנה שלו הוא 1.

התלמידים נחשפו לאפשרות זו גם בכיתה ז'.

פעילות 3 – מונה שהוא ביטוי אלגברי

נפתור את המשוואה:

במשוואה שלושה איברים.

כל אחד מהאיברים מוקף באדום.

המכנה המשותף 35.

נכתוב משוואה שקולה ללא שברים.

נשכך סוגריים כנדרש.

בדיקה:

נציב במשוואה המקורית.

$$\frac{5+2 \cdot 10}{5} - 2 = \frac{2 \cdot 10 + 1}{7}$$

$$\checkmark \quad 5 - 2 = 3$$

קו השבר משמש גם כסוגריים.

כאשר משמיטים את קו השבר ומונה יש סכום או הפרש, משבצים סוגריים סביב המונה.

לעיתים אומרים: קו שבר דינו כדין סוגריים.

פעילות 4 – מונה שהוא ביטוי אלגברי עמוד 151

אפיון הפעילות: פתרון משוואה עם ביטוי במונה וסימן מינוס לפני קו השבר.

תרגילים מתאימים: 43 – 55, עמודים 152 – 154.

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{3x-4}{4} = 5 - x$$

יש לזהות את ארבעת האיברים המרכיבים את המשוואה. להסביר שקו השבר הוא כסוגריים. כשמשימים את קו השבר יש להוסיף סוגריים. כאשר יש פעילות חיבור לפני קו השבר הוספת הסוגריים היא פורמאלית וויתור עליה לא ישנה את הסימנים. אבל כאשר לפני קו השבר יש סימן מינוס השמטת קו השבר ללא הוספת סוגריים שגויה, שכן המינוס חל על כל הביטוי שבמונה. כלומר על כל אחד מהאיברים שבמונה. גם הסוגריים שהוכנסו פירושם שהפעולה שלפניהם (במקרה זה חיסור) חלה על כל הביטויים בסוגריים.

יש לחזור ולהסביר (במידת הצורך) מדוע כתיבה

כגון $\frac{-3x-4}{4}$ איננה שקולה ל $-\frac{3x-4}{4}$.

הקפדה על שלבי הכתיבה והפתרון מקטינה את מספר הטעויות. שלבי הפתרון והכתיבה המוצעים מופיעים בספר.

פעילות 4 – מונה שהוא ביטוי אלגברי

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{3x-4}{4} = 5 - x$$

נפתור את המשוואה:

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{3x-4}{4} = 5 - x$$

במשוואה 4 איברים.

כל אחד מהאיברים מוקף באדום.

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{2x+1}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{3x-4}{4} = \frac{12}{1} \cdot \frac{5}{1} - \frac{12}{1} \cdot \frac{x}{1}$$

המכנה המשותף 12.

נכתוב מעל כל איבר את גורם ההרחבה.

$$4(2x+1) - 3(3x-4) = 12 \cdot 5 - 12 \cdot x$$

נשבץ סוגריים כנדרש.

$$8x + 4 - 9x + 12 = 60 - 12x$$

$$x = 4$$

בדקו במשוואה המקורית.

תרגילים מתאימים 43 – 55
עמודים 152 – 154

משוואות עם שברים ניתן לפתור בדרך הבאה:

$$2 = \frac{2}{1}$$

$$2x = \frac{2x}{1}$$

- נזהה כל אחד מהאיברים.
- נציג את כל האיברים כשברים.
- נקבע את המכנה המשותף.
- נכתוב מעל כל איבר את גורם ההרחבה.
- נכפול כל מונה בגורם ההרחבה, נשבץ סוגריים כנדרש, ונכתוב משוואה שקולה ללא שברים.
- נפתור את המשוואה שהתקבלה.

כאשר במונה יש ביטוי שהוא סכום או הפרש, ביטול קו השבר מחייב שיבוץ סוגריים סביב הביטוי.

תרגילים

תרגילים 43 – 45: שימוש ישיר בתהליך הפתרון שנלמד.

עמ' 152 43. פתרו את המשוואות הבאות.

- | | | | |
|---------------------------------------|---------------|---------------------------------------|----------------|
| 1) $\frac{2x+3}{3} = \frac{3x-8}{2}$ | 6 | 5) $\frac{5x-4}{7} = \frac{4x-3}{6}$ | $1\frac{1}{2}$ |
| 2) $\frac{4x-2}{3} = \frac{5x-4}{4}$ | -4 | 6) $\frac{3x+5}{2} = \frac{2x+9}{7}$ | -1 |
| 3) $\frac{2x-3}{6} = \frac{3x-7}{15}$ | $\frac{1}{4}$ | 7) $\frac{8x+4}{3} = \frac{10x+8}{3}$ | -2 |
| 4) $\frac{x-4}{6} = \frac{x+1}{5}$ | -26 | 8) $\frac{27+6x}{6} = \frac{1-2x}{2}$ | -2 |

עמ' 152 44. פתרו את המשוואות הבאות.

- | | | | |
|---|----------------|--|---------------|
| 1) $\frac{4x-1}{5} - \frac{2x-7}{3} = 2$ | -1 | 7) $\frac{3x+33}{4} - \frac{4x+7}{3} + 1 = \frac{6x+2}{8}$ | 5 |
| 2) $\frac{7x+1}{6} - \frac{2x+5}{9} = -7$ | -7 | 8) $\frac{2x-3}{9} + \frac{4x-2}{7} - 2 = \frac{6x-2}{4}$ | -3 |
| 3) $\frac{4x+2}{3} - \frac{3x-2}{5} = \frac{7x-4}{3}$ | $1\frac{1}{2}$ | 9) $\frac{3x-1}{2} = \frac{2x-7}{22} + x$ | $\frac{4}{9}$ |
| 4) $\frac{3x+1}{2} + \frac{x+1}{4} - \frac{2x-14}{3} = 0$ | -5 | 10) $15 - \frac{7x-1}{3} + \frac{7-3x}{5} = 13 - 2x$ | 4 |
| 5) $\frac{5x+2}{8} - \frac{3x-2}{5} = \frac{3-2x}{20}$ | -4 | 11) $50 - \frac{9x-4}{7} - \frac{2-11x}{3} = -27 - 13x$ | -4 |
| 6) $\frac{5x+2}{6} + \frac{2-3x}{2} = 4$ | -4 | 12) $\frac{3x-4}{4} - \frac{2x+1}{2} = 6 - x$ | 10 |

דוגמה:

נפתור את המשוואה: $\frac{1}{4}(3x-1) - \frac{1}{5}(2x+4) = \frac{1}{4}(x-3)$

$$\frac{3x-1}{4} - \frac{2x+4}{5} = \frac{x-3}{4} \quad \text{נציג כל איבר כשבר.}$$

$$\frac{3x-1}{4} - \frac{2x+4}{5} = \frac{x-3}{4} \quad \text{המכנה המשותף 20. נכתוב מעל כל איבר את גורם ההרחבה.}$$

נכתוב משוואה שקולה ללא מכנים.

$$(3x-1) - 4(2x+4) = 5(x-3) \quad \text{נשבץ סוגריים}$$

$$x - 5 - 8x - 16 = 5x - 15 \quad \text{במקומות המתאימים.}$$

$$x = 3$$

בדקו במשוואה המקורית.

עמ' 153 45. פתרו את המשוואות הבאות.

- | | |
|--|----|
| 1) $\frac{1}{3}(2x+1) - \frac{1}{4}(3x-4) = \frac{1}{2}(10-2x)$ | 4 |
| 2) $\frac{1}{5}(4x+3) - \frac{1}{3}(7x-3) = \frac{1}{2}(3-3x)$ | 3 |
| 3) $\frac{1}{7}(5x+1) - \frac{1}{6}(5x+4) + 6 = \frac{1}{2}(2x+2)$ | 4 |
| 4) $\frac{5x+9}{4} + 3(4x-8) = \frac{6x-3}{5} + 3(x+2)$ | 3 |
| 5) $\frac{7x-1}{3} - 2(10-x) = -\frac{1}{2}(10-x) - 23$ | -2 |
| 6) $\frac{1}{5}(4x+1) + \frac{1}{3}(24-2x) = \frac{1}{2}(36-3x)$ | 6 |

$$1) \frac{1}{3}(2x+1) - \frac{1}{4}(3x-4) = \frac{1}{2}(10-2x)$$

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{3x-4}{4} = \frac{10-2x}{2}$$

$$\frac{4}{4} \frac{2x+1}{3} - \frac{3}{4} \frac{3x-4}{4} = \frac{6}{6} \frac{10-2x}{2}$$

נציג בדרך אחידה. נכתוב כל איבר כשבר.

מכנה משותף 12. נכתוב את גורמי ההרחבה.

נכתוב את משוואת המונים. נשבץ סוגריים לפי הצורך.

$$4(2x+1) - 3(3x-4) = 6(10-2x)$$

$$8x+4-9x+12=60-12x$$

$$-x+16=60-12x$$

$$11x=44$$

$$x=4$$

תרגילים 55 – 46

חלק ניכר מהשאלות הראשונות ניתן לפתור בדרך חשבונית ועל ידי תובנה מספרית. כדאי כמובן לעודד פתרונות אלו. אבל, מכיוון שאנו רוצים לתרגל בניית משוואות עם שברים בהקשרים מילוליים ביקשנו להציג גם את הדרך האלגברית.

46. עמ' 153 $\frac{5}{6}$ מתלמידי הכיתה נרשמו לטיול השנתי. לטיול נרשמו 25 תלמידים. כמה תלמידים בכיתה? 30

סמנו ב- x את מספר התלמידים בכיתה, כתבו משוואה מתאימה, ומצאו את ערכו של x .

אם $\frac{5}{6}$ הם 25 הרי ש- $\frac{1}{6}$ הם 5 והשלם הוא 30.

בניית משוואה: x – מספר התלמידים $\frac{5}{6}x = 25$ / :6

$$5x = 150$$

$$x = 30$$

בכיתה 30 תלמידים

47. עמ' 153 יואב ענה נכון על 24 שאלות במבחן שהם $\frac{8}{9}$ מכלל השאלות. כמה שאלות היו במבחן?

סמנו ב- x את מספר השאלות במבחן, כתבו משוואה מתאימה, ומצאו את ערכו של x . 27

24 הם $\frac{8}{9} \leftarrow$ הם 3 \leftarrow השלם הוא 27.

בניית משוואה:

x – מספר השאלות $\frac{8}{9}x = 24$ / :9

$$8x = 216$$

$$x = 27$$

במבחן היו 27 שאלות.

48. עמ' 153 בכיתות ח₁ ו- ח₂ יש אותו מספר תלמידים.

$\frac{2}{7}$ מתלמידי כיתה ח₁ ו- $\frac{1}{5}$ מתלמידי כיתה ח₂ השתתפו בתחרות העירונית.

בסך הכל השתתפו 17 תלמידים מכיתות ח בתחרות.

כמה תלמידים בכל כיתה? 35

בתרגיל זה כבר פחות נוח להפעיל שיקולים מספריים.

אבל מכיוון שהשלם הוא אותו השלם (אותו מספר תלמידים בשתי הכיתות) ניתן לפתור בדרך מספרית.

$$\frac{17}{35} \leftarrow \frac{2}{7} + \frac{1}{5} ; \text{קיבלנו ש-} \frac{17}{35} \text{ מהתלמידים הם } 17, \text{ כלומר } \frac{1}{35} \text{ הם } 1 \leftarrow \text{השלם הוא } 35.$$

בניית משוואה:

$$x - \text{מספר התלמידים ב-ח}_1 \text{ וב-ח}_2 = 17$$

$$\frac{x}{5} + \frac{2x}{7} = \frac{17}{1}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{2x}{7} = \frac{17}{1}$$

$$7x + 10x = 595$$

$$17x = 595$$

$$x = 35$$

בכל כיתה 35 תלמידים.

49.

בכיתות ז₁ ו-ז₂ אותו מספר תלמידים. $\frac{2}{3}$ מתלמידי כיתה ז₁, ו- $\frac{5}{6}$ מתלמידי כיתה ז₂ גרים ביישוב.

מספר תלמידי כיתה ז₁ הגרים ביישוב קטן ב-6 ממספר תלמידי כיתה ז₂ הגרים ביישוב.

כמה תלמידים בכל אחת מהכיתות? 36

x – מספר התלמידים בכל אחת מהכיתות

$$\frac{2}{3}x \text{ תלמידי ז}_1 \text{ גרים ביישוב ; } \frac{5}{6}x \text{ תלמידי ז}_2 \text{ גרים ביישוב}$$

$$\frac{2}{3}x \quad \frac{5}{6}x$$

$$+6 \quad +6$$

לאיזה משני הביטויים נוסיף 6? נוסיף לביטוי הקטן מבין השניים ונקבל שוויון.

$$\frac{2}{3} \text{ הם } \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{6} \text{ קטן מ-} \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6}x = \frac{2}{3}x + 6 \quad \text{נוסיף 6 למספר הקטן יותר}$$

$$\frac{5x}{6} = \frac{2x}{3} + \frac{6}{1}$$

$$5x = 4x + 36$$

$$x = 36$$

בכל כיתה 35 תלמידים.

50.

מצאו מספר שרבע שלו ועוד שליש שלו הם ביחד 42.

סמנו ב-x את המספר, כתבו משוואה מתאימה, ופתרו. 72

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x = 42$$

x – המספר

$$\frac{3x}{4} + \frac{4x}{3} = \frac{12 \cdot 42}{1}$$

$$3x + 4x = 504$$

$$x = 72$$

המספר 72.

עמ' 154

51. יוסי בחר מספר, הוסיף לו 8 ואת הסכום חילק ב-3. דני חיסר מאותו מספר 3 וחילק את ההפרש ב-7. המנה שקיבל יוסי גדולה ב-5 מהמנה שקיבל דני.

מה המספר שיוסי בחר? 10

x – המספר שיוסי בחר

$$\frac{x+8}{3} = \frac{x-3}{7} + 5$$

$$\frac{7}{x+8} = \frac{3}{x-3} + \frac{5}{1}$$

$$7(x+8) = 3(x-3) + 105$$

$$x = 10$$

המספר שיוסי בחר הוא 10.

עמ' 154

52. רענן חיבר 13 למספר נתון ואת הסכום חילק ב-10. יונתן כפל את אותו המספר ב-2, מהמכפלה חיסר 14, וחילק את ההפרש ב-12. רענן ויונתן קיבלו אותה תוצאה.

מה המספר הנתון? 37

x – המספר הנתון

$$\frac{x+13}{10} = \frac{2x-14}{12}$$

$$\frac{6}{x+13} = \frac{5}{2x-14}$$

$$6(2x-14) = 5(x+13)$$

המכנה המשותף הקטן ביותר הוא 60.

אם התלמידים כופלים ב-12 וב-10

יש לקבל זאת. ניתן להציע את

המכנה הקטן יותר.

המספר הוא 37.

$$x = 37$$

עמ' 154

53. מצאו מספר שאם נוסיף לו 4 ואת הסכום נחלק ב-5, או שנחסר מהמספר 5 ואת ההפרש נחלק ב-2, נקבל בשני המקרים אותה מנה. 11

x – המספר

$$\frac{x+4}{5} = \frac{x-5}{2}$$

$$2(x+4) = 5(x-5)$$

$$x = 11$$

המספר הוא 11.

עמ' 154

54. הגיל של יואב הוא רבע מהגיל של אחיו. בעוד 3 שנים יהיה הגיל של יואב $\frac{2}{5}$ מהגיל של אחיו.

בני כמה האחים? (3, 12)

עכשיו

בעוד 3 שנים

$$x - \text{הגיל של האח}; \quad x - \frac{1}{4} - \text{הגיל של יואב}$$

$$-x + 3 - \text{האח}; \quad -\frac{1}{4}x + 3 - \text{יואב}$$

$$\frac{1}{4}x + 3 = \frac{2}{5}(x + 3)$$

$$\frac{5}{x} + \frac{3}{4} = \frac{2(x+3)}{5}$$

נכתוב בצורה אחידה. מכנה משותף 20.

$$5x + 60 = 8(x + 3)$$

$$5x + 60 = 8x + 24$$

$$x = 12$$

האח בן 12, יואב בן 3.

בעוד 3 שנים האח יהיה בן 15 ויואב יהיה בן 6. בדיקה: $6 = \frac{2}{5} \cdot 15$ ✓

עמ' 154

55. במחסן יש 3 שקי אורז. בשק השני 40 ק"ג אורז יותר מאשר בשק הראשון. בשק השלישי פי $1\frac{1}{2}$ יותר מאשר בשני השקים האחרים יחד. בסך הכל יש במחסן 700 ק"ג אורז. כמה ק"ג אורז בכל אחד מהשקים? 120, 160, 420

שק ראשון	x
שק שני	$x + 40$
שק שלישי	$1\frac{1}{2}(x + x + 40)$

את מי נסמן ב- x ?

$$x + (x + 40) + 1\frac{1}{2}(2x + 40) = 700$$

נציג באופן אחיד

$$\frac{2x}{1} + \frac{2(x + 40)}{1} + \frac{3(2x + 40)}{2} = \frac{700}{1}$$

$$2x + 2(x + 40) + 3(2x + 40) = 1400$$

$$x = 120$$

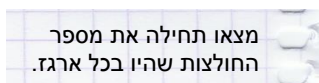
בשק הראשון יש 120 ק"ג
בשק השני יש 160 ק"ג
בשק השלישי יש 420 ק"ג
ביחד 700 ק"ג

לחילופין ניתן קודם לפתוח סוגריים, לכנס איברים דומים ולהמשיך לפתור.

תרגול נוסף לפרק עמוד 155

עמ' 155

56. לחנות הגיע משלוח של חולצות ב- 4 ארגזי קרטון ועוד 2 חולצות בתפזורת. את החולצות סידרו על 3 מדפים. על כל מדף מספר שווה של חולצות. מספר החולצות על כל מדף גדול ב- 9 ממספר החולצות שהיו בכל ארגז. כמה חולצות הגיעו במשלוח? 25 בארגז, 102 חולצות בסך הכל



מצאו תחילה את מספר החולצות שהיו בכל ארגז.

x – מספר החולצות בארגז

$x + 9$ – מספר החולצות המדף

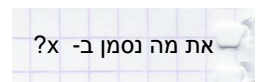
$$\frac{4x}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3(x + 9)}{3}$$

ב- 3 מדפים בתפזורת בארגזים

בארגז יש 25 חולצות $\leftarrow 2 + 4 \cdot 25 \leftarrow$ 102 חולצות.

עמ' 155

57. בשלוש קבוצות של תלמידים יש ביחד 95 תלמידים. בקבוצה הראשונה יש 10 תלמידים פחות מאשר בקבוצה השנייה ו- 5 תלמידים יותר מאשר בקבוצה השלישית. מה מספר התלמידים בכל אחת מהקבוצות? 25, 40, 30



את מה נסמן ב- x ?

קבוצה ראשונה	x
קבוצה שנייה	$x + 10$
קבוצה שלישית	$x - 5$

בקריאה ראשונה נראה שכדאי לסמן ב- x את הקבוצה השנייה. אבל, אחרי מחשבה נראה שכדאי לסמן את הראשונה כי שני ההיגדים האחרים מתייחסים אליה.

$$x + (x + 10) + (x - 5) = 95$$

$$x = 30$$

בראשונה 30, בשנייה 40, בשלישית 25.

58. אדם קנה שלושה מוצרי חשמל ושילם עבורם 1,400 שקלים. עבור המוצר הראשון שילם 100 שקלים פחות מאשר עבור המוצר השני ו- 200 שקלים יותר מאשר עבור המוצר השלישי.

מה מחיר כל אחד מהמוצרים? 500 שקלים, 600 שקלים, 300 שקלים

מוצר ראשון	x	שני המחירים האחרים מתייחסים אל המחיר של המוצר הראשון,
מוצר שני	$x + 100$	לכן, נבחר לסמן את המחיר של המוצר הראשון ב- x .
מוצר שלישי	$x - 200$	
$x + (x + 100) + (x - 200) = 1400$		
$x = 500$		

הראשון 500 שקלים, השני 600 שקלים, השלישי 300 שקלים

59. שלושה פועלים מייצרים ביחד 130 שעונים. מספר השעונים שמייצר הפועל הראשון גדול פי 5 ממספר השעונים שמייצר הפועל השני וקטן ב- 20 ממספר השעונים שמייצר הפועל השלישי.

כמה שעונים מייצר כל פועל? 50, 10, 70

מאותם שיקולים נסמן באופן הבא:

פועל ראשון	x
פועל שני	$\frac{x}{5}$
פועל שלישי	$x + 20$

$$x + \frac{x}{5} + (x + 20) = 130$$

$$x + \frac{x}{5} + x + 20 = 130 \quad \text{נכנס איברים דומים}$$

$$\frac{5}{1} \cdot \frac{2x}{1} + \frac{1}{5} \cdot \frac{x}{1} + \frac{5}{1} \cdot \frac{20}{1} = \frac{5}{1} \cdot \frac{130}{1}$$

$$10x + x + 100 = 650$$

$$11x = 550$$

$$x = 50$$

הפועל הראשון מייצר 50 שעונים; פועל שני מייצר 10 שעונים; פועל שלישי מייצר 70 שעונים. נפתור באופן נוסף:

נסמן ב- x את הפועל השני:

פועל ראשון $5x$

פועל שני x

פועל שלישי $5x + 20$

$$5x + x + 5x + 20 = 130 \quad \text{בחירה זו יותר נוחה.}$$

$$x = 10$$

פועל שני מייצר 10 שעונים

פועל שני $5 \cdot 10 = 50$

פועל שלישי $5 + 20 = 70$

עמ' 155

60. סכום שלושה מספרים הוא 190, המספר הראשון קטן פי 2 מהמספר השני וגדול ב- 10 מהמספר השלישי.

מהם המספרים? 40, 100, 50

ראשון x

שני $2x$

שלישי $x - 10$

$$x + 2x + (x - 10) = 190$$

$$x = 50$$

40, 100, 50

עמ' 155

61. לדני היו בקופה x שקלים. ברבע מהסכום הוא קנה ספר.

מחיר הספר 42 שקלים.

כמה כסף היה לדני בקופה? 168 שקלים

$$\frac{1}{4}x = 42$$

$$x = 168$$

לדני היו בקופה 168 שקלים.

ניתן כמובן לפתור ללא משוואה. אם רבע מהמחיר הוא 42 נכפול 42 ב- 4 ונמצא את השלם.

עמ' 155

62. פתרו את המשוואות הבאות.

1) $2(x - 3) = x - 6$

6) $2(x - 3) = 3(x + 1) - 9$

2) $3(x + 4) = 2(x + 2) - 8$

7) $3(x + 1) + 2(x - 1) = 61 - 12$

3) $-4(x + 2) = 5(x + 2) - 2$

8) $x - 6 = 2(x - 7) - 8$

4) $3(2x + 2) = 4(6 - 3x) - 9 - \frac{1}{2}$

9) $4(3x + 4) + 6x = 70 - 3$

5) $2x + 3(x - 1) = 7 - 2$

10) $2(x + 3) + x + 1 = 31 - 8$

פתרון משוואות בסיסיות. יינתן לפי הצורך.

עמ' 156

63. פתרו את המשוואות הבאות.

1) $-\frac{2x}{7} = 4 - 14$

5) $\frac{3}{4}x - 5 = -7 - 8$

2) $-3 = \frac{-6 \cdot x}{10} - 5$

6) $1 = \frac{5}{6}x - 4 - 6$

3) $\frac{5x}{4} + 6 = 16 - 8$

7) $\frac{x}{3} + 9 = 7 - 6$

4) $10 - \frac{3x}{5} = 1 - 15$

8) $\frac{4}{5}x - 3 = -11 - 10$

משוואות עם מכנה מספרי אחד ומונה שהוא ביטוי כפלי יסודי. לדוגמה x , $3x$. יינתן לפי הצורך.

עמ' 156

64. מחיר חולצה הוא חצי ממחיר מכנסיים. עידו קנה חולצה ומכנסיים ושילם ביחד 75 שקלים.

מה מחיר חולצה? 25 שקלים, 50 שקלים

פתרו שאלה זו בשתי דרכים:

א. סמנו ב- x את מחיר המכנסיים. כתבו משוואה מתאימה ומצאו את מחיר המכנסיים ומחיר החולצה.

ב. סמנו ב- x את מחיר החולצה. כתבו משוואה מתאימה ומצאו את מחיר החולצה ומחיר המכנסיים.

א. x מחיר מכנסיים
 $\frac{x}{2}$ מחיר חולצה

$$x + \frac{x}{2} = 75$$

$$\frac{2x}{1} + \frac{1x}{2} = \frac{75}{1}$$

$$3x = 150$$

← מחיר מכנסיים 50 שקלים ; מחיר חולצה 25 שקלים. $x = 50$

ב. x מחיר חולצה

$2x$ מחיר מכנסיים

$$x + 2x = 75$$

← מחיר חולצה 25 שקלים ; מחיר מכנסיים 50 שקלים. $x = 25$

עמ' 156

65. מצאו שם של עיר בישראל בעלת 3 אותיות.

ערך האות השנייה גדול פי 8 מערך האות הראשונה,

ערך האות השלישית קטן ב- 4 מערך האות הראשונה.

סכום האותיות 96. יפו

x אות ראשונה

$8x$ אות שנייה

$x - 4$ אות שלישית

$$x + 8x + (x - 4) = 96$$

← אות ראשונה 10, ← אות שנייה 80, ← אות שלישית 6, ← שם העיר: יפו $x = 10$

גימטריה:		
א-1	י-10	ק-100
ב-2	כ-20	ר-200
...	ל-30	ש-300
...	...	ת-400

עמ' 156

66. מצאו שם של עיר בישראל בעלת 3 אותיות.

ערך האות השנייה קטן פי 5 מערך האות הראשונה, וגדול ב- 2 מערך האות השלישית.

סכום האותיות 40. לוד

$5x$ אות ראשונה

x אות שנייה

נוח לסמן ב- x את האות השנייה (כדי להימנע משברים).

$x - 2$ אות שלישית

$$5x + x + (x - 2) = 40$$

← אות ראשונה 30, ← אות שנייה 6, ← אות שלישית 4, ← שם העיר: לוד $x = 6$

67. תלמידי שכבת כיתות ז התנדבו לחנוך תלמידים בבתי הספר היסודיים ובגני הילדים. בגני הילדים היו 23 מתנדבים יותר מאשר בבתי הספר היסודיים. בסך הכל התנדבו 201 תלמידים.

כמה תלמידים התנדבו בגני הילדים? 112

x מספר המתנדבים ביסודי

$x + 23$ מספר המתנדבים בגנים

$$x + (x + 23) = 201$$

$$x = 89$$

בבתי הספר 89 מתנדבים.

בגנים $89 + 23 = 112$ מתנדבים.

בדיקה: $89 + 112 = 201$ ✓

68. נציגים של שלוש כיתות מכרו בסך הכל 186 כרטיסים לקראת "מופע החורף".

הנציג של כיתה ז₁ מכר 24 כרטיסים יותר מאשר הנציג של כיתה ז₂.

הנציג של כיתה ז₃ מכר $\frac{1}{3}$ מכמות הכרטיסים שמכר הנציג של כיתה ז₁.

כמה כרטיסים מכר כל אחד מהנציגים? 30, 66, 90

$3x$ ז₁

$3x - 24$ ז₂

x ז₃ כדי להימנע משברים כדאי לסמן ב- x את מספר הכרטיסים של כיתה ז₃.

$$3x + (3x - 24) + x = 186$$

$$x = 30$$

← ז₃ 30 – כרטיסים ; ז₂ 66 – כרטיסים ; ז₁ 90 – כרטיסים ;

בדיקה: $90 + 66 + 30 = 186$ ✓

דוגמה:

מחיר טיול למבוגר 50 שקלים ומחיר טיול לילד 20 שקלים.

קבוצה המונה ביחד 40 מבוגרים וילדים יצאה לטיול. הקבוצה כולה שילמה 1,550 שקלים.

כמה מבוגרים וכמה ילדים בקבוצה? 15 ילדים ו- 25 מבוגרים

נבנה משוואה מתאימה.

מספר הילדים: x התשלום עבור הילדים:

מספר המבוגרים: $40 - x$ התשלום עבור המבוגרים:

התשלום הכולל:

כתבו משוואה מתאימה ופתרו.

$$20x$$

$$50(40 - x)$$

$$20x + 50(40 - x)$$

עמ' 157

69. לקראת מופע מכרו כרטיסים משני סוגים: כרטיסים של 60 שקלים וכרטיסים של 80 שקלים. בסך הכל נמכרו 120 כרטיסים.

א. אילו מבין המספרים הבאים אינם אפשריים כפדיון ממכירת הכרטיסים? (1), (4)

(1) 4,300 שקלים (3) 9,200 שקלים

(2) 7,600 שקלים (4) 10,200 שקלים

ב. בתום המופע נמצא שהפדיון ממכירת הכרטיסים היה 7,400 שקלים.

כמה כרטיסים מכל סוג נמכרו? 10, 110

א. הסכום חייב להיות לפחות 7,200 שקלים. אם כל 120 הכרטיסים שנמכרו היו הזולים ביותר הסכום היה אמור להיות 7,200. הסכום צריך להיות לכל היותר 9,600. סכום זה היה מתקבל אילו כל הכרטיסים שנמכרו היו הכרטיסים היקרים. לכן (1) ו- (4) לא יכולים להיות.

ב. x מספר הכרטיסים ב- 80 שקלים.

120 - x מספר הכרטיסים ב- 60 שקלים.

נמכרו 10 כרטיסים ב- 80 שקלים $60(120 - x) + 80x = 7,400$

נמכרו 110 כרטיסים ב- 60 שקלים $x = 10$

עמ' 157

70. תלמיד נשאל במבחן 25 שאלות.

הוא קיבל 4 נקודות עבור כל תשובה נכונה והורידו לו 2 נקודות עבור כל שגיאה.

התלמיד ענה על כל השאלות וצבר 70 נקודות.

כמה תשובות נכונות היו לו? 20

עמ' 157

71. באולם אחד יש פי 4 יותר אנשים מאשר באולם השני.

אם יעברו 150 אנשים מהאולם הראשון לאולם השני, יהיה בשני האולמות מספר שווה של אנשים.

כמה אנשים בכל אולם? 400, 100

עמ' 157

72. שאלו את פיתגורס כמה תלמידים יש לך? והוא ענה: לומדי המתמטיקה מהווים מחצית של התלמידים, רבע מהתלמידים

לומד פיזיקה ושביעית מהתלמידים הוגה בדממה. השאר, 3 תלמידים, לומד מוסיקה.

כמה תלמידים היו לפיתגורס? 28

מספר התלמידים מבוסס בשתי דרכים	מספר התלמידים	x
$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{7} + 3 = x$	לומדי מתמטיקה	$\frac{x}{2}$
$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{7} + \frac{3}{1} = \frac{x}{1}$	לומדי פיזיקה	$\frac{x}{4}$
$14x + 7x + 4x + 84 = 28x$	הוגה בדממה	$\frac{x}{7}$
$84 = 3x$	לומדי מוסיקה	3
$x = 28$		

ניתן לפתור גם על ידי שיקולים חשבוניים:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} = \frac{14+7+4}{28} = \frac{25}{28}$
 לכן 3 לומדי המוסיקה הם $\frac{3}{28}$. $3 \leftarrow \frac{3}{28}$ לכן $\frac{1}{28}$ הם 1, והשלם הוא 28.

עמ' 157

73.

ההיקף של מלבן הוא 18 ס"מ.

הגדילו את האורך של אחת מצלעות המלבן פי 4 ואת אורך הצלע האחרת ב- 5 ס"מ.

התקבל מלבן שהיקפו 58 ס"מ.

מה אורך הצלעות של המלבן המקורי? 4 ס"מ, 5 ס"מ

היקף מלבן 18 ס"מ

מחצית היקפו 9 ס"מ

צלע אחת x מגדילים פי 4 $4x$ צלע שנייה $9 - x$ מגדילים ב- 5 $5 + (9 - x)$ $14 - x$ מחצית ההיקף החדש: $4x + (14 - x) = 29$

$$3x + 14 = 29$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

הצלעות המקוריות 5 ס"מ ו- 4 ס"מ.

בדיקה: ההיקף: $2 \cdot 5 + 2 \cdot 4 = 18$ ס"מ.

עמ' 158

74.

סכום שלושה מספרים הוא 120.

המספר השני גדול ב- 4 מפעמיים המספר הראשון.

המספר השלישי קטן ב- 13 משלוש פעמים המספר השני.

מה הם המספרים? 13, 30, 77

מספר ראשון x מספר שני $2x + 4$ מספר שלישי $3(2x + 4) - 13$ (ניתן לפשט לפני ההצבה במשוואה)

$$x + (2x + 4) + [3(2x + 4) - 13] = 120$$

$$9x = 117$$

$$x = 13$$

המספר הראשון 13

המספר השני $2 \cdot 13 + 4 = 30$ המספר השלישי $3 \cdot 30 - 13 = 77$

עמ' 158

75.

עבור איזה ערך של a הפתרון של המשוואה $(a + 2)x = 7a - 4$ הוא 5 ? 7נציב במקום x את הערך 5:

$$(a + 2)5 = 7a - 4 \quad \text{למעשה זו משוואה עם פרמטר.}$$

$$5a + 10 = 7a - 4 \quad \text{אין צורך להתייחס אליה ככזו.}$$

$$14 = 2a \quad \text{התקבלה משוואה עם נעלם } a$$

$$7 = a$$

בדיקה: נציב $a = 7$ ו- $x = 5$:

$$(7 + 2) \cdot 5 \stackrel{?}{=} 7 \cdot 7 - 4$$

$$9 \cdot 5 \stackrel{?}{=} 49 - 4$$

$$45 = 45 \quad \checkmark$$

דוגמה:

$$\frac{2x+6}{3} - \frac{x-9}{12} = 15$$

נפתור את המשוואה:

$$\frac{4}{4} \cdot \frac{2x+6}{3} - \frac{1}{1} \cdot \frac{x-9}{12} = \frac{12}{12} \cdot 15$$

המכנה המשותף הוא 12.
נכתוב מעל כל איבר את גורם ההרחבה.

נכתוב משוואה שקולה ללא מכנים.

נשבץ סוגריים

$$4(2x+6) - 1(x-9) = 12 \cdot 15$$

במקומות המתאימים.

נוח לכתוב:

$$4(2x+6) - 1(x-9) = 12 \cdot 15$$

ניתן גם לכתוב:

$$4(2x+6) - (x-9) = 12 \cdot 15$$

$$x = 21$$

בדקו במשוואה המקורית.

76. פתרו את המשוואות הבאות.

עמ' 158

- 1) $\frac{x+3}{4} - \frac{7x-1}{20} = \frac{6}{5}$ -4
- 2) $\frac{3x-1}{2} - \frac{2x-7}{22} = x$ $\frac{4}{9}$
- 3) $\frac{7x-2}{12} - \frac{8x+1}{36} = \frac{5+4x}{9}$ -9
- 4) $\frac{3x-2}{5} - \frac{3x-6}{50} = \frac{35x-10}{50}$ $\frac{1}{2}$
- 5) $\frac{3x-4}{5} - \frac{10x-5}{15} = -\frac{1}{3}$ -2

משוואות נוספות עם מונה שהוא ביטוי אלגברי. בכל המשוואות יש סימן (-) לפני קו השבר.

המטרה היא לתרגל מקרה זה תוך הקפדה על הכנסת סוגריים ופתיחה נכונה של הסוגריים כאשר יש לפניו סימן מינוס.

$$1) \frac{5}{5} \cdot \frac{x+3}{4} - \frac{1}{1} \cdot \frac{7x-1}{20} = \frac{4}{4} \cdot \frac{6}{5}$$

מכנה משותף 20.

נקבע את גורמי ההרחבה.

$$5(x+3) - 1(7x-1) = 24$$

$$5x + 15 - 7x + 1 = 24$$

$$-2x = 8$$

$$x = -4$$

$$4) \frac{10}{10} \cdot \frac{3x-2}{5} - \frac{1}{1} \cdot \frac{3x-6}{50} = \frac{1}{1} \cdot \frac{35x-10}{50}$$

מכנה משותף 50.

נקבע את גורמי ההרחבה.

$$10(3x-2) - 1(3x-6) = 1(35x-10)$$

$$30x - 20 - 3x + 6 = 35x - 10$$

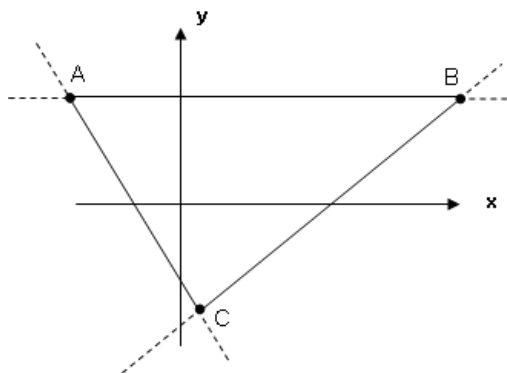
$$27x - 14 = 35x - 10$$

$$-8x = 4$$

$$x = \frac{4}{-8}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

מפגש חוזר אינטגרטיבי – עמ' 158



במערכת הצירים מסורטט משולש.

הצלע AB מקבילה לציר ה- x

וחותכת את ציר ה- y בנקודה $(0, 6)$.

שתיים מצלעות המשולש מונחות על הישרים

$$y = x - 5 \quad \text{ו-} \quad y = -2x - 2$$

א. מצאו את השיעורים של קודקודי המשולש.

$$A(-4, 6), B(11, 6), C(1, -4)$$

ב. מה שטח המשולש?

$$75 \text{ יחידות שטח } \left(\frac{15 \cdot 10}{2} \right)$$

מכנה שהוא ביטוי אלגברי – עמוד 159

בפרק הפונקציות (כיתה ז') הועלה הנושא של מגבלות על תחום ההגדרה של הפונקציה.

הבחנו בין שני מקרים: המקרה בו ההגבלה נובעת מההקשר של הפונקציה (למשל, המשתנה מייצג מספרי אנשים ולכן תחום ההצבה יהיה רק מספרים טבעיים), והמקרה בו יש הגבלות הנובעות מאופי הייצוג האלגברי של הפונקציה (למשל, במכנה יש ביטוי אלגברי).

בפרק זה עוסקים בפתרון משוואות עם שברים כאשר במכנה יש ביטוי אלגברי.

בפתרון משוואות מסוג זה ישנם תהליכי פתרון הדומים לאלו של משוואות עם מכנים מספריים (קביעת המכנה המשותף, קביעת גורמי ההרחבה) וישנם דברים שונים. אחד המרכיבים השונים הוא המגבלות על תחום ההגדרה של המשוואה הנובעות מהמגבלות על המכנה. המכנה חייב להיות שונה מ-0, לכן בתחום ההגדרה לא יכללו מספרים המאפסים את המכנה. נכון שבמגוון הדוגמאות בהן עוסקים בפרק זה המגבלה נראית במידה מסוימת מלאכותית מכיוון שהמספר / מספרים שאינם בתחום ההגדרה ממילא אינם אחד מהפתרונות אליהם מגיעים בתהליך הפתרון. המקרה יוצא הדופן הוא משוואות שכל מספר הוא פתרון שלהן פרט למספר / מספרים שאינם בתחום ההגדרה (ראו משוואות מיוחדות עמוד 167).

פעילות 5 – תחום ההצבה עמוד 159

אפיון הפעילות: מודעות למגבלות על תחום ההצבה.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 6.

א. נתונה המשוואה: $\frac{3}{x-5} = \frac{2}{x}$

יש לבדוק איזה מהמספרים: 10, -1, -10 הוא פתרון של המשוואה.

הבדיקה על ידי הצבה מראה שהמספר (-10) הוא פתרון של המשוואה ושהמספרים (-1) ו-10 אינם פתרונות.

ב. נתונה המשוואה: $\frac{3x+1}{x-1} = 4$

יש לבדוק איזה מהמספרים: 5, 1, -5 הוא פתרון של המשוואה.

בבדיקה אנו רואים שיש להבחין בין 3 מקרים.

(1) הצבת $x = 5$ מראה ש-5 הוא פתרון של המשוואה.

(2) הצבת $x = -5$ מראה ש-(-5) אינו פתרון של המשוואה. אבל:

(3) הצבת המספר $x = -1$ מובילה

למצב מיוחד – חדש.

אין אפשרות להציב (-1) במקום x.

כאשר מציבים (-1) במקום x

מתקבל במכנה ביטוי שערכו 0 ואז

מתקבל שבר שאיננו מוגדר. (חילוק ב-

0 הוא ביטוי חסר משמעות).

פעילות 5 – תחום ההצבה

א. נתונה המשוואה: $\frac{3}{x-5} = \frac{2}{x}$

איזה מהמספרים הבאים הוא פתרון של המשוואה?
10, -1, -10

נציב ונבדוק:

$x = -10$ $\frac{3}{-10-5} \stackrel{?}{=} \frac{2}{-10}$ $\frac{3}{-15} \stackrel{?}{=} \frac{2}{-10}$ $\frac{1}{-5} = \frac{1}{-5}$ ✓ (-10) הוא פתרון של המשוואה.	$x = -1$ $\frac{3}{-1-5} \stackrel{?}{=} \frac{2}{-1}$ $\frac{3}{-6} \stackrel{?}{=} \frac{2}{-1}$ $-\frac{1}{2} \neq -2$ (-1) אינו פתרון.	$x = 10$ $\frac{3}{10-5} \stackrel{?}{=} \frac{2}{10}$ $\frac{3}{5} \stackrel{?}{=} \frac{2}{10}$ $\frac{3}{5} \neq \frac{1}{5}$ 10 אינו פתרון.
---	--	---

מפעילות זו צומח המושג של תחום הצבה.
המספרים אותם מותר להציב נקראים תחום הצבה. כאשר במכנה יש ביטוי אלגברי יש לבדוק אילו ערכים של המשתנה אסור להציב כי הצבתם נותנת ביטוי חסר משמעות.
תחום ההצבה של המשוואה $\frac{3x+1}{x-1} = 4$ הוא כל המספרים פרט ל-1.
מקובל לכתוב $x \neq 1$.

ב. נתונה המשוואה: $\frac{3x+1}{x-1} = 4$
איזה מהמספרים הבאים הוא פתרון של המשוואה?
-5, 1, 5

$x = -5$

$$\frac{3(-5)+1}{(-5)-1} \stackrel{?}{=} 4$$

$$\frac{-15+1}{-5-1} \stackrel{?}{=} 4$$

$$\frac{-14}{-6} \stackrel{?}{=} 4$$

~~$\frac{-14}{-6} \neq 4$~~

(-5) אינו פתרון.

$x = 1$

$$\frac{3 \cdot 1 + 1}{1 - 1} \stackrel{?}{=} 4$$

~~$\frac{4}{0} \stackrel{?}{=} 4$~~

דני אומר:
לא נוכל להציב 1 במשוואה.
מתקבל 0 במכנה.
מתקבל ביטוי חסר משמעות.

$x = 5$

$$\frac{3 \cdot 5 + 1}{5 - 1} \stackrel{?}{=} 4$$

$$\frac{15 + 1}{5 - 1} \stackrel{?}{=} 4$$

$$\frac{16}{4} = 4$$

✓ 5 הוא פתרון של המשוואה.

כאשר במכנה יש ביטוי אלגברי עלינו להיות זהירים בהצבת מספרים בביטוי.
יש לוודא שלא מציבים מספרים עבורם ערך המכנה הוא אפס.
המספרים אותם מותר להציב בביטוי נקראים **תחום ההצבה**.

מה תחום ההצבה של המשוואה $\frac{3}{x-5} = \frac{2}{x}$ המופיעה בסעיף א?

פעילות 6 – נכון, לא נכון, וחסר משמעות עמוד 160

אפיין הפעילות: מגבלות על תחום ההצבה כאשר במשוואה יותר מאיבר אחד עם ביטוי אלגברי במכנה.
תרגילים מתאימים: 77 – 80, עמודים 160 – 161.

נתונה המשוואה: $\frac{24}{x-4} = \frac{60}{2x-6}$

- המספרים 3 ו-4 אינם בתחום ההצבה. הצבתם במשוואה תאפס את אחד משני המכנים.
- המספר 8 הוא פתרון של המשוואה.
- המספרים 0 ו-12 אינם פתרונות של המשוואה אך הם בתחום ההצבה. תחום ההצבה של המשוואה הוא: $x \neq 4, x \neq 3$ (או, כל המספרים פרט ל-3 ול-4)
- לקבוצה ג ניתן להוסיף עוד אינסוף מספרים. לקבוצה א אין אפשרות להוסיף כי אין עוד הגבלות על תחום ההצבה. לקבוצה ב אין כנראה אפשרות להוסיף כי למשוואה זו כנראה רק פתרון אחד.

פעילות 6 – נכון, לא נכון, וחסר משמעות

נתונה המשוואה: $\frac{24}{x-4} = \frac{60}{2x-6}$

נתונים חמישה מספרים: 0, 3, 4, 8, 12

- שניים מהם **אסור** להציב במשוואה. אם נציב אותם במשוואה יתקבל ביטוי **חסר משמעות**. מצאו את המספרים.
- אחד מהמספרים הוא פתרון של המשוואה. אם נציב אותו במשוואה **יתקבל שוויון** בין האגפים. מצאו את המספר.
- שניים מהם אינם פתרון של המשוואה. **מותר** להציבם, אך אם נציב אותם **לא יתקבל שוויון** בין האגפים. מצאו את המספרים.
- לאילו מהקבוצות המתוארות בסעיפים א, ב, ג ניתן, לדעתכם, להוסיף מספרים בעלי אותה תכונה? הסבירו.

תרגילים מתאימים: 77 – 80, עמודים 160 – 161

במשוואה $\frac{24}{x-4} = \frac{60}{2x-6}$ אסור להציב 3, ואסור להציב 4.

תחום ההצבה של משוואה זו הוא כל המספרים פרט ל-3 ול-4.

כותבים: **תחום ההצבה** הוא $x \neq 4, x \neq 3$.

אם במשוואה יותר ממכנה אחד, יש לוודא שכל אחד מהמכנים שונה מאפס.

תרגילים

עמ' 160 77. לפניכם שמונה משוואות.

א. כתבו את תחום ההצבה של כל אחת מהן. הסבירו.

ב. ליד כל משוואה רשומים שלושה מספרים. מצאו איזה מבין המספרים הוא פתרון של המשוואה.

1) $\frac{20}{x} = 4$	5, 20, 80 תחום ההצבה $x \neq 0$	5) $\frac{5}{10x} = \frac{1}{2}$	1, 5, 10
2) $\frac{x+12}{x} = 3$	3, 6, 12	6) $\frac{3}{x-5} = \frac{2}{x}$	1, 10, -10, -
3) $\frac{8}{2x+4} = \frac{1}{5}$	5, 8, 18	7) $\frac{7}{10} + \frac{3}{5x} = \frac{1}{4} + \frac{3}{2x}$	1, 2, 3
4) $\frac{3x+1}{x-1} = 4$	4, 5, 6	8) $\frac{x+8}{8} = 1\frac{1}{2}$	4, 6, 8

מציאת הפתרון מבין שלושת המספרים הנתונים תעשה על-ידי הצבה.

עמ' 161 78. היחס בין שני מספרים חיוביים הוא 5 : 2. המספר הקטן הוא x. המספר השני גדול ממנו ב- 6.

א. אילו מבין המשוואות הבאות מתארת את הקשר בין הנתונים? (2)

ב. כתבו את תחום ההצבה של כל אחת מהמשוואות.

כל מספר 3) $\frac{x}{6} = \frac{2}{5}$ $x \neq -6$ 2) $\frac{x}{x+6} = \frac{2}{5}$ $x \neq -5$ 1) $\frac{x+2}{x+5} = 6$

התשובה היא (2). במשוואה $\frac{x}{6} = \frac{2}{5}$ יש הגבלה על תחום ההצבה $x \neq -6$.
 $x \neq 0, x = -10$ $x \neq 0, x = -10$ $x \neq 0, x = -10$ $x \neq 0, x = -10$
 אבל, המספר (-6) ממילא איננו פתרון של השאלה כי בשאלה מצוין ששני המספרים הנתונים הם מספרים חיוביים.
 התלמידים אינם מתבקשים, בשלב זה, לפתור את המשוואה. יש לכתוב את תחום ההצבה גם אם המספר שאיננו בתחום ההצבה איננו פתרון של המשוואה.

עמ' 161 79. אם מוסיפים 12 ל-x, ואת הסכום מחלקים במספר הקטן ב- 4 מ-x, מקבלים 8.

א. איזו מבין המשוואות הבאות מתארת את הקשר בין הנתונים? (1)

ב. כתבו את תחום ההצבה של כל אחת מהמשוואות.

1) $x \neq 4$ 2) $x \neq -4$ 3) $x \neq -12$ 4) $x \neq 4$

1) $\frac{x+12}{x-4} = 8$ $x \neq -10$

3) $\frac{x-4}{x+12} = 8$

2) $\frac{x+12}{x+4} = 8$

4) $\frac{x+12}{x-4} = 8$

התשובה הנכונה היא ג. התלמידים אינם מתבקשים לפתור את המשוואה.

יש מגבלה על תחום ההגדרה: $x \neq 4$. אבל, 4 איננו פתרון של השאלה. אם המספר הוא $4 \leftarrow 4 + 12 \leftarrow 16$.

מספר הקטן ב- 4 מ- 4 הוא אפס ואין לחלק בו, ובוודאי שהמנה איננה 8.

עמ' 161 80. אם כופלים את x ב- 25, ואת המכפלה מחלקים במספר הגדול ב- 3 מ-x, מקבלים 10.

א. איזו מבין המשוואות הבאות מתארת את הקשר בין הנתונים? (2)

ב. כתבו את תחום ההצבה של כל אחת מהמשוואות.

עוד על משוואות עם שברים אלגבריים – עמ' 161

פעילות 7 – משוואות עם ביטוי במכנה עמוד 161

אפיון הפעילות: הצגה של שתי חלופות

למשוואות המייצגות את השאלה הנתונה.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 12.

בשאלות יחס המגבלות על תחום ההגדרה נובע

כבר מאופי השאלה.

$x \neq 0$ ו- $x + 4 \neq 0$. כאשר מדברים על יחס

בין מספרים דנים במספרים חיוביים.

לא דנים ביחס בין מספרים שאחד מהם או

שניהם, אפס. לכן, גם אם x לא היה מופיע

במכנה, ו- x הוא אחד המספרים

המשתתפים ביחס, עדיין ההגבלה $x \neq 0$

הייתה תקפה.

פעילויות 8 – 12 – פתרון המשוואות של איתמר ושל אלעד עמוד 162 - 163

אפיון הפעילויות: פתרון משוואה עם ביטוי

אלגברי במכנה.

תרגילים מתאימים: 81 – 84,

עמודים 163 – 164.

מוצגת דרך הפתרון של שתי המשוואות.

מבחינה מושגית אין הבדל בין פתרון משוואות

עם מכנה מספרי לבין פתרון משוואות עם מכנה

שהוא ביטוי אלגברי.

ההבדל הוא בקושי האלגוריתמי.

תלמידים רבים אינם רואים את הכפל

ב- $(x + 4)$ באותו אופן שבו ראו את הכפל

במספר (לדוגמה, כפל ב- 7).

פעילות 7 – משוואות עם ביטוי אלגברי במכנה

היחס בין שני מספרים הוא 6 : 7.

מספר אחד גדול ב- 4 מהמספר האחר.

סמנו ב- x את המספר הקטן וכתבו משוואה המתארת את הקשר בין הנתונים השאלה.

המספר הגדול: $x + 4$

המספר הקטן: x

המשוואה של אלעד

$$\frac{x}{x+4} = \frac{6}{7}$$

המשוואה של איתמר

$$\frac{x+4}{x} = \frac{7}{6}$$

האם שתי המשוואות נכונות?

שתי המשוואות נכונות. נלמד לפתור אותן.

לא דנים ביחס בין מספרים כאשר אחד המספרים הוא 0.
במקרה זה:
$x + 4 \neq 0$ ו- $x \neq 0$

פעילות 8 – פתרון המשוואה של איתמר

נפתור את המשוואה:

$$x \neq 0$$

$$\frac{x+4}{x} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{x+4}{x} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{x+4}{x} = \frac{7}{6}$$

$$6(x+4) = 7x$$

$$6x + 24 = 7x$$

$$24 = x$$

$$x = 24$$

המכנה המשותף הוא $6x$.

נכתוב מעל כל איבר את גורם ההרחבה.

תשובה:

המספר הקטן 24.

המספר הגדול 28 $(24 + 4)$.

בדיקה:

$$\frac{28}{24} = \frac{7}{6}$$

היחס הוא:

פעילות 9 – פתרון המשוואה של אלעד

נפתור את המשוואה:

$$x \neq -4$$

$$\frac{x}{x+4} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{x}{x+4} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{x}{x+4} = \frac{6}{7}$$

$$7x = 6(x+4)$$

$$7x = 6x + 24$$

$$x = 24$$

המכנה המשותף הוא $7(x+4)$.

נכתוב את גורמי ההרחבה.

מכור לשבץ סוגריים. במקרה זה הסוגריים הם סביב גורם ההרחבה.

המכנה המשותף הוא

מכפלת המכנים.

פעילות 10 – פתרון משוואות עם ביטוי אלגברי במכנה

מיכל צעירה מאחותה תמר ב- 6 שנים. היחס בין הגילים שלהן הוא 5 : 4.

בנות כמה תמר ומיכל?

נסמן ב- x את הגיל של תמר. נכתוב משוואה המתארת את הקשר בין הנתונים בשאלה ונפתור.

הגיל של מיכל: $x - 6$

הגיל של תמר: x

המשוואה של אלעד

$$\frac{x}{x-6} = \frac{5}{4}$$

המשוואה של איתמר

$$\frac{x-6}{x} = \frac{4}{5}$$

שתי המשוואות מתארות את הקשר בין נתוני השאלה. איזו מהן תעדיפו לפתור? הסבירו.

פעילות 11 – פתרון המשוואה של איתמר

נפתור את המשוואה:

$$\frac{x-6}{x} = \frac{4}{5}$$

תחום ההצבה: $x \neq 0$

המכנה המשותף הוא 5x. נכתוב את גורמי ההרחבה.

נזכור לשבץ סוגריים.

$$\frac{5}{x} \cdot \frac{x-6}{x} = \frac{4}{5} \cdot \frac{x}{5}$$

$$5(x-6) = 4x$$

$$5x - 30 = 4x \quad / +30 - 4x$$

$$x = 30$$

תשובה: תמר בת 30, מיכל בת 24 (30-6).

בדיקה: היחס הוא: $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$ ✓

פעילות 12 – פתרון המשוואה של אלעד

נפתור את המשוואה:

$$\frac{x}{x-6} = \frac{5}{4}$$

תחום ההצבה: $x \neq 6$

המכנה המשותף הוא $4(x-6)$. נכתוב את גורמי ההרחבה.

$$\frac{4}{x-6} \cdot \frac{x}{x-6} = \frac{5}{4} \cdot \frac{x-6}{4}$$

$$4x = 5(x-6)$$

$$4x = 5x - 30 \quad / -5x$$

$$-x = -30 \quad / \cdot (-1)$$

$$x = 30$$

תשובה: תמר בת 30, מיכל בת 24 (30-6).

בדיקה: היחס הוא: $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$ ✓

תרגילים מתאימים 81 – 84
עמודים 103 – 104

תרגילים

עמ' 163 81. בכל אחת מהמשוואות הבאות:

כתבו את תחום ההצבה, ופתרו את המשוואה.

1) $\frac{x-5}{x} = \frac{3}{2}$ $x \neq 0, x = -10$ 3) $\frac{7x+3}{x} = 8$ $x \neq 0, x = 3$ 5) $\frac{3x-4}{x} = 1\frac{2}{5}$ $x \neq 0, x = 2.5$

2) $\frac{x+18}{x} = 3$ $x \neq 0, x = 9$ 4) $\frac{2x-5}{x} = \frac{11}{3}$ $x \neq 0, x = -3$ 6) $\frac{6+3x}{x} = \frac{7}{2}$ $x \neq 0, x = 12$

1) $\frac{x-5}{x} = \frac{3}{2}$
 $\frac{2}{x} \cdot \frac{x-5}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{2}$ $x \neq 0$

$$2(x-5) = 3x$$

$$2x - 10 = 3x$$

$$x = -10$$

6) $\frac{6+3x}{x} = \frac{7}{2}$
 $\frac{2}{x} \cdot \frac{6+3x}{x} = \frac{7}{2} \cdot \frac{x}{2}$ $x \neq 0$

$$2(6+3x) = 7x$$

$$12 + 6x = 7x$$

$$x = 12$$

בכל אחת מהמשוואות הבאות:

כתבו את תחום ההצבה, ופתרו את המשוואה.

- 1) $\frac{24}{x} - 6 = -2$ $x \neq 0$
 $x = 6$
- 2) $\frac{12}{x} = -6$ $x \neq 0$
 $x = -2$
- 3) $6 = \frac{3}{2x} - 3$ $x \neq 0$
 $x = \frac{1}{6}$
- 4) $\frac{24}{x-1} = 4$ $x \neq 1$
 $x = 7$
- 5) $7 - \frac{5}{x} = \frac{30}{x}$ $x \neq 0$
 $x = 5$
- 6) $\frac{7}{x} + \frac{1}{2} = \frac{2}{x} + 1\frac{1}{3}$ $x \neq 0$
 $x = 6$
- 7) $\frac{12}{x-1} = 4$ $x \neq 1$
 $x = 4$
- 8) $\frac{1+4x}{2x+7} = -\frac{1}{6}$ $x \neq -3.5$
 $x = -\frac{1}{2}$
- 9) $\frac{2x-1}{6-x} = \frac{3}{4}$ $x \neq 6$
 $x = 2$

א. חברו משוואה שתחום ההצבה שלה הוא $x \neq 3$.ב. חברו משוואה שתחום ההצבה שלה הוא $x \neq -3$.ג. חברו משוואה שתחום ההצבה שלה הוא $x \neq 4, x \neq 5$.

א. חברו משוואה שתחום ההצבה שלה הוא $x \neq 3$. במכנה צריך להיות ביטוי שמקבל את הערך 0, כאשר מציבים במקום x את המספר 3.

לדוגמה: $x - 3$; $2x - 6$; $9 - 3x$; וכדומה. $\frac{7}{x-3} = 2$

ב. במכנה לא יכולים להיות ביטויים כגון: $x + 3$; $6 + 2x$; $3x + 9$ וכדומה. $\frac{x}{x+3} = 8$

$$\frac{4}{15+5x} = 2$$

ג. יכולה להיות משוואה עם 2 מחוברים כשבמכנה של כל מחובר ביטוי אלגברי שונה. למשל, $\frac{2}{x-5} + \frac{8}{x-4} = 6$

בכל אחת מהמשוואות הבאות:

כתבו את תחום ההצבה, ופתרו את המשוואה.

- 1) $\frac{7}{2x+1} = \frac{17}{6x-1}$ $x \neq -\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, x = 3$
- 2) $\frac{3}{x-2} = \frac{1}{x}$ $x \neq 2, 0, x = -1$
- 3) $\frac{-7}{2x+2} = \frac{14}{3x-4}$ $x \neq -1, \frac{4}{3}, x = 0$
- 4) $\frac{2x-6}{8-x} = -\frac{3}{4}$ $x \neq 8, x = 0$
- 5) $\frac{3}{2x+4} = \frac{4}{3x-3}$ $x \neq -2, 1, x = 25$
- 6) $\frac{4}{5-2x} = \frac{3}{x}$ $x \neq 0, 2.5, x = 1.5$
- 7) $\frac{3}{x-6} = \frac{1}{x}$ $x \neq 0, 6, x = -3$
- 8) $\frac{3}{x-1} = \frac{6}{x}$ $x \neq 0, 1, x = 2$

דוגמה:

$$\frac{3}{x-4} = \frac{2}{x-1}$$

נפתור את המשוואה:

תחום ההצבה: $x \neq 4, x \neq 1$

$$\frac{x-1}{3} = \frac{x-4}{2}$$

המכנה המשותף $(x-4)(x-1)$.
 נכתוב מעל כל מחובר את גורם ההרחבה.

$$3(x-1) = 2(x-4)$$

$$3x-3 = 2x-8$$

$$x = -5$$

בדיקה:

נציב במשוואה המקורית:

$$\frac{3}{-5-4} \stackrel{?}{=} \frac{2}{-5-1}$$

$$\frac{3}{-9} \stackrel{?}{=} \frac{2}{-6}$$

$$\checkmark -\frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$$

מפגש חוזר אינטגרטיבי – עמוד 165

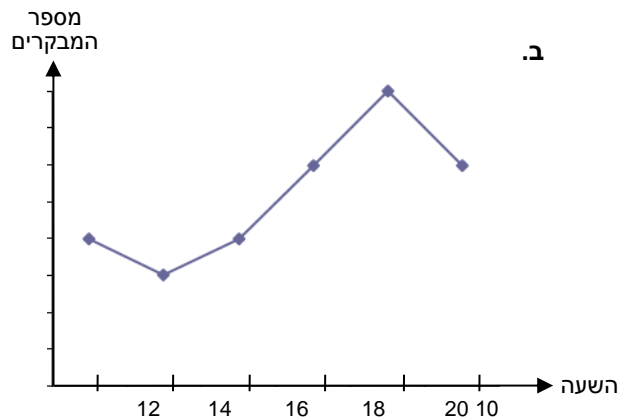
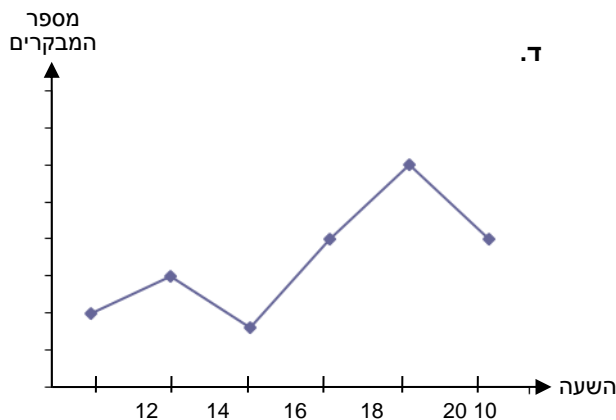
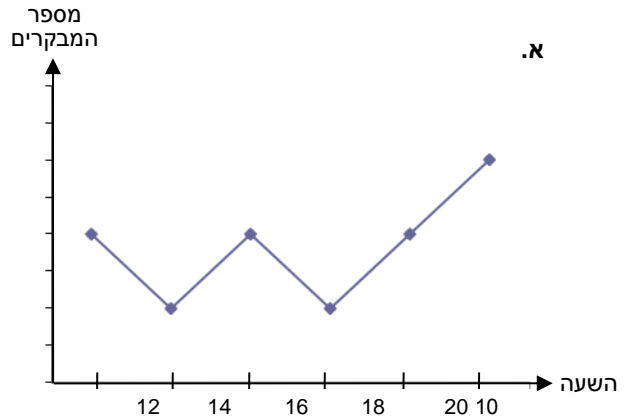
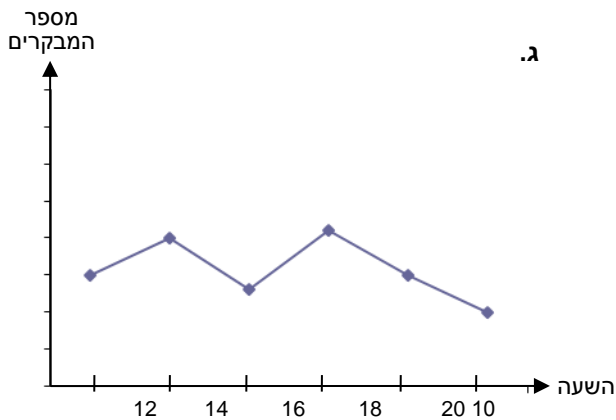
חזרה על קריאת גרפים, יחס, פונקציות קוויות, הכללה ושאלות מילוליות.
ניתן לעסוק בשאלות שבמפגש החוזר בשלמותו בשלב זה או לפצל למספר מפגשים.

עמ' 165

1. בטבלה שלפניכם מידע על מספר המבקרים בפארק בשעות שונות של היום במשך יום מסוים.

השעה	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00	20:00
מספר המבקרים	100	150	80	200	300	200

איזה מבין הגרפים הבאים יכול להיות גרף המתאר את המידע שבטבלה. ד



עמ' 165

2. במחנה הקיץ על כל 15 חניכים יש 2 מדריכים. במחנה יש 135 חניכים?
כמה מדריכים יש במחנה? 18

עמ' 165

3. במתכון לעוגה היחס בין הקמח לסוכר הוא 2 : 5.
כמה סוכר יש לשים בתערובת שיש בה 850 גרם קמח? 340 גרם

עמ' 166

4. בחברת המוניות "חץ מקשת" מחשבים את התשלום עבור נסיעה על פי הנוסחה $y = 2.5x + 5$, כאשר x הוא מספר הקילומטרים שנוסעת המונית ו- y הוא מחיר הנסיעה בשקלים.

א. כמה תעלה נסיעה למרחק של 20 ק"מ? 55 שקלים

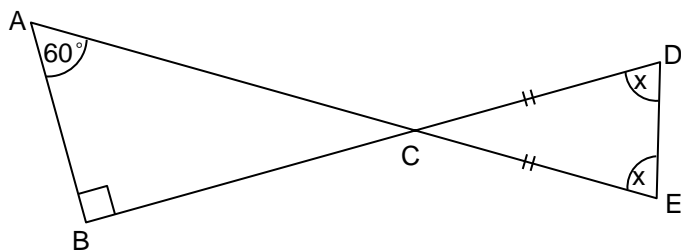
ב. אם יש ברשותכם 30 שקלים, לאיזה מרחק תוכלו לנסוע? 10 ק"מ

עמ' 166

5. אילו מהנקודות הבאות נמצאות על גרף הפונקציה הקווית: $y = 3x - 2$, ג, ב, א

א. (5, 17) ב. (0, -2) ג. (4, 10) ד. (10, 4)

עמ' 166



6. $\triangle ABC$ הוא משולש ישר זווית.
 $\triangle DCE$ הוא משולש שווה שוקיים.

מה הערך של x ? 75°

עמ' 166

7. הטבלה שלפניכם מציגה קשר בין x ל- y . (ג)

x	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11

איזה מבין הייצוגים האלגבריים הבאים מתאר את הקשר?

א. $y = 3x - 1$ ב. $y = x + 2$ ג. $y = 2x + 1$ ד. $y = x + 3$

עמ' 166

8. נתונה הסדרה: 2, 5, 11, 23, ...

א. האיבר הראשון בסדרה הוא 2. איזה מבין הכללים הבאים מתאר את החוקיות שבסדרה. (2)

(1) הוסיפו 1 לאיבר הקודם וכפלו ב-2.

(2) כפלו ב-2 את האיבר הקודם והוסיפו 1.

(3) כפלו את האיבר הקודם ב-3 והחסירו 1.

(4) החסירו 1 מהאיבר הקודם וכפלו ב-4.

ב. כתבו את שני האיברים הבאים בסדרה.

עמ' 166

9. רינת צעירה מיעל ב-5 שנים.

סכום הגילים של רינת ויעל הוא 47.

מה הגיל של רינת? מה הגיל של יעל? 26, 21

משוואות מיוחדות – עמוד 167

משוואות שכל מספר בתחום ההצבה הוא פתרון שלהן ומשוואות שאין להן פתרון

העיסוק הבלעדי במשוואות ממעלה ראשונה בנעלם יחיד בכיתות ז' ו-ח יכול להביא להכללת יתר: שלמשוואה פתרון יחיד. בפרק זה נחשפים התלמידים לשני מקרים מיוחדים של משוואות ממעלה ראשונה: משוואות שכל מספר הוא פתרון שלהן, ומשוואות שאין להן פתרון. במשוואות שכל מספר הוא פתרון שלהן נעשית הבחנה בין משוואות שכל מספר הוא פתרון שלהן, לבין משוואות שיש הגבלה על תחום ההצבה אבל כל מספר בתחום ההצבה הוא פתרון שלהן. בהמשך ניתנות שאלות הנותנות משמעות למצבים שהייצוג האלגברי שלהם הוא משוואות שכל מספר הוא פתרון שלהן או משוואות שאין להן פתרון.

פעילות 13 – משוואות שכל מספר בתחום ההצבה הוא פתרון שלהן עמוד 167

אפיון הפעילות: משוואות שכל מספר בתחום ההצבה הוא פתרון שלהן.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 15.

הפעילות מתחילה במשוואות בהן לא ניתן לזהות במבט ראשון את המיוחדות. רק לאחר הליך פישוט מתקבלת משוואה פשוטה מספיק שמהתבוננות בה ניתן להגיע למסקנות לגבי הפתרון שלהן.

א. אחרי פישוט וכינוס איברים מתקבלת המשוואה $3x + 7 = 3x + 7$.

ניתן לראות, מבלי להמשיך בתהליך הפתרון, שכל מספר שנציב יהיה פתרון של המשוואה.

לעיתים ממשיכים בפתרון עד למצב $7 = 7$ או $0 = 0$.

ב. נשווה למשוואה $\frac{5x-45}{x-9} = 5$. משוואה זו היא סוג מיוחד של משוואה ממעלה ראשונה בנעלם יחיד שיש לה אינסוף פתרונות. תחום ההצבה של המשוואה הוא כל המספרים פרט ל-9.

המספר 9 איננו פתרון מכיוון שהצבתו במכנה תתן אפס. לכן משוואה זו היא משוואה שכל מספר בתחום ההצבה שלה הוא פתרון שלה.

פעילות 13 – משוואות שכל מספר בתחום ההצבה הוא פתרון שלהן

א. נפתור את המשוואה:

$$3(x + 11) - 26 = x + 7 + 2x$$
$$3x + 33 - 26 = x + 7 + 2x$$
$$3x + 7 = 3x + 7$$

מה מיוחד במשוואה זו?

התקבלה משוואה שכל מספר הוא פתרון שלה. עבור כל מספר שנציב במקום x שני האגפים יהיו שווים.

כל מספר הוא פתרון של המשוואה

ב. נפתור את המשוואה:

$$\frac{5x-45}{x-9} = 5 \quad x \neq 9$$
$$\frac{5x-45}{x-9} = \frac{5(x-9)}{x-9}$$
$$\frac{5x-45}{x-9} = \frac{5x-45}{x-9}$$
$$5x - 45 = 5(x - 9)$$
$$5x - 45 = 5x - 45$$

התקבלה משוואה שכל מספר הוא פתרון שלה. כל מספר, פרט ל-9, הוא פתרון של המשוואה המקורית. $x = 9$ איננו בתחום ההצבה של המשוואה.

כל מספר שונה מ-9 הוא פתרון של המשוואה

בדוגמה מוצגת משוואה שממבט ראשון, ניתן לראות שכל מספר הוא פתרון שלה. בחרנו להתחיל את הנושא במשוואות מורכבות יותר ולא בכזו המוצגת בדוגמה כי לחלק מהתלמידים משוואה כגון $x + 5 = x + 5$ נראית לא אמיתית.

דוגמה:

נפתור את המשוואה:

$$x + 5 = x + 5$$

שיר אומרת אפשר לזהות מיד שכל מספר הוא פתרון של המשוואה. בשני האגפים יש ביטויים זהים. **תשובה:** כל מספר הוא פתרון של המשוואה.

יפעת אומרת מה יתקבל אם נמשיך לפתור את המשוואה כמו משוואה רגילה?

$$\begin{array}{l} \text{נחסר } 5 \text{ משני האגפים} \\ x + 5 = x + 5 \quad / -5 \\ x = x \quad / -x \\ 0 = 0 \end{array}$$

קיבלנו שוויון נכון ללא נעלם.

המשמעות: עבור כל מספר שנציב במקום x במשוואה המקורית יתקבל שוויון.**תשובה:** כל מספר הוא פתרון של המשוואה.**פעילות 14 – משוואות שאין להן פתרון עמוד 168**

אפיין הפעילויות: משוואות ממעלה ראשונה בנעלם יחיד שאין להן פתרון.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 15.

א. אחרי פישוט וכינוס איברים מתקבלת המשוואה $7x + 14 = 7x + 12$.

ניתן לראות מתוך התבוננות בשני האגפים שלא קיים מספר שהצבתו במקום x תוביל לשני אגפים שווים.

$7x + 14$ איננו יכול להיות שווה ל- $7x + 12$. ניתן להמשיך ולפשט את המשוואה ולהגיע ל- $2 = 0$.

ייצוג זה מבליט ביתר שאת את

העובדה שלמשוואה אין פתרון.

ב. יש הגבלה על תחום ההצבה של

המשוואה. אבל, גם במקרה זה אין

למשוואה פתרון.

כל מספר בתחום ההצבה איננו פתרון

של המשוואה וכמובן גם המספר

(-5) שאיננו בתחום ההצבה.

פעילות 14 – משוואות שאין להן פתרון**א.** נפתור את המשוואה:

$$7(x + 2) = 3x + 12 + 4x$$

$$7x + 14 = 7x + 12$$

לא קיים מספר עבורו יתקיים שוויון בין שני האגפים.

לא קיים מספר עבורו $7x + 14$ שווה ל- $7x + 12$.**למשוואה זו אין פתרון****ב.** נפתור את המשוואה:

$$\frac{8x + 10}{x + 5} = 8 \quad x \neq -5$$

$$\frac{8x + 10}{x + 5} = \frac{8}{1}$$

$$8x + 10 = 8 \cdot (x + 5)$$

$$8x + 10 = 8x + 40$$

לא קיים מספר עבורו יתקיים שוויון בין שני האגפים.

לא קיים מספר עבורו $8x + 10$ שווה ל- $8x + 40$.**למשוואה זו אין פתרון****דוגמה:**

נפתור את המשוואה:

$$x + 7 = x + 8$$

שיר אומרת

אפשר לזהות מיד שאין מספר שהוא פתרון של המשוואה.

לא קיים מספר שאם נוסיף לו 7 נקבל אותו סכום כמו כאשר נוסיף לו 8.

תשובה:

למשוואה זו אין פתרון.

יפעת אומרת

מה יתקבל אם נמשיך לפתור את המשוואה כמו משוואה רגילה?

$$\begin{array}{l} \text{נחסר } x \text{ משני האגפים} \\ x + 7 = x + 8 \quad / -x \\ \cancel{x} + 7 = \cancel{x} + 8 \end{array}$$

קיבלנו טענה לא נכונה.

המשמעות: לא קיים מספר שאם נציב אותו במקום x תתקבל טענה נכונה.**תשובה:**

למשוואה זו אין פתרון.

בפעילויות 15 ו- 16 מוצגות שאלות מילוליות שהייצוג האלגברי שלהן יהיה משוואה שכל מספר הוא פתרון שלה ומשוואה שאין לה פתרון.

פעילות 15 – המסלול הטוב יותר עמוד 169

אפיון הפעילות: סיטואציה המובילה למשוואה ממעלה ראשונה בנעלם יחיד שכל מספר הוא פתרון שלה.

תרגילים מתאימים: תרגיל 85, עמוד 169.

הסיטואציה המתוארת היא הסיטואציה המוכרת של כדאיות. מתוארים שני מסלולי תשלום במכון כושר. ההצעה של מסלול א היא על בסיס שנתי, ההצעה של מסלול ב היא על בסיס חודשי.

א. אם דנה משתתפת ב- 3 חוגים היא תשלם:

$$\text{מסלול א: } 960 + 180 = 1140 \rightarrow 960 + 60x : 1,140 \text{ שקלים.}$$

$$\text{מסלול ב: } 12(80 + 15) = 1140 \rightarrow 12(80 + 5x) : 1,140 \text{ שקלים.}$$

ב. אם עדי משתתפת ב- 12 חוגים היא תשלם:

$$\text{מסלול א: } 960 + 720 = 1680 \rightarrow 960 + 60x : 1,680 \text{ שקלים.}$$

$$\text{מסלול ב: } 12(80 + 60) = 1680 \rightarrow 12(80 + 5x) : 1,680 \text{ שקלים.}$$

ג. נראה שבכל מספר של חוגים התשלום בשני המסלולים יהיה שווה. פישוט המשוואה ופתרונה מראה שאכן מגיעים למשוואה מהסוג המוצג בפעילות 13 סעיף א.

$$12(80 + 5x) = 960 + 60x$$

$$960 + 60x = 960 + 60x$$

שני האגפים זהים. כל מספר שנציב במקום x ייתן שוויון בין שני האגפים. כל מספר הוא פתרון של המשוואה.

פעילות 15 – המסלול הטוב יותר

מכון "נפש בריאה בגוף בריא" מציע שני מסלולים:

- מסלול א: תשלום **שנתי** בסך 960 שקלים, ובנוסף 60 שקלים לשנה עבור כל חוג.
- מסלול ב: תשלום **חודשי** של 80 שקלים, ובנוסף 5 שקלים לחודש עבור כל חוג.

עבור כל אחד מהמסלולים נכתוב ביטוי אלגברי המתאר את גובה התשלום.

מסלול א	מסלול ב
תשלום שנתי: 960 שקלים	תשלום חודשי: 80 שקלים
מספר החוגים בחודש: x	מספר החוגים בחודש: x
תשלום שנתי ל- x חוגים: $60x$ שקלים	תשלום חודשי ל- x חוגים: $5x$ שקלים
סך הכל תשלום שנתי: $960 + 60x$	סך הכל תשלום חודשי: $80 + 5x$
סך הכל תשלום שנתי: $12 \cdot (80 + 5x)$	סך הכל תשלום שנתי: $12 \cdot (80 + 5x)$

א. דנה מתכננת להשתתף ב- 3 חוגים. באיזה מסלול תמליצו לה לבחור?

ב. עדי מתכננת להשתתף ב- 12 חוגים. באיזה מסלול תמליצו לה לבחור?

ג. מה מספר החוגים עבורו התשלום השנתי בשני המסלולים יהיה זהה?

משוואה מתאימה: $12 \cdot (80 + 5x) = 960 + 60x$
התשלום במסלול א התשלום במסלול ב

פתרו את המשוואה. מה קיבלתם?

מה הפתרון של המשוואה? מה התשובה לשאלה?

תרגילים מתאימים 85

עמוד 169

- 1) $\frac{5x-2}{15} = \frac{x+3}{3} - \frac{17}{15}$ כל מספר
 2) $41 - 2(x+3) = 5(7-x) + 3x$ כל מספר
 3) $\frac{x}{4} + \frac{3x-10}{2} = 9$ 8
 4) $7(x-3) + 5 = 60 - (x-4)$ 10
 5) $\frac{x}{2} + 8 = \frac{2x}{5} - 3$ -110
 6) $\frac{7(2x-1)}{8} = \frac{2x+3}{4} - \frac{4x+3}{8}$ כל מספר
 7) $\frac{7(2x-1)}{8} = \frac{9x+3}{4} - \frac{4x+13}{8}$ כל מספר
 8) $\frac{30}{x+1} = \frac{5}{x}$ 5

פעילות 16 – האם יתקבל שוויון? עמוד 170

אפיון הפעילות: סיטואציה המובילה למשוואה שאין לה פתרון.

תרגילים מתאימים: 86 – 91, עמודים 170 – 172.

- א. ההסבר של רונית משכנע לחלוטין. בבריכה ב כמות התחלתית גדולה יותר (7,500 ליטר) מאשר בבריכה א (5,000 ליטר). קצב המילוי הוא אותו קצב מילוי (10 ליטר בדקה). לכן, ההפרש בין הכמויות ההתחלתיות איננו מצטמצם.
 ב. הצגת הנתונים במשוואה מראה שהמשוואה המתאימה היא $5,000 + 10x = 7,500 + 10x$. משוואה שאין לה פתרון. אין מספר שאם נציב אותו במקום x יתקבל שוויון בין שני האגפים. אם נמשיך לפשט את המשוואה נקבל: ~~$5,000 = 7,500$~~

פעילות 16 – האם יתקבל שוויון?

במושב שתי בריכות מים.

בבריכה א היו בתחילת המילוי 5,000 ליטרים מים. ממלאים את הבריכה בקצב של 10 ליטרים מים בדקה.
 בבריכה ב היו בתחילת המילוי 7,500 ליטרים מים. ממלאים את הבריכה בקצב של 10 ליטרים מים בדקה.
 כעבור כמה זמן תהיה בשתי הבריכות אותה כמות של מים?

מה השערתכם?

א. **רונית אומרת:** ברור לי, על פי הנתונים, שאף פעם לא תהיה בשתי הבריכות אותה כמות של מים.
 בבריכה ב יש בהתחלה יותר מים מאשר בבריכה א, כמות המים שמתווספת בכל דקה בשתי הבריכות שווה. לכן, ההפרש בכמויות ההתחלתיות יישאר קבוע לאורך כל המילוי.

מה דעתכם על ההסבר של רונית?

ב. **מיכל אומרת:** אני בודקת את התשובה של רונית על ידי משוואה.

בריכה א		בריכה ב	
כמות התחלתית:	5,000 ליטרים	כמות התחלתית:	7,500 ליטרים
מספר הדקות:	x	מספר הדקות:	x
תוספת מים ב- x דקות:	10 x ליטרים	תוספת מים ב- x דקות:	10 x ליטרים

כעבור כמה דקות כמות המים בשתי הבריכות תהיה שווה?

$$\text{משוואה מתאימה: } \underbrace{7,500 + 10x}_{\text{הכמות בבריכה ב}} = \underbrace{5,000 + 10x}_{\text{הכמות בבריכה א}}$$

קיבלנו משוואה שאין לה פתרון. כיצד תומכת עובדה זו בתשובתה של רונית?

תרגילים

עמ' 170 86. לפניהם 12 משוואות, מתוכן: ל-3 משוואות יש פתרון יחיד. ל-3 משוואות אין פתרון. ל-6 משוואות כל מספר בתחום ההצבה הוא פתרון שלהן.

- | | | | |
|-------------------------------------|----------------------|---|----------------------|
| 1) $3x + 4 = 5x - 2x$ | אין פתרון | 7) $5(4 - x) = 3x - 4(2x - 5)$ | כל מספר |
| 2) $\frac{x}{2x + 1} = \frac{4}{9}$ | $x = 4$ | 8) $\frac{4x + 8}{x + 2} = 4$ | כל מספר השונה מ-(-2) |
| 3) $5x - 2 = 4 + 5x - 6$ | כל מספר | 9) $\frac{4x - 6}{x - 4} = -1$ | $x = 2$ |
| 4) $6(x - 1) + 12 = 10x + 4$ | $x = \frac{1}{2}$ | 10) $\frac{3x - 2}{5} - \frac{x - 3}{4} = \frac{5 + 7x}{20}$ | אין פתרון |
| 5) $8x - 7 = 5x - 1 + 3x$ | אין פתרון | 11) $\frac{3(3x + 1)}{5} - \frac{2(2x + 1)}{3} = \frac{7x - 1}{15}$ | כל מספר |
| 6) $\frac{6x + 24}{2x + 8} = 3$ | כל מספר השונה מ-(-4) | 12) $7x + 4 - 4x + 8 = 7 + 3x + 5$ | כל מספר |

למשוואות (1), (5) ו-(10) אין פתרון.

$$\begin{aligned}
 10) \quad & \frac{4}{3x-2} - \frac{5}{x-3} = \frac{1}{5+7x} \\
 & 4(3x-2) - 5(x-3) = 1(5+7x) \\
 & 12x - 8 - 5x + 15 = 5 + 7x \\
 & 7x + 7 = 7x + 5 \\
 & \text{אין פתרון}
 \end{aligned}$$

מכנה משותף 20.

נקבע את גורמי ההרחבה.

נזכור לשבץ סוגריים.

$$\begin{aligned}
 9) \quad & \frac{4x-6}{x-4} = -1 \quad x \neq 4 \\
 & \frac{1}{4x-6} \cdot \frac{x-4}{x-4} = -1
 \end{aligned}$$

יש לשבץ סוגריים סביב גורם ההרחבה.

$$4x - 6 = -1(x - 4)$$

$$4x - 6 = -x + 4$$

$$x = 2$$

$$11) \quad \frac{3}{3(3x+1)} - \frac{5}{2(2x+1)} = \frac{1}{7x-1}$$

מכנה משותף 15.

נקבע את גורמי ההרחבה.

נזכור לשבץ סוגריים.

$$9(3x + 1) - 10(2x + 1) = 1(7x - 1)$$

$$27x + 9 - 20x - 10 = 7x - 1$$

$$7x - 1 = 7x - 1$$

כל מספר הוא פתרון של המשוואה.

אין הגבלות על תחום ההצבה.

$$1) \frac{3x-1}{x-2} + 6 = \frac{5}{x-2} \quad \text{אין פתרון}$$

$$7) \frac{4x-7}{8} - \frac{5x-6}{4} = \frac{5-9x}{12} \quad \text{אין פתרון}$$

$$2) \frac{x}{3} + \frac{2x}{5} = -11 \quad x = -15$$

$$8) \frac{3x+1}{2} - \frac{11x+1}{14} = \frac{5x+3}{7} \quad \text{כל מספר}$$

$$3) \frac{3}{8} + \frac{10}{x} = 1 \quad x = 16$$

$$9) \frac{4x-4}{x-1} = 4 \quad \text{כל מספר השונה מ-1}$$

$$4) 2(2x-1) + 7x - 2 = 8x + 8 \quad 4$$

$$10) \frac{x+1}{x-4} + \frac{1}{2} = \frac{6}{x-4} \quad x = \frac{14}{3}$$

$$5) \frac{x+6}{2x+5} + \frac{x-1}{2x+5} = 1 \quad \text{כל מספר השונה מ-2.5}$$

$$11) -\frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{2} \quad x = -6$$

$$6) \frac{5x-4}{7} = \frac{4x-3}{6} \quad x = 15$$

$$12) \frac{2x-4}{3} - \frac{6x-7}{8} = \frac{x+5}{4} - \frac{2x-13}{6} \quad \text{אין פתרון}$$

א. למשוואה שאין לה פתרון.

ב. למשוואה שיש לה אינסוף פתרונות.

ג. למשוואה שיש לה פתרון אחד בלבד.

$$1) 2x + 7 = 2x + \underline{\quad\quad\quad}$$

11 , 7 , x

$$3) 3x + 2x + 1 = 1 + \underline{\quad\quad\quad}$$

5x , 5x + 2 , 3x + 4

$$2) 5 + 3x = 5 + \underline{\quad\quad\quad}$$

3x , 5x , 3x + 1

$$4) -3x + \underline{\quad\quad\quad} = 12 - 3x$$

15 , 12 , 4x

$$1) \text{ א. } 2x + 7 = 2x + \underline{11}$$

אין פתרון

$$\text{ב. } 2x + 7 = 2x + \underline{7}$$

כל מספר הוא פתרון

$$\text{ג. } 2x + 7 = 2x + \underline{x}$$

פתרון יחיד

$$(2x + 7 = 3x)$$

$$\boxed{7 = x}$$

$$2) \text{ א. } 5 + 3x = 5 + \underline{3x + 1}$$

אין פתרון

$$(5 + 3x = 6 + 3x)$$

$$\text{ב. } 5 + 3x = 5 + \underline{3x}$$

כל מספר הוא פתרון

$$\text{ג. } 5 + 3x = 5 + \underline{5x}$$

פתרון יחיד

$$(5 + 3x = 5 + 5x)$$

$$(0 = 2x)$$

$$\boxed{x = 0}$$

השלימו את כל אחת מהמשוואות הבאות בשלוש דרכים:

א. השלימו כך שלמשוואה לא יהיה פתרון.

ב. השלימו כך שכל מספר הוא פתרון של המשוואה.

ג. השלימו כך שלמשוואה יהיה פתרון יחיד.

דוגמה: $4a + \underline{\quad} = 4a + \underline{\quad}$

א. $4a + \underline{8} = 4a + \underline{1}$

ב. $4a + \underline{9} = 4a + \underline{9}$

ג. $4a + \underline{2a} = 4a + \underline{8}$

1) $5x + \underline{\quad} = \underline{\quad} + 5x$

2) $3m - \underline{\quad} = 3m - \underline{\quad}$

3) $8p + \underline{\quad} = \underline{\quad} + 1$

4) $14 + \underline{\quad} = 14x + \underline{\quad}$

5) $9x + \underline{\quad} = 9 (\underline{\quad} + \underline{\quad})$

6) $-6p + \underline{\quad} = \underline{\quad} + 5$

7) $a + 3a + a + 9 = \underline{\quad} + 5a$

8) $8x + 7x - 20x + \underline{\quad} = \underline{\quad} + 5$

בשאלה זו ההשלמה איננה מתוך מאגר נתון. כתוצאה מכך יש, בדרך כלל, יותר מאפשרות אחת.

1) $5x + \underline{\quad} = \underline{\quad} + 5x$

א. $5x + 8 = 7 + 5x$

ב. $5x + 8 = 8 + 5x$

ג. $5x + 8 = 2x + 5x$

5) $9x + \underline{\quad} = 9 (\underline{\quad} + \underline{\quad})$

נוח להקדים פתיחת סוגריים. $9x + \underline{\quad} = 9 \cdot \underline{\quad} + 9 \cdot \underline{\quad}$

א. $9x + 9 = 9x + 9 \cdot 2$

ב. $9x + 9 = 9x + 9 \cdot 1$

ג. $9x + 9 = 9x + 9x$

2) $3m - \underline{\quad} = 3m - \underline{\quad}$

א. $3m - 6 = 3m - 2$

ב. $3m - 6 = 3m - 6$

ג. $3m - 6 = 3m - m$

6) $-6p + \underline{\quad} = \underline{\quad} + 5$

א. $-6p + 3 = -6p + 5$

ב. $-6p + 5 = -6p + 5$

ג. $-6p + 3 = -4p + 5$

3) $8p + \underline{\quad} = \underline{\quad} + 1$

א. $8p + 2 = 8p + 1$

ב. $8p + 1 = 8p + 1$

ג. $8p + 2 = 7p + 1$

7) $a + 3a + a + 9 = \underline{\quad} + 5a$

נוח לכנס קודם איברים דומים. $5a + 9 = \underline{\quad} + 5a$

א. $5a + 9 = 8 + 5a$

ב. $5a + 9 = 9 + 5a$

ג. $5a + 9 = a + 5a$

4) $14 + \underline{\quad} = 14x + \underline{\quad}$

א. $14 + 14x = 14x + 7$

ב. $14 + 14x = 14x + 14$

ג. $14 + 14x = 14x + 2x$

8) $8x + 7x - 20x + \underline{\quad} = \underline{\quad} + 5$

נוח לכנס קודם איברים דומים. $-5x + \underline{\quad} = \underline{\quad} + 5$

א. $-5x + 7 = -5x + 5$

ב. $-5x + 7 = -5x + 7$

ג. $-5x + 7 = x + 5$

יש להדגיש כי מותר להשלים מספר או ביטוי אלגברי, או שילוב שלהם. (כפי שמוצג בדוגמה הפתורה ובתרגיל 88).

90. השלימו את המשוואות הבאות כך שיהיה להן פתרון אחד בלבד.

1) $3x + 7 = \underline{\hspace{2cm}} + 7$

3) $3x + \underline{\hspace{2cm}} = 3x + \underline{\hspace{2cm}}$

2) $5x + \underline{\hspace{2cm}} = 9x - 20$

4) $\underline{\hspace{2cm}} + 8 = \underline{\hspace{2cm}} + 8$

ישנה יותר מאפשרות אחת להשלמה מתאימה של המשוואות. לדוגמה:

1) $3x + 7 = \underline{\hspace{2cm}} + 7$

$3x + 7 = \underline{x} + 7$

$3x + 7 = \underline{x} + 7$

כל השלמה שבה המקדמים של x בשני האגפים שונים

3) $3x + \underline{\hspace{2cm}} = 3x + \underline{\hspace{2cm}}$

$3x + \underline{x} = 3x + \underline{8}$

$3x + \underline{3x} = 3x + \underline{8}$

נשלים כך שהמקדמים של x בשני האגפים יהיו שונים

2) $5x + \underline{\hspace{2cm}} = 9x - 20$

$5x + \underline{4} = 9x - 20$

$5x + \underline{3x} = 9x - 20$

4) $\underline{\hspace{2cm}} + 8 = \underline{\hspace{2cm}} + 8$

$\underline{x} + 8 = \underline{2x} + 8$

$\underline{2} + 8 = \underline{x} + 8$

פתרון ($x = 0$)

91. בכל סעיף היעזרו בביטויים הנתונים כדי להשלים את המשוואה למשוואה שאין לה פתרון, למשוואה שיש לה פתרון יחיד, ולמשוואה שכל מספר הוא הפתרון שלה.

1) $2 + \underline{\hspace{2cm}} = 3x + \underline{\hspace{2cm}}$

$3 - 2x$, $5 - 5x$, x

$8 - 2x$, $4 - x$, $6 - 3x$

2) $3 - x + \underline{\hspace{2cm}} = 4x - 3 + \underline{\hspace{2cm}}$

$5x - 7$, -1 , $2x + 8$, $14 - 6x$

$-7x + 5$, $5 - 7x$, $-11x$

1) א. $2 + 8 - 2x = 3x + 5 - 5x$

$10 - 2x = 5 - 2x$

כינוס איברים:

ב. $2 + 3 - 2x = 3x + 5 - 5x$

$5 - 2x = 5 - 2x$

כינוס איברים:

ג. $2 + 5 - 5x = 3x + 4 - x$

$7 - 5x = 2x - 4$

כינוס איברים:

2) א. $3 - x + 14 - 6x = 4x - 3 - 11x$

$-7x + 17 = -7x - 3$

כינוס איברים:

ב. $3 - x + 5x - 7 = 4x - 3 + 5x - 7$

$4x - 4 = 9x - 10$

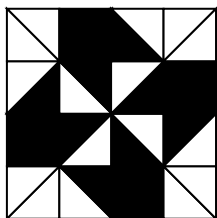
כינוס איברים:

ג. $3 - x + 5x - 7 = 4x - 3 + (-1)$

$4x - 4 = 4x - 4$

כינוס איברים:

מפגש חוזר ואינטגרטיבי – עמוד 172



עמ' 172 1. השטח הכולל של הריבוע שלפניכם הוא 1 מ"ר.

מה השטח של החלק הצבוע בשחור? הסבירו. (0.5 מ"ר)

ניתן להסתכל על הריבוע הגדול כמחולק ל- 16 ריבועים קטנים.

כל אחד מהריבועים הקטנים מחולק לחצאים:

- 4 ריבועים נשארו לבנים (בפינות).
 - 4 ריבועים צבועים בשחור.
 - כל השאר חצי צבוע בשחור וחצי בלבן.
 - 8 ריבועים צבועים חצי בלבן וחצי בשחור.
- לכן חצי משטח הריבוע צבוע בשחור.

חשוב לבקש מהתלמידים להסביר את השיקולים שלהם. ההמללה היא חלק חשוב מהתרגיל.

עמ' 172 2. בכל סעיף, השלימו את המספר החסר במשבצת.

$$1) \quad 8 \cdot \boxed{} - 6 = 2 - 3 \cdot 2 \quad \frac{1}{4}$$

$$3) \quad 6 \cdot \left(\frac{1}{6} + \boxed{} \right) = 4 \cdot 3 \quad 1\frac{5}{6}$$

$$2) \quad 15 \cdot \left(2\frac{1}{5} - \boxed{} \right) = 5 \cdot 3 \quad 1\frac{1}{5}$$

$$4) \quad 7 - 3 \cdot \boxed{} = 7 \quad 0$$

יש לנסות למצוא את המספרים החסרים על ידי שיקול דעת ותובנה מספרית, להתבונן בתרגילים ולנסות לראות מהו המספר שיביא לשוויון.

$$1) \quad 8 \cdot \boxed{} - \frac{6}{6} = 2 - \frac{3 \cdot 2}{6} \quad \frac{1}{4} \text{ לכן המספר החסר הוא } \frac{1}{4}$$

$$3) \quad 6 \cdot \left(\frac{1}{6} + \boxed{} \right) = \frac{4 \cdot 3}{12} \quad 1\frac{5}{6} \text{ לכן המספר החסר הוא } 1\frac{5}{6}$$

$$2) \quad \frac{15 \cdot \left(2\frac{1}{5} - \boxed{} \right)}{15} = \frac{5 \cdot 3}{15} \quad 1\frac{1}{5} \text{ לכן המספר החסר הוא } 1\frac{1}{5}$$

$$\frac{2\frac{1}{5} - 1\frac{1}{5}}{1} = 1$$

$$4) \quad \frac{7}{7} - 3 \cdot \boxed{} = \frac{7}{7} \quad 0 \text{ לכן המספר החסר הוא } 0$$

עמ' 172 3. למיטל שולחן ריבועי ששטחו 4 מ"ר. לאביב שולחן ריבועי שצלעו גדולה פי 2 מצלע השולחן של מיטל.

מה שטח השולחן של אביב? (16 מ"ר)

שטח השולחן הריבועי של מיטל ← 4 מ"ר. לכן הצלע ← 2 מ'. ($2^2 = 2$).

צלע השולחן של אביב ← $2 \cdot 2$ מ'. לכן שטח השולחן ← 4^2 .

יחס הצלעות 1 : 2 ; יחס השטחים 1 : 4.

עמ' 172 4. סידרו את ילדי הקבוצה בשורות. התקבלו שלוש שורות שוות בגודלן ושורה אחת שבה רק שני ילדים. למחרת שוב סידרו את ילדי אותה קבוצה בשורות, אך הפעם בכל שורה היה ילד אחד יותר מאשר בשורה ביום הקודם. התקבלו שתי שורות שוות בגודלן ושורה נוספת שבה רק 3 ילדים.

כמה ילדים בקבוצה? (11)

מספר הילדים בשורה מוגדלת $x + 1$; מספר הילדים בשורה מקורית x
 $x = 3 \leftarrow 3x + 2 = 2(x + 1) + 3$
 בקבוצה $3 \cdot 3 + 2 \leftarrow 11$ ילדים. נבדוק $2 \cdot 4 + 3 \leftarrow 11$ ילדים ✓

5. עמ' 173 חשבו.

1) $1 + (-1)^2 + 1 + (-1)^4 + 1 + (-1)^6 + \dots + 1 + (-1)^{2000} = 2,000$

2) $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{2000} = 0$

6. עמ' 173 במפעל סדרו ארגזי קרטון זה על גבי זה. התקבל מבנה בצורת תיבה שגובהו 6 מטרים, אורכו 10 מטרים, ורוחבו 8 מטרים. יש לכסות את המבנה ביריעה שתגן עליו מפני הגשם. מה שטח היריעה שתכסה בדיוק את המבנה? 296 מ"ר

7. עמ' 173 היחס בין מספר החרוזים האדומים למספר החרוזים הלבנים במחרוזת של דנה הוא 6 : 7. במחרוזת של דנה יש 78 חרוזים. כמה חרוזים מכל צבע יש במחרוזת של דנה? (6 אדומים, 42 לבנים)

קבוצה	מבוגרים	ילדים
1	12	9
2	14	11
3	16	12
4	18	15

8. עמ' 173 הטבלה שלפניכם מתארת את מספר המבוגרים ומספר הילדים בארבע קבוצות מטיילים. א. רון ומשפחתו טיילו בקבוצה שבה היחס בין מספר הילדים למספר המבוגרים הוא 5 : 6. באיזו קבוצה הם טיילו? בקבוצה 4 ב. באילו שתי קבוצות יש אותו יחס בין מספר הילדים למספר המבוגרים? בקבוצות 1 ו-3

9. עמ' 173 מסדרים "לְבָנִים" במבנה ורושמים מספר על כל לבנה לפי חוקיות קבועה. ממשיכים להוסיף למבנה שורות של לבנים.

			1			
		2	3	4		
	5	6	7	8	9	
10	11	12	13	14	15	16

א. מצאו חוקיות ורשמו מה יהיו המספרים הקיצוניים בשורה 10, ומה יהיה המספר האמצעי בשורה זו.
 ב. מה יהיו המספרים הקיצוניים בשורה 20 ומה יהיה המספר האמצעי בשורה זו?

העשרה: משוואות מיוחדות – היבט גרפי – עמוד 174

פעילות 1 – מהי נקודת החיתוך? עמוד 174

אפיון הפעילות: משוואה שאין לה פתרון.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 4.

כאשר נסרטט את הגרפים של שתי

הפונקציות הכתובות בסעיף (ב),

מתקבלים קווים מקבילים. כלומר, לשני

הקווים אין נקודת חיתוך. כלומר, לא קיים

x עבורו לשתי הפונקציות אותו ערך של

y. למשוואה אין פתרון.

הייצוג הגרפי נותן מבט נוסף על

המשמעות של המסקנה: למשוואה אין

פתרון.

הסתכלות על הביטויים האלגבריים בשני

האגפים מביאה למסקנה שלגרפים של

שתי הפונקציות אותו שיפוע. (בשתי

הפונקציות המקדם של x שווה). הגרפים מקבילים ומכאן שאינם נחתכים.

בפונקציה $y_1 = 2x + 2$, ואכן היא חותכת את ציר ה-y בנקודה שבה $y = 2$.

בפונקציה $y_2 = 2x - 5$, היא חותכת את ציר ה-y בנקודה שבה $y = -5$.

פעילות 2 – מהי נקודת החיתוך? עמוד 174

אפיון הפעילות: משוואה שאין לה פתרון.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 4.

בפעילות 2 דוגמה נוספת למשוואה

שאין לה פתרון. לפני סרטוט הגרפים

מומלץ להביא כל אחד מהאגפים לצורה

הפשוטה ביותר שלו. מכינוס האיברים

הדומים בכל אחד מהאגפים ניתן לזהות

מיד שהגרפים של שתי הפונקציות יהיו

ישרים מקבילים. לשתי הפונקציות אותו

שיפוע. השיפוע הוא 4.

(אחרי כינוס כל אחד מהאגפים מתקבל

$4x - 2 = 4x + 2$).

בסוף הפעילות ישנו סיכום של הפעילויות:

אם הגרפים של שתי פונקציות קוויות הם ישרים מקבילים אזי למשוואה שאחד האגפים שלה הוא אחת משתי הפונקציות והאגף

השני הוא הפונקציה השנייה, אין פתרון.

פעילות 1 – מהי נקודת החיתוך?

א. נתונה המשוואה: $2x + 2 = 2x - 5$

פתרו אותה.

כמה פתרונות יש למשוואה זו?

ב. את המשוואה ניתן לבנות משתי הפונקציות הבאות:

(1) $y_1 = 2x + 2$, (2) $y_2 = 2x - 5$

לפניכם הגרפים של שתי הפונקציות.

קְתַאֲיֵמוּ לְכָל גֵּרָף אֶת הַפּוֹנְקְצִיָּה הַמְתַאֲיָמָה.

ג. האם לגרפים של שתי פונקציות אלו יש נקודת חיתוך? הסבירו.

ד. הסבירו מה הקשר בין מה שמצאתם בסעיף א לבין מה שמצאתם בסעיף ג.

ה. מיכל אומר:

מהייצוג האלגברי של שתי הפונקציות ברור שהגרפים של הפונקציות אינם נחתכים.

לשתי הפונקציות יש אותו שיפוע ($m = 2$). לכן, הגרפים שלהן הם ישרים מקבילים.

פעילות 2 – מהי נקודת החיתוך?

א. נתונה המשוואה: $-3x + 7x - 2 = 6x - 2x - 5 + 7$

פתרו אותה.

כמה פתרונות יש למשוואה זו?

ב. כנסו בכל אגף איברים דומים ורשמו שתי פונקציות מהן ניתן לבנות את המשוואה.

ג. סרטטו את הגרפים של הפונקציות במערכת צירים אחת.

ד. האם לגרפים של פונקציות אלו יש נקודת חיתוך? הסבירו.

ה. הסבירו מה הקשר בין מה שמצאתם בסעיף א לבין מה שמצאתם בסעיף ד.

פעילות 3 – מהי נקודת החיתוך עמוד 175

אפיון הפעילות: משוואה שכל מספר הוא פתרון שלה.

תרגילים מתאימים: אחרי פעילות 4.

א. פתרון אלגברי של המשוואה יראה שכל מספר הוא פתרון שלה, מתקבלים שני אגפים זהים זה לזה: $3x - 3 = 3x - 3$.

כל מספר שנציב במקום x ייתן שוויון בין האגפים. ($0 = 0$).

ב. שתי הפונקציות הן $y_1 = 3x - 3$; $y_2 = 3x - 3$. מתקבלת הרגשה מוזרה. למעשה יש לסרטט, את אותה הפונקציה

פעמיים, גרף אחד יכסה לחלוטין את הגרף השני. אם לא היינו מפשטים את האגפים אלא בונים פונקציות מהביטויים האלגבריים הנתונים ייתכן והיה לוקח זמן רב יותר להרגיש זאת.

המסקנה היא שהייצוג הגרפי של משוואה שכל מספר הוא פתרון שלה הוא שני גרפים מתלכדים:

הגרף של אגף שמאל זהה לגרף של אגף ימין.

פעילות 3 – מהי נקודת החיתוך?

א. נתונה המשוואה: $3x - 3 = 6x - 3x - 4 + 1$

פתרו את המשוואה.

כמה פתרונות יש למשוואה זו?

ב. כנסו בכל אגף איברים דומים ורשמו שתי פונקציות מהן ניתן לבנות את המשוואה.

ג. סרטטו את הגרפים של שתי הפונקציות במערכת צירים אחת.

ד. הסבירו מהו הקשר בין מה שמצאתם בסעיף א לבין מה שמצאתם בסעיף ג.

פעילות 4 – $-5x - 6 = -5x - 6$ עמוד 175

אפיון הפעילות: משוואה ממעלה ראשונה שכל מספר הוא פתרון שלה.

תרגילים מתאימים: תרגילים 1 – 3, עמוד 176.

דוגמה נוספת לביטוי הגרפי של פונקציה ממעלה ראשונה שכל מספר הוא פתרון שלה. אם נבנה שתי פונקציות קוויות, שהייצוג האלגברי של כל אחת מהן הוא אחד האגפים של המשוואה, הרי שהגרפים של שתי פונקציות אלו יתלכדו. למעשה זו אותה הפונקציה. המשמעות הגרפית של קבוצת הפתרונות, והחפיפה של שני הגרפים הם מושגים מופשטים במידה רבה.

ההבנה שזו למעשה "אותה הגברת בשינוי אדרת" נראית לחלק מהתלמידים כאילו אקרויטיקה מתמטית לשמה. ראיית השלמות הנובעת מטיפול בכל המצבים השונים והראייה שהייצוגים האלגבריים והגרפים נתונים תשובות למצבים שונים אלו דורשת בגרות מתמטית מסוימת. החשיפה בשלב זה צריכה, לדעתנו, להיות בחזקת חשיפה ראשונית לסוג חשיבה זה. לאורך הלימודים מזדמנים מצבים נוספים המתייחסים לאותו הרעיון והתמונה הולכת ומתגבשת. גם אם בשלב זה הלימוד תראה טכנית לחלוטין, הרי שהמכלול אליו יחשפו במהלך הלימודים יבנה נדבך נוסף בתפישה המתמטית של התלמידים.

פעילות 4 – פתרון המשוואה $-5x - 6 = -5x - 6$

א. נתונה המשוואה: $-12x + 7x - 9 + 3 = x + 5 - 6x - 11$

פתרו את המשוואה.

כמה פתרונות יש למשוואה זו?

ב. כנסו בכל אגף איברים דומים ורשמו את שתי הפונקציות מהן ניתן לבנות את המשוואה.

ג. סרטטו את הגרפים של שתי הפונקציות במערכת צירים אחת.

ד. הסבירו מהו הקשר בין מה שמצאתם בסעיף א לבין מה שמצאתם בסעיף ג.

תרגילים מתאימים
עמוד 176
3 – 1

פתרון גרפי של משוואה ממעלה ראשונה בנעלם אחד

- א. מפשטים כל אחד מאגפי המשוואה.
- ב. מייצגים כל אחד מהאגפים כפונקציה קווית.
- ג. מסרטטים את הגרפים של שתי הפונקציות באותה מערכת צירים.
- ד. הגרפים נחתכים – **שיעור ה- x** של נקודת החיתוך הוא **הפתרון** של המשוואה.
 הגרפים מקבילים – **אין פתרון** למשוואה.
 הגרפים מתלכדים – **כל מספר** הוא פתרון של המשוואה.

תרגילים

1. עמ' 176 פתרו את המשוואה $-2x + 3 = -2x + 3$.
 סרטטו את הגרפים של שתי הפונקציות $y_1 = -2x + 3$, $y_2 = -2x + 3$ באותה מערכת צירים.
 הסבירו באמצעות הסרטוט של הגרפים את הפתרון שקיבלתם.
 2. עמ' 176 פתרו בדרך גרפית את המשוואה: $-2x + 3 = -2x + 1$.
 3. עמ' 176 פתרו כל אחת מהמשוואות הבאות בדרך גרפית.
- | | |
|----------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $3x + 8 = 2(x + 7)$ | 6) $57x - 17 = 39x - 89$ |
| 2) $42x + 31 = 14x - 165$ | 7) $5.5x + 2.5x - 4 = 8x + 9 - 13$ |
| 3) $-3x + 2x + 56 + 3 = -x - 59$ | 8) $-7x - 15 = -2.5x - 4.5x + 17$ |
| 4) $9(2x - 1) = 12x + 33$ | 9) $-0.5x - 0.5x - 15 = -1.5(x - 8)$ |
| 5) $3x = 8x$ | 10) $-2(x + 3) + 1 = 7(1 - x) + 2$ |

- א. מומלץ להביא כל אגף לצורה המצומצמת ביותר ורק לאחר מכן לבנות את הפונקציות, לסרטט, ולפתור אלגברית בשלב זה, כבר אחרי שלב הצמצום, התלמידים יכולים לזהות לאיזו קבוצה שייכל כל אחת מהמשוואות.
- ב. שיעורי ה- x של נקודות החיתוך:

1) $3x + 8 = 2(x + 7)$

$3x + 8 = 2x + 14$

$x = 6$

נקודת חיתוך אחת. הגרפים אינם קווים מקבילים ואינם מתלכדים.

2) $42x + 31 = 14x - 165$

$x = 7$

נקודת חיתוך אחת. הגרפים אינם קווים מקבילים ואינם מתלכדים.

3) $-3x + 2x + 56 + 3 = -x - 59$

$$-x + 59 = -x - 5$$

אין נקודת חיתוך. הגרפים הם קווים מקבילים. ($m = -1$)

$$5) \quad 3x = 8x \quad / -3x$$

$$0 = 5x \quad / :5$$

$$\frac{0}{5} = x$$

$$x = 0$$

נקודת חיתוך אחת.

$$10) \quad -2(x + 3) + 1 = 7(1 - x) + 2$$

$$-2x - 6 + 1 = 7 - 7x + 2$$


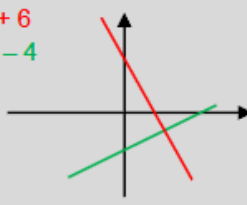
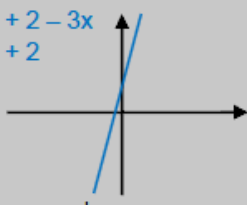
$$-2x - 5 = -7x + 5$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

נקודת חיתוך אחת. הגרפים אינם מקבילים.

בעמוד 176 ישנה פריסה של שלושת המצבים האפשריים, והקשר בין הפתרון של המשוואה לבין הייצוג הגרפי של שתי הפונקציות הקוויות שהייצוג האלגברי של כל אחת מהן הוא אחד מהאגפים של המשוואה.

אין נקודות חיתוך	אין פתרון
$y_1 = 2x + 1$ $y_2 = 2x - 4$  <p>הישרים מקבילים</p>	<p>דוגמה: $2x + 1 = 2x - 4 \quad / -2x$ $0x = -5$</p> <p>אין פתרון. אין מספר שאם נציב אותו במשוואה יתקבל שוויון בין שני האגפים.</p>
נקודת חיתוך אחת	פתרון אחד
$y_1 = -2x + 6$ $y_2 = 0.5x - 4$  <p>הישרים נחתכים</p>	<p>דוגמה: $-2x + 6 = 0.5x - 4$ $-2.5x = -10$ $x = 4$</p>
כל הנקודות משותפות	כל מספר הוא פתרון
$y_1 = 7x + 2 - 3x$ $y_2 = 4x + 2$  <p>הישרים מתלכדים</p>	<p>דוגמה: $7x + 2 - 3x = 4x + 2$ $4x + 2 = 4x + 2$ $0x = 0$</p> <p>עבור כל מספר שנציב במשוואה במקום x יתקבל שוויון בין שני האגפים. כל מספר הוא פתרון של המשוואה. למשוואה יש אינסוף פתרונות.</p>