

המשתנה וביטויים אלגבריים – עמוד 20

ביטויים אלגבריים בהם פעולה אחת

בעמוד זה מתחיל סבב נוסף של פעילויות למציאת חוקיות והכללת דפוסים. בסבב הקודם נפגשו התלמידים עם סדרות של מספרים, וסדרות של ציורים ("מבנים") שניבנו על סמך חוקיות קבועה. כפי שנכתב במבוא לפרק הראשון (בעמוד 3 של המדריך) הנטייה של התלמידים היא להסתכלות רקורסיבית. בהסתכלות רקורסיבית אנו מקשרים בין האיבר n בסדרה a_n , לאיבר הקודם לו a_{n-1} . בשונה מהסתכלות "לפי מקום" המקשרת בין n ל- $a(n)$. למשל, בפעילות 2 בעמוד 4, כדי למצוא את מספר הקיסמים בעץ 33, בהסתכלות רקורסיבית: מוסיפים 2 קיסמים למספר הקיסמים בעץ 32 (העץ הקודם לו). בהסתכלות "לפי מקום" אנו אומרים כי בעץ 33 יש 2 ועוד 2×33 קיסמים (2 קיסמים חומים ועוד 2 כפול מספר העץ קיסמים ירוקים). המעבר מהכללה רקורסיבית להכללה פונקציונאלית (הכללה לפי מקום) אינו ספונטני. למרבית התלמידים דרושה התערבות ישירה של המורה לאורך זמן. למעשה זהו שלב שבו עלולים להיווצר בכיתה פערים ויש, לכן, לנסות ולאתר את התלמידים המתקשים יותר ולעבוד איתם במידת האפשר על הפעילויות ועל התרגילים. בפרק זה אנו חוזרים על חלק מפעילויות הכללה שניתנו בסבב הראשון ועוסקים בפעילויות הכללה נוספות. בפרק זה מכוונים את התלמידים להסתכלות על הסדרה מנקודת מבט שעוזרת לראות את ה"דפוס" לפיו בנויה הסדרה. ראייה זו עוזרת להגיע להכללה "לפי מקום". תחילה עוסקים בפעילויות בהן ההכללה היא ביטוי בסיסי – ביטוי שבו פעולת חשבון אחת בלבד. למשל, ביטוי מהצורה $a \cdot n$ או ביטוי מהצורה $n + a$ (או $a + n$). בשלב הבא מופיעות פעילויות להן מתאים ביטוי שבו יותר מפעולת חשבון אחת, למשל, $a + b \cdot n$. כדי לזהות את הדפוס לפיו בנויה הסדרה מתרגמים תחילה את ההקשר לביטויים חשבוניים ואז, מזהים את המרכיבים הקבועים בכל סדרה של ביטויים (מספרים קבועים, פעולות קבועות), ואת המרכיב המשתנה מביטוי לביטוי. הסתכלות זו תוביל להגדרת מושג המשתנה.

השלבים:

- מציאת חוקיות והכללה בסדרות של "מבנים" וביטויים כאשר ממקדים את הסתכלות התלמיד על הדפוס הקבוע, תוך שימוש באמצעים ויזואליים [לדוגמה, צביעת העיגולים בכרטיסיה (בעמוד 20) בשני צבעים וצביעת המספרים בביטוי בהתאמה, צביעת הקוביות במבנים (פעילות 8, בעמוד 21) בשני צבעים ובהתאם את המספרים בביטוי, ועוד].
- הצגת דרך ארגון הנתונים בטבלה.
- שימוש ראשוני באות תוך הצגה של מושג המשתנה כמייצג את המספר המשתנה בטבלה..
- התנסות ראשונית בכתיבת ביטויים אלגבריים מתאימים לביטויים מילוליים.
- מציאת קשר בין זוגות מספרים המוצגים בטבלה.
- הצגת המושגים משתנה וביטוי אלגברי.
- תרגום ביטויים מילוליים.
- ביטויים בהם יותר מפעולה אחת.
- הצבות.

ביטויים שווים, פישוט וכינוס איברים דומים נלמדים החל מעמוד 92, אחרי לימוד הנושא – חוקי הפעולות

פעילות 7 – כרטיסיות מקושטות: ביטוי אלגברי. עמוד 20.

הביטוי האלגברי: $a + n$

אפיון: הכללה של סדרת מבנים

לביטוי אלגברי מהצורה $a + n$.

תרגילים מתאימים:

47, 54 - עמודים 30 - 32.

הפעילות מוכרת לתלמידים

מעמוד 3. בפעילות 3, בעמוד

3, התלמידים מצאו חוקיות

וניסחו אותה במילים. סביר

להניח שההכללה השכיחה

שניתנה הייתה ההכללה

הרקורסיבית. לדוגמה, "בכל

כרטיסיה יש מדבקה אחת יותר

מאשר בכרטיסיה הקודמת".

ההסתכלות הרקורסיבית הצפויה

הכתיבה את אופי השאלות

שנידונו בפעילויות. כגון,

בכרטיסיה 28 יש 30

מדבקות כמה מדבקות יש

בכרטיסיה 29 וכדומה.

החל מפעילות 7, מעודדים את

התלמידים להסתכלות המובילה

להכללה לפי מקום. שימוש

בצבעים בסדרת הכרטיסיות

מכוון הסתכלות לשתי המדבקות

האדומות המופיעות בכל

כרטיסיה ועוד מדבקות ירוקות

המופיעות במספר משתנה,

כלומר לביטוי מהצורה $2 + n$. בטבלה יש שימוש באותם צבעים המופיעים בסרטוט. יש לוודא שהתלמידים רואים את

הקשר בין סדרת הביטויים בטבלה, בין המספרים ובין סדרת הסרטוטים, ורואים בכל עמודה את הקשר בין המספר

הירוק (מספר הכרטיסיה) שבעמודה השמאלית לבין המספר **האדום** בביטוי שבעמודה השנייה (המתאר את מספר

הנקודות האדומות באותה כרטיסיה). למשל, בביטוי המתאים לכרטיסיה השלישית $2+3$, מה מבטא המספר 2? (2)

מדבקות אדומות). מה מבטא המספר 3? (מספר הכרטיסיה / 3 מדבקות ירוקות). מה מבטא הביטוי $2+3$?

(בכרטיסיה מספר 3 יש 2 מדבקות אדומות ועודה 3 המדבקות ירוקות). חשוב להמליל ולומר כי מספר המדבקות

בכרטיסיה שווה ל-2 ועוד מספר הכרטיסיה.

בסיום הדיון יש להדגיש כי בפעילות זו אנו מוצאים את הקשר בין מספר הכרטיסיה (המסומן ב- n) ומספר הנקודות

בכרטיסיה.

בשלב זה יש שימוש ראשוני באות כמייצגת את המספר המשתנה בין סדרת הביטויים.

המשתנה וביטויים אלגבריים

בפרק קודם למדנו למצוא חוקיות בסדרות ולתאר אותה במילים.

בפרק זה נלמד לנסח בשפת האלגברה את החוקיות שמצאנו.

ביטויים אלגבריים בהם פעולה אחת

פעילות 7 – כרטיסיות מקושטות: ביטוי אלגברי

נועה ומיכל מכינות סדרה של 40 כרטיסיות ומקשטת אותן לפי חוקיות קבועה. כמה מדבקות על כרטיסיה?

כדי לענות על שאלה זו, נבנה טבלה המתארת את הקשר בין מספר המדבקות למספר הכרטיסיה.

כרטיסיה 1: 2 אדומות, 1 ירוקה.
כרטיסיה 2: 2 אדומות, 2 ירוקות.
כרטיסיה 3: 2 אדומות, 3 ירוקות.

א. השלימו את הטבלה.
ב. נסחו במילים את הקשר, בין מספר המדבקות שעל הכרטיסיה לבין מספר הכרטיסיה.

נועה אומרת:
(מספר המדבקות) שווה (2 ועוד מספר הכרטיסיה)

מספר הכרטיסיה	מספר הביטוי למספר המדבקות
1	$2 + 1$
2	$2 + 2$
3	$2 + 3$
4	$2 + 4$
5	
6	
7	
8	
n	$2 + n$

את המספר המשתנה נסמן ב- n :
נכתוב:

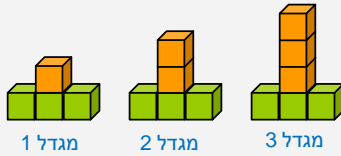
א. כמה מדבקות יש בכרטיסיה 24?
נעזר בביטוי: $2 + n$
נ במקרה זה הוא 24.
במקום n נכתוב 24.
על כרטיסיה 24 יש 26 מדבקות.

ד. כמה מדבקות יש בכרטיסיה 35?
נעזר בביטוי: $2 + n$
נ במקרה זה הוא 35.
במקום n נכתוב 35.
על כרטיסיה 35 יש 37 מדבקות.

פעילות 8 – בונים מגדלים: ביטוי אלגברי. עמוד 21.

הביטוי האלגברי: $a + n$

פעילות 8 – בונים מגדלים: ביטוי אלגברי

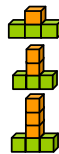


מגדל 1 מגדל 2 מגדל 3

ילדי הגן בונים מגדלים מקוביות.
כל ילד קיבל "בסיסים" של 3 קוביות ירוקות,
עליהם בנה סדרת מגדלים מקוביות כתומות.
כמה קוביות במגדל?

כדי לענות על שאלה זו, נבנה טבלה המתארת את
הקשר בין מספר הקוביות במגדל למספר המגדל.

מספר המגדל	ביטוי למספר הקוביות
1	$3 + 1$
2	$3 + 2$
3	$3 + 3$
4	$3 + 4$
5	
6	
7	
8	
n	$3 + n$



מגדל 1: 3 ירוקות, 1 כתומה.
מגדל 2: 3 ירוקות, 2 כתומות.
מגדל 3: 3 ירוקות, 3 כתומות.

- א. השלימו את הטבלה.
ב. נסחו במילים את הקשר,
בין מספר הקוביות במגדל לבין מספר המגדל.

איתן אומר:

(מספר הקוביות) שווה (3 ועוד מספר המגדל)

$$(מספר הקוביות) = 3 + (מספר המגדל)$$

מספר הקוביות = מספר קבוע + פעולת חשבון מספר משתנה

$$3 + n$$

את המספר המשתנה
נסמן ב- n :

$$4 + 3 \text{ שווה ל- } 3 + 4$$

$$n + 3 \text{ שווה ל- } 3 + n$$

$$n + 3 \text{ או } 3 + n$$

נכתוב:

ממשיכים לבנות מגדלים לפי אותה חוקיות,
היעזרו בביטוי למספר הקוביות ומצאו:

- ד. כמה קוביות יהיו במגדל 29? (32)
ה. כמה קוביות יהיו במגדל 100? (103)

ג. כמה קוביות יש במגדל 17?

ניעזר בביטוי:
 $3 + n$ במקרה זה הוא 17.
במקום n נכתוב 17.
מגדל 17 בנוי מ- 20 קוביות.

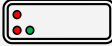
אפיון: הכללה של סדרת מבנים לביטוי אלגברי מהצורה $a + n$.

תרגילים מתאימים: 47, 49 - 54. עמודים 30 - 32.


הדיון, ההדגשים, ההיעזרות בצבעים כתמיכה ויזואלית, דומים לאלו שבפעילות 7.

פעילות 9 – הדרך של מיכל והדרך של נועה. עמוד 22.


פעילות 9 – הדרך של מיכל והדרך של נועה



כרטיסיה 1



כרטיסיה 2



כרטיסיה 3


נתבונן בשלוש הכרטיסיות הראשונות מסדרת הכרטיסיות מפעילויות 1 ו-7. מהי החוקיות לפיה הכרטיסיות מקושטות?

מיכל הציעה את החוקיות הבאה:
בכל כרטיסיה מדבקה אחת יותר מאשר בכרטיסיה הקודמת.


נועה הציעה את החוקיות הבאה:
בכל כרטיסיה: 2 מדבקות אדומות ומספר משתנה של מדבקות ירוקות. מספר המדבקות הירוקות הוא כמספר הכרטיסיה.

את החוקיות שנועה מצאה ניסחנו גם בשפת האלגברה:
 מספר המדבקות הוא $2 + n$. n הוא מספר הכרטיסיה.


- על כרטיסיה 67 יש 69 מדבקות. מה מספר המדבקות על כרטיסיה 68? באיזו דרך תבחרו לענות על השאלה? בדרך של מיכל או בדרך של נועה? הסבירו.
- מה מספר המדבקות על כרטיסיה 124? באיזו דרך תבחרו לענות על השאלה? בדרך של מיכל או בדרך של נועה? הסבירו.



מגדל 1



מגדל 2



מגדל 3

נתבונן בשלושת המגדלים הראשונים מסדרת המגדלים מפעילות 8. מה החוקיות לפיה נבנית סדרת המגדלים?

רענן הציע את החוקיות הבאה:
בכל מגדל קובייה אחת יותר מאשר במגדל הקודם.

איתן הציעה את החוקיות הבאה:
מספר הקוביות במגדל: 3 ועוד מספר המגדל.

את החוקיות שאיתן מצא ניסחנו גם בשפת האלגברה:
 מספר הקוביות הוא $3 + n$. n הוא מספר המגדל.

- נתון כי מספר הקוביות במגדל 109 הוא 112. כמה קוביות במגדל 110? באיזו דרך תבחרו לענות על השאלה? בדרך של רענן או בדרך של איתן? הסבירו.
- כמה קוביות במגדל 185? באיזו דרך תבחרו לענות על השאלה? בדרך של רענן או בדרך של איתן? הסבירו.

בדרך של רענן, על מנת למצוא כמה קוביות במקום ה-185 בסדרה, עלינו לדעת תחילה כמה קוביות יש במקום ה-184 בסדרה.

בדרך של איתן ניתן למצוא ישירות את מספר הקוביות במקום ה-185.

יש לכתוב 185 במקום n בביטוי $3 + n$ ולחשב.

אפיון: דיון מפורש בהבדלים בין ההכללה הרקורסיבית להכללה על פי מקום.

אחרי הצגת שתי הדרכים, במקרה של הכרטיסיות המקושטות, מופיע דיון שתפקידו לחדד את ההבדל בין ההסתכלות הרקורסיבית להסתכלות על פי מקום. אם אנו יודעים שמספר המדבקות על כרטיסיה 67 הוא 69, ומטרתנו למצוא את מספר המדבקות על כרטיסיה 68, וודאי שכדאי פשוט להוסיף 1 ל-69 ולקבל את המספר המבוקש. ההכללה הרקורסיבית פשוטה ונוחה. אבל אם ברצוננו למצוא ישירות את מספר הנקודות על כרטיסיה כלשהי הרי שההכללה על פי מקום נוחה יותר. אין צורך למצוא את כל האיברים הנמצאים לפני האיבר בו אנו מעוניינים.

בשלב זה אין עדיין שימוש במונח – ביטוי אלגברי, ולא במונח – הצבה.

פעילות 10 – דני ואחותו: ביטוי אלגברי. עמוד 23.

הביטוי האלגברי: $a + n$

פעילות 10 – דני ואחותו: ביטוי אלגברי

דני מבוגר מאחותו שירה ב- 6 שנים.
 כאשר שירה היתה בת 4 שנים דני היה בן $4 + 6$ שנים.
 כאשר שירה היתה בת 5 שנים דני היה בן $5 + 6$ שנים.

נבנה טבלה המתארת את הקשר בין הגיל של דני לגיל של שירה.

הגיל של שירה	ביטוי לגיל של דני
1	$1 + 6$
2	$2 + 6$
3	$3 + 6$
4	$4 + 6$
5	
6	
7	
8	
n	$n + 6$

1: שירה בת
 2: שירה בת
 3: שירה בת

א. השלימו את הטבלה.
 ב. נסחו במילים את הקשר, בין הגיל של דני לבין הגיל של שירה.

תמר אומרת:
 (הגיל של דני) שווה (הגיל של שירה) ועוד 6

הוא הגיל של שירה.

את המספר המשתנה נסמן ב- n .

נכתוב: $n + 6$ או $6 + n$

היעזרו בביטוי לגיל של דני ומצאו:

ג. בן כמה יהיה דני כאשר שירה תהיה בת 21?
 ניעזר בביטוי: $n + 6$
 במקום n נכתוב 21.
 כאשר שירה תהיה בת 21 דני יהיה בן 27.

ד. בן כמה יהיה דני כאשר שירה תהיה בת 15? (21)
 ה. בן כמה יהיה דני כאשר שירה תהיה בת 40? (46)

אפיון: מעבר מהקשר מילולי לביטוי אלגברי מהצורה $a + n$.
תרגילים מתאימים: 47, 49 - 54. עמודים 30 - 32.

בפעילות זו מוצג הקשר מילולי שהתרגום שלו לביטוי אלגברי ייתן ביטוי מהצורה $n + 6$. הדרך שבה אנו מתקדמים כדי להגיע לביטוי האלגברי המתאים היא, כמו במקרים הקודמים, דרך "תהליכית": בונים טבלה לתוכה מוצבים מספר דוגמאות מספריות, בעזרתן מתקבלת סדרה של ביטויים שבה ניתן לזהות דפוס קבוע, כפי שעשינו בפעילויות 7 ו- 8 בעמודים 20 - 21. הנתונים מוצגים בטבלה, תוך הבליטה, בעזרת צבעים, של המרכיבים הקבועים בסדרת הביטויים והמספר המשתנה. יש לוודא שהתלמידים רואים בכל עמודה בטבלה את הקשר בין המספר בעמודה השמאלית (הגיל של שירה) לבין המספר ה"רוק" בביטוי בעמודה השנייה (המתאר את הפרש הקבוע בין הגילים שלהם). הביטוי המתקבל מההכללה, $n + 6$, תאר את הגיל של דני.

בסעיף ג יש שימוש אינטואיטיבי ב"הצבה" בביטוי אלגברי. הקניה שיטתית נערכת בהמשך, בעמוד 92.

פעילות 11 – מבנים מעיגולים: ביטוי אלגברי. עמוד 24.

הביטוי האלגברי: $a \cdot n$

פעילות 11 – מבנים מעיגולים: ביטוי אלגברי

בונים מבנים מעיגולים לפי חוקיות קבועה.
כמה עיגולים במבנה n ?

מבנה 1 מבנה 2 מבנה 3 מבנה 4

מספר המבנה	ביטוי למספר העיגולים
1	$1 \cdot 4$
2	$2 \cdot 4$
3	$3 \cdot 4$
4	$4 \cdot 4$
5	
6	
7	
8	
	$n \cdot 4$

כדי למצוא ביטוי למספר העיגולים במבנה, נבנה טבלה המתארת את הקשר בין מספר העיגולים במבנה למספר המבנה.

מבנה 1: 1 טור של 4 עיגולים.
מבנה 2: 2 טורים של 4 עיגולים.
מבנה 3: 3 טורים של 4 עיגולים.

א. השלימו את הטבלה.
ב. נסחו במילים את הקשר, בין מספר העיגולים במבנה לבין מספר המבנה.

רענן אומר:
(מספר העיגולים) שווה (מספר המבנה כפול 4)

n הוא מספר המבנה.

את המספר המשתנה נסמן ב- n :

נכתוב:

מספר העיגולים = מספר המבנה \cdot 4

מספר העיגולים = מספר משתנה \cdot פעולת חשבון קבוע

$n \cdot 4$ או $4 \cdot n$

שווה ל- $4 \cdot 3$ שווה ל- $3 \cdot 4$
שווה ל- $4 \cdot n$ שווה ל- $n \cdot 4$

ממשיכים לבנות לפי אותה חוקיות.
היעזרו בביטוי למספר העיגולים ומצאו:

ד. כמה עיגולים יש במבנה 25 ? 100
ה. כמה עיגולים יש במבנה 100 ? 400

ג. כמה עיגולים יש במבנה 12 ?
יעזר בביטוי:
 $n \cdot 4$
במקרה זה הוא 12.
במקום n נכתוב 12.
במבנה 12 יש 48 עיגולים.

אפיון: הכללה של סדרת מבנים לביטוי אלגברי מהצורה $a \cdot n$.

תרגילים מתאימים: 55 – 58. עמודים 33 – 34.

סדרת העיגולים מציגה מבנה כפלי פשוט מהצורה $n \cdot 4$.

שימוש בצבעים, בסדרת התרגילים, מכון את ההסתכלות לארבעת העיגולים המרכיבים כל אחת מהעמודות במבנה, ולמספר המשתנה של העמודות. כלומר לביטוי מהצורה $n \cdot 4$.

יש לוודא שהתלמידים רואים את הקשר בין סדרת הביטויים בטבלה, בין המספרים, ובין סדרת הסרטונים, ורואים בכל שורה בטבלה את הקשר בין המספר **האדום** (מספר המבנה) שבעמודה השמאלית לבין המספר **הירוק** בביטוי שבעמודה השנייה (המתאר את מספר העיגולים בכל עמודה במבנה).

למשל, בביטוי המתאים למבנה השלישי $3 \cdot 4$, מה מבטא המספר 4? (4 עיגולים בכל עמודה במבנה). מה מבטא המספר 3? (מספר העמודות במבנה / מבנה מספר 3). מה מבטא הביטוי $3 \cdot 4$? (במבנה מספר 3 יש 3 עמודות שבכל אחת מהן 4 עיגולים). חשוב להמליץ ולומר כי מספר העיגולים במבנה שווה ל- מספר המבנה כפול 4. בסיום הדיון יש להדגיש כי בפעילות זו אנו מוצאים את הקשר בין מספר המבנה (המסומן ב- n) ומספר העיגולים במבנה.

פעילות 12 – רכיבה על אופניים: ביטוי אלגברי. עמוד 25.

הביטוי האלגברי: $a \cdot n$

פעילות 12 – רכיבה על אופניים: ביטוי אלגברי

דנה רוכבת על אופניים במהירות קבועה של 12 ק"מ בשעה.

איזה מרחק היא עוברת במשך t שעות?

כדי לענות על שאלה זו נבדוק מספר מקרים.

א. נכתוב ביטוי למרחק שדנה עוברת:

(1) ב- 2 שעות של רכיבה. (3) ב- $4\frac{1}{2}$ שעות של רכיבה.
 (2) ב- 3 שעות של רכיבה. (4) ב- $\frac{1}{2}$ שעה של רכיבה.

נבנה טבלה המתארת את הקשר בין המרחק שדנה עוברת לזמן הרכיבה.

ב. השלימו את הטבלה.

זמן הרכיבה בשעות	ביטוי למרחק שדנה עברה
1	$1 \cdot 12$
2	$2 \cdot 12$
3	$3 \cdot 12$
4	$4 \cdot 12$
5	
6	
7	
8	
t	$t \cdot 12$

ג. נסחו במילים את הקשר, בין מרחק הרכיבה לבין מספר שעות הרכיבה.

דנה אומרת: מרחק הרכיבה שווה זמן הרכיבה כפול 12

t הוא זמן הרכיבה.

$12 \cdot t$ = (מרחק הרכיבה) = (זמן הרכיבה) \cdot 12

מספר פעולת חשבון מספר משתנה

מרחק הרכיבה

את המספר המשתנה נסמן ב- t :

$12 \cdot t$ או $t \cdot 12$ נכתוב:

ד. היעזרו בביטוי למרחק הרכיבה ומצאו את המרחק שעברה כעבור:

(1) 4 שעות. 48 (3) 7 שעות. 84
 (2) 5 שעות. 60 (4) $\frac{3}{4}$ שעה. 9

אפיון: מעבר מהקשר מילולי לביטוי אלגברי מהצורה $a \cdot n$

תרגילים מתאימים: 59 - 65. עמודים 35 – 36.

בפעילות זו מוצג הקשר מילולי שהתרגום שלו לביטוי אלגברי הוא ביטוי מהצורה $t \cdot 12$.

גם בפעילות זו הדרך שבה אנו משתמשים כדי להגיע לביטוי האלגברי המתאים היא דרך "תהליכית":

רצוי להזכיר בכיתה, לפי הצורך, את הקשר בין מהירות (קבועה), זמן, ודרך. סעיף א מהווה מסגרת מתאימה לתזכורת זו.

בסעיף א ניתנות מספר דוגמאות מספריות בעזרתן מתקבלת סדרה שבה ניתן לזהות דפוס קבוע.

בסעיף ב הנתונים מוצגים בטבלה, תוך הבחנה של המרכיבים הקבועים בסדרת הביטויים, והמספר המשתנה.

יש לוודא שהתלמידים רואים בכל עמודה בטבלה את הקשר בין המספר בעמודה השמאלית (זמן הרכיבה) לבין המספר

הביטוי הכתוב בעמודה השנייה של אותה שורה (הביטוי המתאר את המרחק). חשוב להמליץ: המרחק שעברה דנה

במהלך מספר שעות של רכיבה שווה למספר שעות הרכיבה כפול 12.

בסעיף ד יש התנסות בהצבה מבלי להשתמש עדיין במונח המקובל.

פעילות 13 – לקראת הבחירות העירוניות: ביטוי אלגברי. עמוד 25.

הביטוי האלגברי: n:a

אבן דרך

למדנו לתאר חוקיות על-ידי ביטוי אלגברי.

פעילות 13 – לקראת הבחירות העירוניות: ביטוי אלגברי

לקראת הבחירות העירוניות החליטו במטה המפלגה להתקשר לכל אחד מחבריה. בעיר יש 7,560 חברי מפלגה רשומים. ראש מטה הבחירות הציע לחלק את ביצוע השיחות שווה בשווה בין המתנדבים. כמה שיחות יבצע כל אחד מהמתנדבים?

התשובה לשאלה "כמה שיחות יבצע כל אחד מהמתנדבים?" תלויה במספר המתנדבים. נבנה טבלה המתארת את הקשר בין מספר השיחות שיבצע מתנדב לבין מספר המתנדבים.

מספר המתנדבים	ביטוי למספר השיחות למתנדב
1	1 : 7,560
2	2 : 7,560
3	3 : 7,560
4	4 : 7,560
5	
6	
7	
8	
n	n : 7,560

1 מתנדב:
2 מתנדבים:
3 מתנדבים:

א. השלימו את הטבלה.
ב. נסחו במילים את הקשר, בין מספר שיחות הטלפון שיבצע מתנדב לבין מספר המתנדבים.
מתן אומר:
מספר שיחות הטלפון למתנדב שווה 7,560 מחולק במספר המתנדבים.

(מספר המתנדבים) : 7,560 = (מספר השיחות)

מספר משתנה = מספר קבוע

מספר השיחות

את המספר המשתנה נסמן ב-n:

נכתוב: $7,560 : n$

מה תהיה תשובתכם כאשר המנה איננה מספר שלם?

ג. כמה שיחות טלפון יבצע מתנדב אם יש 14 מתנדבים?
ניעזר בביטוי: $7,560 : n$
n במקרה זה הוא 14.
במקום n נכתוב 14:
כל מתנדב יבצע 540 שיחות

היעזרו בביטוי למספר השיחות ומצאו:
ד. כמה שיחות יבצע כל מתנדב אם יהיו 84 מתנדבים? 90
ה. כמה שיחות יבצע כל מתנדב אם יהיו 120 מתנדבים? 63

אפיון: מעבר מהקשר מילולי לביטוי אלגברי מהצורה n:a.

תרגילים מתאימים: 66. עמוד 36.

בפעילות זו דנים בתרגום של הקשר מילולי לביטוי אלגברי שיש בו חילוק של מספר קבוע במספר משתנה. ההקשר הוא – היערכות לבחירות, והשאלה הנשאלת היא "כמה שיחות יבצע כל אחד מהמתנדבים?". הביטוי האלגברי המתקבל הוא $7,580:n$, כאשר 7,580 הוא מספר השיחות הכולל שיש לבצע ו-n הוא מספר המתנדבים. הביטוי וההקשר מזמנים דיון בתחום הצבה, מבלי שמושג זה יידון וישויים באופן מפורש ורשמי. לדוגמה, מה משמעות הביטוי $7,580:n$ כאשר המנה איננה מספר שלם. לדוגמה, אם מספר המתנדבים הוא 70, על פי הביטוי שקיבלנו מספר השיחות שצריך לבצע כל מתנדב הוא 108.29. הרי אי אפשר לבצע מספר לא שלם של שיחות. האם המשמעות שכל מתנדב יבצע 109 שיחות? הרי 109-70 זה 7,630 וזה יותר ממספר השיחות הנדרש. 108-70 זה פחות ממספר השיחות הנדרש. אם כך יש להניח שחלק מהמתנדבים יבצע 109 שיחות וחלק 108.

על פי רמת הכיתה ומידת ההתעניינות ניתן לפתח את הפעילות לגבי מספר מסוים של מתנדבים, ולמצוא פתרונות מספריים מדויקים לחלוקת השיחות בין המתנדבים.

המשתנה וביטויים אלגבריים בהם יותר מפעולה אחת, עמוד 27

בפעילויות קודמות עסקנו בביטויים אלגבריים פשוטים המכילים פעולה אחת בלבד. בפרק זה מוצגות פעילויות המובילות לביטויים המכילים יותר מפעולה אחת. בשלב הראשון, בדומה לפרק הקודם, ההכללה היא הכללה של דפוס מספרי קבוע. להרבה מהתלמידים יש קושי לתאר בביטוי אלגברי קשר בין גדלים שיש בו יותר מפעולה אחת. למשל מספר הגדול ב-3 ממכפלה נתונה, או, המחיר של נסיעה במונית הוא: תשלום קבוע בסך 7 שקלים ובנוסף תשלום של 2 שקלים לכל קילומטר של נסיעה. קושי ברמה גבוהה יותר הוא לתאר באמצעות ביטוי אלגברי קשר בין זוגות מספרים, כאשר הביטוי מורכב משתי פעולות או יותר. למשל תאור הקשר בין זוגות המספרים (2,7), (3,9), (6,15), (11,25). הביטוי המתאים במקרה זה הוא $2a+3$. הדרך התהליכית מסייעת לראות בסדרת הביטויים החשובים דפוס, לזהות באוסף הביטויים את המרכיבים הקבועים, ואת המרכיב המשתנה ולייצג את הדפוס באמצעות ביטוי אלגברי.

פעילות 14 – הקופה של יונתן: ביטוי אלגברי עמוד 27.

הביטוי האלגברי: $a + n \cdot b$

אפיון: מעבר מהקשר מילולי לביטוי אלגברי מהצורה $a + n \cdot b$.

תרגילים מתאימים: 67 - 71. עמודים 36 - 71.

מומלץ לבצע את הפעילות במלואה, לבנות את סדרת התרגילים, לבדוק מה משותף בכל הסדרה? (המספרים הקבועים הם 45 ו-9, הפעולות הקבועות – חיבור וכפל, המספר המשתנה הוא מספר השבועות של חיסכון). נזכיר כי נהוג לסמן את המספר המשתנה באות, במקרה זה האות היא m .

בסעיפים ה, ו שאלות מתקדמות.

בסעיף ה אין הכוונה לפתרון משוואה

$45 + m \cdot 9 = 189$, אלא לפתרון חשבוני. לדוגמה, נחסר 45, הסכום שהיה בקופה בהתחלה $\leftarrow 144 = 189 - 45 \leftarrow$ נבדוק כמה פעמים הוספנו 9 עד שהצטבר הסכום 144.

כלומר, $144 = 9 \cdot ?$ או כמה פעמים 9 "נכנס" ב-144. יש תלמידים שפותרים את הסעיף על סמך אומדן ותיקון. למשל, היו בקופה 45 שקלים, כעבור 10 שבועות נוספו 90 שקלים, לכן כעבור 10 שבועות היו בקופה 135 שקלים, כעבור 5 שבועות נוספו 45 שקלים נוספים, וכך הלאה.

בסעיף ו יש אינסוף פתרונות. תחילה יש לבדוק כעבור כמה שבועות היו ליונתן יותר מ-134 שקלים בקופה. ראינו לעיל שכעבור 10 שבועות היו לו 135 שקלים בקופה, מכאן נוכל להמשיך: כעבור 11 שבועות היו לו 144 שקלים, כעבור 12 שבועות 153 שקלים, וכך הלאה. מכיוון שלא נתון כעבור כמה שבועות הוא משך כסף מהקופה, התשובות האפשריות הן: אם משך כעבור 10 שבועות הסכום שמשך הוא 1 שקל, אם משך כעבור 11 שבועות הסכום שמשך הוא 10 שקלים, אם משך כעבור 12 שבועות הסכום שמשך הוא 19 שקלים, וכך הלאה (בכל שבוע נוסף הוא משך 9 שקלים יותר).

המשתנה וביטויים אלגבריים בהם יותר מפעולה אחת

פעילות 14 – הקופה של יונתן: ביטוי אלגברי

ליונתן בקופה 45 שקלים. יונתן חוסך בכל שבוע 9 שקלים ואינו מוציא כסף מהקופה. כמה כסף יהיה לו בקופה אחרי מספר שבועות של חיסכון?

נבנה טבלה המתארת את הקשר בין הסכום בקופה למספר השבועות של חיסכון.

מספר שבועות של חיסכון	ביטוי לחישוב סכום הכסף בקופה
3	$45 + 3 \cdot 9$
4	$45 + 4 \cdot 9$
5	$45 + 5 \cdot 9$
6	$45 + 6 \cdot 9$
7	
8	
m	$45 + m \cdot 9$

כעבור 3 שבועות של חיסכון:

כעבור 4 שבועות של חיסכון:

כעבור 5 שבועות של חיסכון:

א. השלימו את הטבלה.

ב. נסחו במילים את הקשר,

בין סכום הכסף בקופה לבין מספר השבועות של חיסכון.

בסדרת הביטויים שבעמודה השמאלית יש: מספרים **קבועים** המופיעים בכל הביטויים. פעולות **קבועות** המופיעות בכל הביטויים. מספר **משתנה** המשתנה מביטוי לביטוי.

m הוא מספר השבועות החיסכון.

מספר שבועות החיסכון הוא המספר המשתנה.

נסמן אותו ב- m .

הביטוי: $45 + m \cdot 9$ מתאר את סכום הכסף בקופה כעבור m שבועות של חיסכון.

א. מה היה סכום הכסף בקופה כעבור 12 שבועות של חיסכון? $153 = 45 + m \cdot 9$ כותבים 12 במקום m

ד. מה היה סכום הכסף בקופה כעבור 20 שבועות של חיסכון? 225

ה. כעבור כמה שבועות היו בקופה 189 שקלים? 16

ו. יונתן משך כסף מהקופה. אחרי המשיכה נותר לו בקופה 134 שקלים.

(1) מה סכום הכסף שיונתן משך מהקופה? **תשובות אפשריות: 1, 10, 64, 82, 145**
(2) הציעו מספר אפשרויות.

ניסוח זה של השאלה כשאלה פתוחה יכול להיות קשה לחלק מהתלמידים. לתלמידים אלה כדאי לשנות את הניסוח ולשאול שאלות כגון: אם הוא משך את הכסף אחרי השבוע העשירי, מהו סכום הכסף שמשך? אם משך אחרי השבוע העשרים, מהו סכום הכסף שמשך? תנו עוד דוגמה מסוג זה.

פעילות 15 – קניית מארזים: ביטוי אלגברי. עמוד 28.

הביטוי האלגברי: $a - n \cdot b$

פעילות 15 – קניית מארזים: ביטוי אלגברי

לחדר מתמטיקה יש תקציב של 520 שקלים לקניית מארזים לשימוש התלמידים. מחיר מארז 65 שקלים. כמה כסף יישאר בתקציב אחרי קניית המארזים?

התשובה לשאלה תלויה במספר המארזים שנקנה.

בנה טבלה המתארת את הקשר בין התקציב שיישאר לאחר הקנייה לבין מספר המארזים שנקנו.

מספר המארזים שנקנו	ביטוי לחישוב הסכום שנשאר בתקציב
1	$520 - 1 \cdot 65$
2	$520 - 2 \cdot 65$
3	$520 - 3 \cdot 65$
4	$520 - 4 \cdot 65$
5	$520 - 5 \cdot 65$
6	
7	
k	$520 - k \cdot 65$

2 מארזים: $520 - 2 \cdot 65$

3 מארזים: $520 - 3 \cdot 65$

4 מארזים: $520 - 4 \cdot 65$

א. השלימו את הטבלה.

נסמן ב- k את מספר המארזים. הביטוי: $520 - k \cdot 65$ מתאר את הסכום שנשאר בתקציב לאחר קניית k מארזים.

ב. האם ייתכן ש- k יהיה 6? הסבירו. כן

ג. האם ייתכן ש- k יהיה 9? הסבירו. לא

ד. האם ייתכן ש- k יהיה $3\frac{1}{2}$? הסבירו. לא

ה. כמה מארזים ניתן לקנות בכל הסכום? 8

ו. כמה מארזים קנו אם נשארו בתקציב 65 שקלים? 7

ביטוי אלגברי הוא צירוף של מספרים ואותיות הקשורים ביניהם בפעולות מתמטיות. האותיות הן **המשתנים**. כאשר מציבים במקום המשתנים מספרים, הביטוי מקבל ערך מספרי.

ביטוי אלגברי יכול להיות גם מספר ללא משתנים, או משתנים ללא מספרים.

אפיון: מעבר מהקשר מילולי לביטוי אלגברי מהצורה $a - n \cdot b$. הדיון, ההדגשים, ההיעזרות בצבעים כתמיכה ויזואלית דומים לאלו שבפעילות 14. ניתן לבקש מהתלמידים לחשוב על עוד מצב שהכללתו תביא לביטוי מסוג זה.

הגדרה של ביטוי אלגברי, עמוד 28

בתחתית עמוד 28, על הרקע הצהוב, ישנה הגדרה של ביטוי אלגברי. ביטוי אלגברי הוא צירוף של מספרים ואותיות הקשורים ביניהם בפעולות חשבון. האותיות הן המשתנים.

כאשר מציבים במקום האותיות מספרים, הביטוי מקבל ערך מספרי.

שתי הערות:

1. בהגדרה זו בפעם הראשונה משולב המושג – הצבה. לא ניתנת הגדרה ישירה להצבה.
2. בדף התובנות ישנה הערה האומרת שגם מספר ללא משתנים או משתנה ללא מספרים הם ביטויים אלגבריים. הבהרה זו חשובה בהמשך בהגדרת המשוואה.

פעילות 16 – חשבון הטלפון: ביטוי אלגברי עמוד 29.

הביטוי האלגברי: $a + n \cdot b$

אפיון: מעבר מהקשר מילולי לביטוי אלגברי מהצורה $a + n \cdot b$.

תרגילים מתאימים: 67 – 71. עמודים 36 – 71.

הדיון, ההדגשים, ההיעזרות בצבעים כתמיכה ויזואלית דומים לאלו שבפעילות 14.

סעיף ג: רינת קיבלה חשבון של 77 שקלים, עבור השרות שילמה 37 שקלים, לכן עבור השיחות שילמה $77 - 37 = 40$ שקלים, עבור כל דקת שיחה היא שילמה 0.5 שקלים, מכאן שהיא שוחחה $40 : 0.5$ כלומר 80 דקות.

פעילות 16 – חשבון הטלפון: ביטוי אלגברי

בחברת הטלפונים גובים דמי מנוי חודשיים בסך 37 שקלים. בנוסף גובים 0.5 שקלים עבור כל דקת שיחה. מה גובה חשבון הטלפון החודשי?

גובה חשבון הטלפון תלוי במספר הדקות שמדברים בחודש.

נבנה טבלה המתארת את הקשר בין הסכום לתשלום לבין מספר דקות השיחה:

מספר דקות שיחה בחודש	ביטוי לחישוב התשלום החודשי
10	$37 + 10 \cdot 0.5$
20	$37 + 20 \cdot 0.5$
30	
75	
x	$37 + x \cdot 0.5$

x הוא מספר דקות השיחה.

א. השלימו את הטבלה.

ב. היעזרו בביטוי לחישוב התשלום החודשי. מצאו כמה נשלם עבור:

(1) 38 דקות שיחה. 56

(2) 120 דקות שיחה. 97

(3) 95 דקות שיחה. 84.5

(4) 0 דקות שיחה. 37

ג. רינת קיבלה חשבון טלפון חודשי בסך 77 שקלים.

(1) כמה דקות דיברה בטלפון בחודש זה? 80

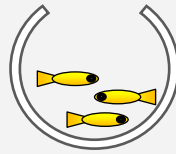
(2) מהו ערכו של x במקרה זה? $x = 80$

אבן דרך

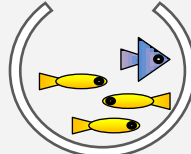
- למדנו מהו ביטוי אלגברי.
- למדנו לתאר חוקיות על-ידי ביטוי אלגברי בו יותר מפעולה אחת.

היצלנו הפצילות 7, 8. צא' 20, 21.

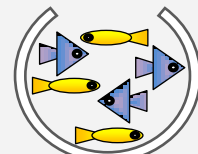
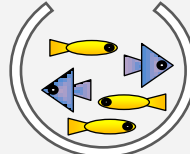
לפניכם האקווריום של תומר:
בכל שבוע מתווספים לאקווריום
דגים כחולים על פי חוקיות קבועה.



כעבור שבוע



כעבור 2 שבועות



כעבור 3 שבועות

מספר השבועות שחלפו	ביטוי לחישוב מספר הדגים
1	$3 + 1$
2	$3 + 2$
3	$3 + 3$
4	$3 + 4$
n	$3 + n$

- א. השלימו את הטבלה.
 ב. נסחו במילים את הקשר בין מספר הדגים למספר השבועות שחלפו.
 ג. כתבו ביטוי אלגברי למספר הדגים באקווריום כעבור n שבועות.
 ד. היעזרו בביטוי שכתבתם, וחשבו כמה דגים יהיו באקווריום כעבור 8 שבועות. 11

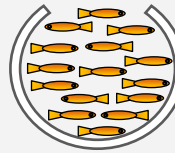
ב. בשבוע הראשון יש 3 דגים צהובים. בכל שבוע נוסף דג אחד כחול.

ג. $3 + n$

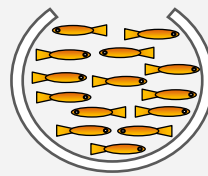
ד. $3 + 8 = 11$

היצלנו הפצילות 7, 8. צא' 20, 21.

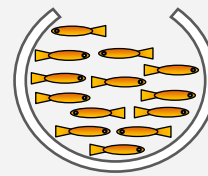
לפניכם האקווריום של עופר:
בכל שבוע כמות הדגים באקווריום
קטנה על פי חוקיות קבועה.



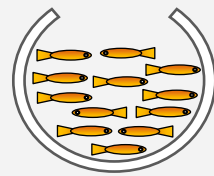
באקווריום של עופר היו
בהתחלה 15 דגים.



כעבור שבוע



כעבור 2 שבועות



כעבור 3 שבועות

מספר השבועות שחלפו	ביטוי למספר הדגים
1	$15 - 1$
2	$15 - 2$
3	$15 - 3$
4	$15 - 4$
n	$15 - n$

- א. השלימו את הטבלה.
 ב. נסחו במילים את הקשר בין מספר הדגים למספר השבועות שחלפו.
 ג. כתבו ביטוי אלגברי למספר הדגים באקווריום כעבור n שבועות.
 ד. היעזרו בביטוי שכתבתם, וחשבו כמה דגים יהיו באקווריום כעבור 8 שבועות. 7

ב. בשבוע הראשון יש 15 דגים. בכל שבוע מספר הדגים קטן ב- 2.

ג. $15 - n$

ד. $15 - 8 = 7$

48. היצגו בתרשימים 46, 47. צמ' 29, 30.

6 כעבור כמה שבועות יהיה באקווריום של עופר ובאקווריום של תומר אותו מספר דגים?

אנו רוצים לדעת מתי $n - 15$ יהיה שווה ל- $n + 3$. מכיוון שהתלמידים עדיין לא למדו לפתור משוואות, יש להניח שיפתרו את השאלה בדרכ של ניסוי ותיקון. התשובה היא 6. $15 - 6 = 3 + 6$.

49. היצגו בפעילויות 7, 8. צמ' 20, 21.

עבור כל קנייה באתר האינטרנט "כלי הבית שלי" מוסיפים למחיר המוצר 29 שקלים "דמי טיפול ומשלוח".

כמה משלמים עבור קנייה דרך האתר?

מחיר המוצר בשקלים	ביטוי לתשלום עבור הקנייה
100	$100 + 29$
120	$120 + 29$
200	$200 + 29$
350	$350 + 29$
x	$x + 29$

א. השלימו את הטבלה.

ב. נסחו במילים את הקשר בין התשלום עבור הקנייה לבין מחיר המוצר.

ג. כתבו ביטוי אלגברי לסכום לתשלום עבור מוצר שמחירו x שקלים.

ד. היעזרו בביטוי שכתבתם וחשבו את הסכום לתשלום

עבור מוצר שמחירו 137 שקלים. 166

ה. מה המחיר של מוצר עבורו שולמו 235 שקלים? 206

ב. התשלום עבור קנייה שווה למחיר המוצר ועוד 29 שקלים.

ג. $x + 29 = 166$

ד. $137 + 29 = 166$ 166 שקלים.

ה. $235 - 29 = 206$ 206 שקלים.

50.

במאפיית "טעם של פעם" ניתן לקנות מאפים לפי משקל. את המאפים אורזים בקופסאות קרטון. משקל קופסת קרטון ריקה הוא 50 גרם.

א. יואב קנה עוגיות ארוזות בקופסת קרטון. צג המאזניים הראה 450 גרם.

מה משקל העוגיות שיואב קנה? 400 גרם. $450 - 50$

ב. רינת רוצה לקנות 600 גרם עוגיות שאותן יארזו בקופסת קרטון.

מה צריך להראות צג המאזניים? 650 גרם. $600 + 50$

ג. כדי למנוע אי-הבנות, תלה בעל המאפייה

על קיר המאפייה את הטבלה הבאה:

ד. היעזרו בביטוי למשקל העוגיות וחשבו:

(1) מה משקל העוגיות כאשר צג המאזניים

מראה 970 גרם? 920 גרם. $970 - 50$

(2) מה משקל העוגיות כאשר צג המאזניים

מראה 1 ק"ג? 950 גרם. $1,000 - 50$

ה. היעזרו בביטוי $k - 50$ וחשבו מה משקל העוגיות

כאשר צג המאזניים מראה:

המשקל בגרמים על צג המאזניים	ביטוי למשקל העוגיות ללא האריזה
100	$100 - 50$
200	$200 - 50$
250	$250 - 50$
500	$500 - 50$
k	$k - 50$

k המשקל הכולל

של העוגיות והקופסה

שימו לב ליחידות המידה

(3) 1.325 ק"ג.

1,275

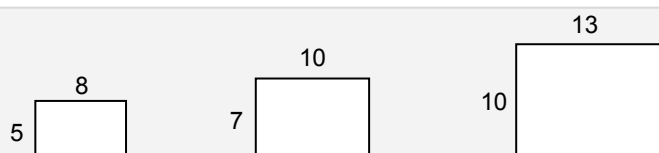
(1) 850 גרם. 800

(2) 715 גרם. 665

(4) 50 גרם. הסבירו. 0. 50 גרם זה משקל קופסה ריקה.

- במתפרה תופרים מפות לשולחנות באורכים שונים.
במתפרה ממליצים לקנות מפה שאורכה גדול ב- 60 ס"מ מאורך השולחן.
- א. משפחת לוי רוצה להזמין מפה לשולחן שאורכו 170 ס"מ.
מה יהיה אורך המפה המומלץ?
כתבו ביטוי מתאים וחשבו. $170 + 60 \leftarrow 230$ ס"מ.
- ב. משפחת כהן רוצה להזמין מפה לשולחן באורך 250 ס"מ.
מה יהיה אורך המפה המומלץ?
כתבו ביטוי מתאים וחשבו. $250 + 60 \leftarrow 310$ ס"מ.
- ג. מה יהיה אורך המפה המומלץ לשולחן באורך m ס"מ?
כתבו ביטוי מתאים. $m + 60$
- ד. מה אורך השולחן של משפחת תבור, אם התוספת המומלצת לאורך המפה היא רבע מאורך השולחן של משפחת תבור?
 240 ס"מ

אם 60 ס"מ הוא רבע מאורך השולחן, אזי אורך השולחן הוא $240 = 60 \cdot 4 \leftarrow 240$ ס"מ.



אורך הצלע הקצרה	ביטוי לאורך הצלע הארוכה
5	$5 + 3$
7	$7 + 3$
10	$10 + 3$
20	$20 + 3$
x	$x + 3$

- מיכל מסרטטת מלבנים.
בכל מלבן אורך צלע אחת גדול ב- 3 ס"מ מאורך הצלע הסמוכה.
- א. השלימו את הטבלה.
ב. נסחו במילים את הקשר בין אורך הצלע הארוכה לבין אורך הצלע הקצרה.
אורך הצלע הארוכה שווה לאורך הצלע הקצרה ועוד 3 ס"מ.
ג. כתבו ביטוי לאורך הצלע הארוכה כאשר אורך הצלע הקצרה x ס"מ. $x + 3$
ד. היעזרו בביטוי שכתבתם ומצאו את אורך הצלע הארוכה כאשר אורך הצלע הקצרה הוא:

- (1) 15 ס"מ. $15 + 3 \leftarrow 18$ ס"מ (3) 3 ס"מ. $3 + 3 \leftarrow 6$ ס"מ
- (2) 25 ס"מ. $25 + 3 \leftarrow 28$ ס"מ (4) 10.5 ס"מ. $10.5 + 3 \leftarrow 13.5$ ס"מ



53. נתונים משולשים שווי שוקיים שאורך הבסיס שלהם קצר ב- 1.5 ס"מ מאורך השוק.
- א. אורך השוק 18 ס"מ. כתבו ביטוי לאורך הבסיס? $18 - 1.5$
- ב. נסחו במילים את הקשר בין אורך הבסיס לבין אורך השוק.
אורך הבסיס קצר ב- 1.5 ס"מ מאורך השוק.
- ג. כתבו ביטוי לאורך הבסיס כאשר אורך השוק הוא x ס"מ. $x - 1.5$
- ד. היעזרו בביטוי שכתבתם בסעיף ג ומצאו את אורך הבסיס כאשר אורך השוק 5.6 ס"מ. 4.1 ס"מ.

ניצן בונה סדרת מבנים מקוביות לפי חוקיות קבועה.
היא מצאה שמספר הקוביות במבנה n בסדרה שבנתה הוא: $12 + n$
א. נסחו במילים את הקשר בין מספר הקוביות במבנה למספר המבנה.

ב. כמה קוביות יש:

(1) במבנה 2 ? $12 + 2 = 14$ (3) במבנה 8 ? $12 + 8 = 20$
(2) במבנה 5 ? $12 + 5 = 17$ (4) במבנה 14 ? $12 + 14 = 26$

ג. האם ייתכן שלניצן יש מבנה המורכב מ-9 קוביות?
אם כן, מהו מספר המבנה? אם לא, הסבירו מדוע. לא

ד. האם ייתכן שלניצן יש מבנה המורכב מ-24 קוביות?
אם כן, מהו מספר המבנה? אם לא, הסבירו מדוע. 12

א. מספר הקוביות במבנה גדול ב-12 ממספר המבנה.
ג. לא ייתכן מבנה מ-9 קוביות. המבנה ה-1 מורכב מ-13 ($12 + 1 = 13$), 13 קוביות, וכל מבנה מספר הקוביות גדל.
ד. כדי לדעת מה מספר המבנה יש להוריד 12. $12 - 24 = 12$. במבנה מספר 12 יש 12 קוביות.

אלון בונה מבנים מגפרורים:



מספר המבנה	ביטוי למספר הגפרורים
1	$1 \cdot 3$
2	$2 \cdot 3$
3	$3 \cdot 3$
4	$4 \cdot 3$
5	$5 \cdot 3$
6	$6 \cdot 3$
n	$n \cdot 3$

הוא ממשיך לבנות מבנים לפי חוקיות זו,
א. כמה גפרורים דרושים לבניית:

(1) מבנה 5 ? כתבו ביטוי מתאים. $5 \cdot 3$
(2) מבנה 18 ? כתבו ביטוי מתאים. $18 \cdot 3$

ב. נסחו במילים את הקשר בין מספר הגפרורים במבנה לבין מספר המבנה.

ג. השלימו את הטבלה.

ד. כתבו ביטוי למספר הגפרורים במבנה מספר n . $n \cdot 3$

ה. כמה גפרורים במבנה מספר 23 ? כתבו 23 במקום n וחשבו. 69

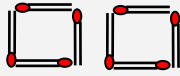
ב. מספר הגפרורים שווה למספר המבנה כפול 3.

ה. 69 גפרורים. $23 \cdot 3 = 69$

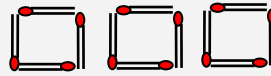
יובל מרכיב "קרונות רכבת" מגפרורים.



קרונות אחד



קרונות 2



קרונות 3

מספר הקרונות	ביטוי למספר הגפרורים
1	1 · 4
2	2 · 4
3	3 · 4
4	4 · 4
5	5 · 4
n	n · 4

הוא ממשיך להרכיב קרונות רכבת לפי אותה חוקיות.

א. השלימו את הטבלה.

ב. נסחו במילים את הקשר בין מספר הגפרורים לבין מספר הקרונות.

ג. השתמשו ב- n וכתבו ביטוי למספר הגפרורים

ברכבת שבה n קרונות. $n \cdot 4$ $(4n)$

ד. היעזרו בביטוי למספר הגפרורים ומצאו כמה גפרורים נדרשים

להרכבת רכבת שבה:

1) 8 קרונות. $8 \cdot 4 = 32$ (3) 31 קרונות. $31 \cdot 4 = 124$

2) 10 קרונות. $10 \cdot 4 = 40$ (4) 0 קרונות. $0 \cdot 4 = 0$

ה. כמה קרונות ברכבת המורכבת מ- 60 גפרורים? $60 : 4 = 15$ קרונות. 15

ג. בשלב זה לא הושמט עדיין סימן הכפל, ולא עסקו בחוק החילוף. אם ידע זה הוקנה, ניתן לכתוב $4n$

במקום $n \cdot 4$

לפניכם סדרת תמונות המורכבות ממשולש ועיגולים.



תמונה 1



תמונה 2



תמונה 3

מספר התמונה	ביטוי למספר העיגולים
1	1 · 2
2	2 · 2
3	3 · 2
4	4 · 2
5	5 · 2
6	6 · 2
n	n · 2

ממשיכים להרכיב תמונות לפי אותה חוקיות.

א. השלימו את הטבלה.

ב. נסחו במילים את הקשר בין מספר העיגולים לבין מספר התמונה.

ג. השתמשו ב- n וכתבו ביטוי למספר העיגולים בתמונה n. $n \cdot 2$

ד. היעזרו בביטוי למספר העיגולים ומצאו כמה עיגולים:

1) בתמונה 8. 16 (3) בתמונה 15. 30

2) בתמונה 10. 20 (4) בתמונה 33. 66

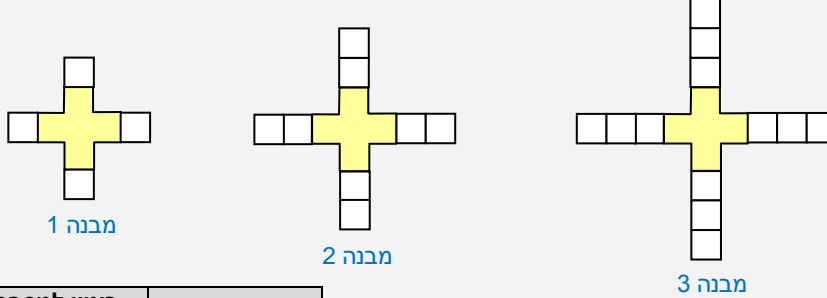
ה. באיזו תמונה יהיו 140 עיגולים? 70

הביטוי $2 \cdot n$
שווה לביטוי $n \cdot 2$

$140 : 2 = 70$

בשלב זה מוצגת השקילות בין $2 \cdot n$ ו- $n \cdot 2$, למרות שחוק החילוף נלמד (על פי תוכנית הלימודים) רק בשלב מאוחר יותר. הכיתות בהן דובר על השמטת סימן הכפל, ניתן להציג גם את הביטוי $2n$.

לפניכם סדרת מבנים הבנויה לפי חוקיות קבועה.



מבנה 1

מבנה 2

מבנה 3

מספר המבנה	ביטוי למספר המשבצות הלבנות
1	1·4
2	2·4
3	3·4
4	4·4
5	5·4
n	n·4

א. השלימו את הטבלה.

ב. מצאו חוקיות וכתבו ביטוי אלגברי המתאר את מספר

המשבצות הלבנות במבנה n. $n \cdot 4$ (4n)

ג. היעזרו בביטוי שכתבתם וחשבו כמה משבצות לבנות:

(1 במבנה 10. 40 (2 במבנה 15. 60

ד. האם יש מבנה שבו 170 משבצות לבנות? הסבירו. לא.

כי $170 : 4$ אינו מספר שלם.

ניר רוכב על אופניים. בכל שעה של רכיבה הוא עובר 18 ק"מ.

א. איזה מרחק יעבור:

(1) כעבור 2 שעות של רכיבה? $2 \cdot 18 = 36$ ק"מ (3) כעבור $3\frac{1}{2}$ שעות של רכיבה? $3\frac{1}{2} \cdot 18 = 63$ ק"מ

(2) כעבור 5 שעות של רכיבה? $5 \cdot 18 = 90$ ק"מ (4) כעבור 20 דקות של רכיבה? $\frac{1}{3} \cdot 18 = 6$ ק"מ

ב. ניר עבר מרחק של 108 ק"מ. כמה שעות רכב? $108 : 18 = 6$ שעות

א. (4) 20 דקות הן $\frac{1}{3}$ של שעה ולכן המרחק הוא $\frac{1}{3} \cdot 18 = 6$

רועי רכב על אופניו במהירות ממוצעת של 15 ק"מ לשעה.

א. איזה מרחק עבר ב-2 שעות של רכיבה? $2 \cdot 15 = 30$ ק"מ

ב. רועי עבר מרחק של 45 ק"מ. כמה שעות רכב? $45 : 15 = 3$ שעות

ג. כתבו ביטוי אלגברי לחישוב המרחק שעובר רועי ב- x שעות

של רכיבה. $15 \cdot x$; $x \cdot 15$

ד. מצאו בעזרת הביטוי את המרחק שרועי עבר ב-9 שעות רכיבה.

$9 \cdot 15 = 135$ ק"מ

מספר שעות הרכיבה	ביטוי למרחק שעבר בק"מ
2	2·15
3	3·15
4	4·15
5	5·15
x	x·15

x·15 שווה ל-
15·x

נר ואורי יצאו באותו זמן משני מקומות שונים זה לקראת זה.
נר רכב במהירות של 18 ק"מ לשעה. אורי רכב במהירות של 12 ק"מ לשעה.
מה היה המרחק ביניהם שעה לפני שחלפו זה על פני זה? **30 ק"מ**

המרחק ביניהם היה המרחק שהם עוברים יחד בשעה $\leftarrow 1 \cdot 12 + 1 \cdot 18$

היצלנו הפצילות 12. צא' 25.

מחיר ק"ג תפוחים הוא 7.90 שקלים.

- א. מהו המחיר של 2 ק"ג תפוחים? **15.8 שקלים** ג. מהו המחיר של x ק"ג תפוחים?
ב. מהו המחיר של 8 ק"ג תפוחים? **63.2 שקלים** כתבו ביטוי אלגברי מתאים. **$7.9 \cdot x$; $x \cdot 7.9$**

היצלנו הפצילות 12. צא' 25.

יונתן חוסך בכל שבוע 15 שקלים.

- א. כתבו ביטוי לסכום הכסף בקופה כעבור m שבועות. **$m \cdot 15$ (15-m)**
ב. כמה כסף יהיה לו בקופה:
(1) כעבור 3 שבועות? **45 שקלים** (2) כעבור 7 שבועות? **105 שקלים**
ג. כעבור כמה שבועות יהיו לו בקופה 180 שקלים? **12 שבועות** $180 : 15 = 12$

יעל ויונתן התחילו לחסוך באותו זמן. יעל חוסכת בכל שבוע 18 שקלים.

יונתן חוסך בכל שבוע 15 שקלים.

כעבור כמה שבועות יהיו ליעל 27 שקלים יותר מאשר ליונתן? **9 שבועות**

כל שבוע יעל חוסכת 3 שקלים יותר מיונתן. לכן, כעבור 9 שבועות יהיו לה 27 שקלים יותר.

היצלנו הפצילות 12. צא' 25.

מכונית נוסעת במהירות של 90 קמ"ש.

- א. כתבו ביטוי למרחק שהמכונית תעבור ב- t שעות. **$90 \cdot t$; $t \cdot 90$**
ב. היעזרו בביטוי שכתבתם וחשבו איזה מרחק המכונית תעבור:
(1) כעבור 3 שעות של נסיעה. **270 ק"מ** (2) כעבור 45 דקות של נסיעה. **67.5 ק"מ**
ג. כמה שעות נסיעה נדרשות לה כדי לעבור מרחק של 225 ק"מ? **2.5 שעות** $225 : 90 = 2.5$
ב. בסעיף 2: 45 דקות הן $\frac{3}{4}$ של שעה ולכן המרחק הוא $\frac{3}{4} \cdot 90 = 67.5$

היצלנו הפצילות 13. צא' 26.

עידו רוכב על אופניים. בכל שעה הוא עובר 16 ק"מ.

א. השלימו את הטבלה.

מרחק הרכיבה	ביטוי למספר שעות הרכיבה
16	16:16
32	32:16
48	48:16
m	m:16

- ב. כתבו ביטוי למספר השעות שירכב כדי לעבור m ק"מ. **$m:16$**
ג. היעזרו בביטוי ומצאו כמה שעות ירכב כדי לעבור 96 ק"מ. **6 שעות** $96 : 16 = 6$
ד. היעזרו בביטוי ומצאו כמה שעות ירכב כדי לעבור מרחק של 56 ק"מ. **3.5 שעות**

ד. $3.5 = 16 : 56$. כדאי לפתור את התרגיל במליאת הכיתה בגלל המבנה האלגברי השונה של הביטוי.

כדאי לעבור על הדוגמאות המספריות שבטבלה.

67. היצגת הפעילות 14, 16. צ"ח' 27, 29.

אביו של אורן נטע שתיל עץ אורן שגובהו 120 ס"מ. עץ האורן גדל כל שנה ב- 60 ס"מ.

מספר השנים שחלפו	ביטוי לחישוב גובה עץ האורן
2	$120 + 2 \cdot 60$
3	$120 + 3 \cdot 60$
4	$120 + 4 \cdot 60$
10	$120 + 10 \cdot 60$
x	$120 + x \cdot 60$

מתי גובה העץ היה 330 ס"מ?

- א. השלימו את הטבלה. (בהנחה שעץ האורן גדל בקצב קבוע).
 ב. כתבו ביטוי לחישוב גובה עץ האורן כעבור x שנים. $120 + x \cdot 60$
 ג. היעזרו בביטוי שכתבתם עבור x שנים ומצאו מה היה גובה עץ האורן כעבור 5 שנים. **420 ס"מ** (4.2 מ')
 ד. כעבור כמה שנים היה גובהו של העץ 540 ס"מ? **7 שנים** (5 מטרים ו- 40 ס"מ).
 ה. כעבור כמה שנים היה גובה העץ 6 מ' (600 ס"מ)? **8 שנים**
 ו. האם לדעתכם חוקיות זו נכונה עבור כל ערך של x, האם יש הגבלה על ערכו של x?

ג. $420 \text{ ס"מ} = 4.2 \text{ מ'}$. כדאי לנצל את התשובה לחזרה על המעבר מ- ס"מ ל- מ'.

ד. $420 : 60 = 7 \rightarrow 420 - 120 = 540$.

ה. כעבור 7 שנים גובהו היה 540 ס"מ. כל שנה הגובה גדל ב- 60 ס"מ, לכן, כעבור 8 שנים גובהו יהיה 600 ס"מ.

ו. מכיוון שהעץ מפסיק לגבוה אחרי מספר מסוים של שנים, הרי שלביטוי יש משמעות רק עבור x-ים הקטנים מערך זה. אפשר לשלוח את התלמידים לחפש מידע באתר מידע (למשל באתר של gan nuf). למשל, אם ידוע שעץ אורן גדל עד לגובה של 12 – 18 מטרים, מה יהיה הערך הגדול ביותר של x?

68. היצגת הפעילות 14, 16. צ"ח' 27, 29.

אמא של יונתן נטעה שתיל של עץ ברוש. גובהו ההתחלתי של השתיל היה 140 ס"מ. עץ הברוש גדל בכל שנה בחצי מטר.

יונתן אומר: אם עץ הברוש ימשיך לגדול בקצב קבוע יהיה גובהו כעבור n שנים: $140 + 0.5 \cdot n$.

תומר אומר: הביטוי המתאים לגובה העץ הוא: $140 + 50 \cdot n$.

חוקיות זו נכונה כל זמן שעץ הברוש ימשיך לגבוה.

א. מי מהם צודק? הסבירו את הטעות של התלמיד ששגה.

ב. היעזרו בביטוי הנכון ומצאו מה יהיה גובה העץ כעבור:

(1) 3 שנים. **290 ס"מ** (2) 4 שנים. **340 ס"מ** (3) $5\frac{1}{2}$ שנים. **415 ס"מ**

הדיון בין יונתן לתומר נותן הזדמנות נוספת לדיון ביחידות המדידה. יונתן טעה מכיוון שעירב בין יחידות בס"מ ויחידות במטר. עץ הברוש גדל עד גובה של כ- 15 – 18 מטרים. אפשר לשלוח את התלמידים למאגרי מידע (למשל, horashim).

69. היצגת הפעילות 14, 16. צ"ח' 27, 29.

המחיר לליטר דלק הוא 7.5 שקלים.

עבור מיליון דלק בין השעות 22:00 (10 בלילה) ועד 06:00 (בבוקר למחרת) מוסיפים 2.5 שקלים למחיר המיליון.

א. השלימו את הטבלה.

ב. הסבירו במילים מה מייצג x.

ג. כתבו ביטוי אלגברי לעלות התדלוק בתעריף לילה. $x \cdot 7.5 + 2.5$

ד. היעזרו בביטוי ומצאו מה עלות התדלוק למיליון של 50 ליטרים דלק בתעריף לילה. **377.5 שקלים**

ב. x מייצג את כמות הדלק בליטרים שקונה צרכן.

מחיר התדלוק ב "תעריף לילה"	כמות הדלק בליטרים
$20 \cdot 7.5 + 2.5$	20
$25 \cdot 7.5 + 2.5$	25
$30 \cdot 7.5 + 2.5$	30
$35 \cdot 7.5 + 2.5$	35
$40 \cdot 7.5 + 2.5$	40
$x \cdot 7.5 + 2.5$	x

לאיתמר בקופה 120 שקלים. בכל שבוע הוא חוסך 20 שקלים נוספים.

א. כמה שקלים יהיו לו בקופה:

(1) כעבור 3 שבועות? **180 שקלים** (2) כעבור 5 שבועות? **220 שקלים**

ב. כתבו ביטוי מתאים לסכום הכסף בקופה כעבור n שבועות. $120 + 20 \cdot n$ **(120 + n·20)**

ג. היעזרו בביטוי ומצאו כמה שקלים יהיו בקופה כעבור 10 שבועות. **320 שקלים**

ד. כעבור כמה שבועות יהיו בקופה לראשונה מעל 550 שקלים? **22 שבועות**

ד. $550 - 120 = 430 \leftarrow 21.5 = 430 : 20$. מכיוון שבשאלה ישנה התייחסות לשבועות שלמים, הרי

שהוא צריך לחסוך לפחות במשך 22 שבועות.

לרון בקופה 47 שקלים. בכל שבוע הוא חוסך 15 שקלים נוספים.

א. נסחו במילים את החוקיות לפיה מחשבים את סכום הכסף בקופה כעבור מספר שבועות של חיסכון.

ב. כתבו ביטוי לסכום הכסף בקופה כעבור n שבועות. **$47 + n \cdot 15$**

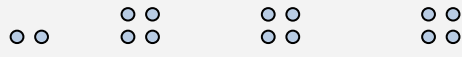
ג. כעבור כמה שבועות יהיו לרון לראשונה יותר מ- 200 שקלים? **11 שבועות**


ג. $200 - 47 = 153 \leftarrow 10.2 = 153 : 15$. לכן כעבור 11 שבועות יהיו לו לראשונה יותר מ- 200 שקלים.


לפניכם שלוש סדרות של מבנים ושלושה ביטויים.

התאימו לכל סדרה את הביטוי המתאר

את מספר הנקודות במבנה n .

1) 

2) 

3) 

$$2 \cdot n + 1$$

$$n \cdot n$$

$$2 \cdot n$$

ב.

ג.

2) 

$$1 \cdot 2 + 1$$

$$2 \cdot 2 + 1$$

$$3 \cdot 2 + 1$$

$$4 \cdot 2 + 1$$

סדרה 2

$$2 \cdot n + 1$$

א.

בכל מבנה נוספת שורה
בה 2 עיגולים.

3) 

$$1$$

$$2^2$$

$$3^2$$

$$4^2$$

סדרה 3

$$n \cdot n$$

ב.

ריבוע שכל צלע שלו n .

1) 

$$1 \cdot 2$$

$$2 \cdot 2$$

$$3 \cdot 2$$

$$4 \cdot 2$$

סדרה 1

$$2 \cdot n$$

ג.

מספר העיגולים הוא מספר
השורות כפול 2. בכל שורה
יש שני עיגולים.

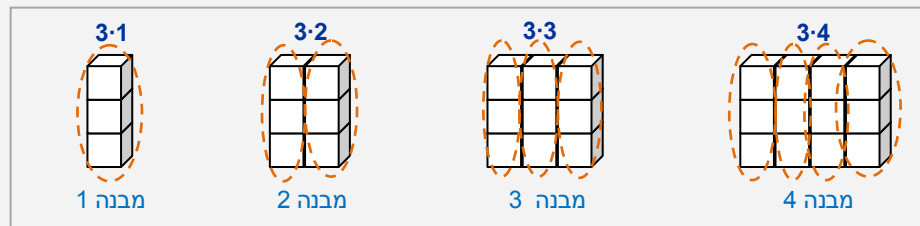
73. יונתן בנה שתי סדרות של מבנים מקוביות לפי חוקיות קבועה.

באחת מהסדרות מספר הקוביות במבנה n הוא: $3 + n$.

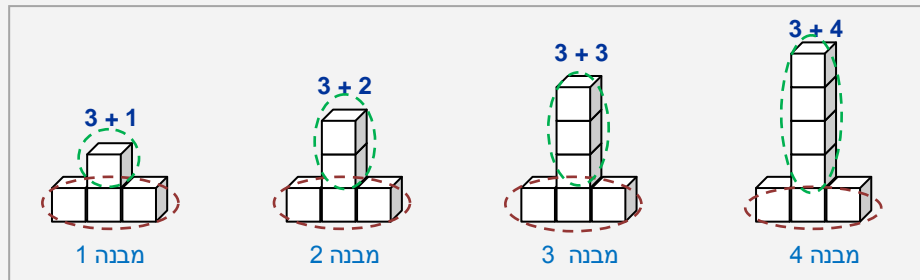
ובאחת מהסדרות מספר הקוביות במבנה n הוא: $3 \cdot n$.

איזה ביטוי מתאים לאיזו סדרה?

1) $3 \cdot n$



2) $3 + n$



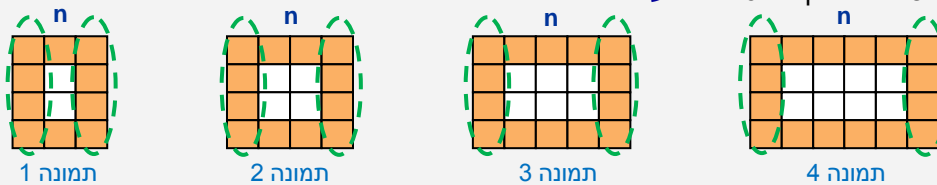
74. לפניכם סדרת תמונות המורכבות מאריחים כתומים ולבנים לפי חוקיות קבועה כמודגם בסרטוט.

מה הקשר בין מספר התמונה למספר האריחים הכתומים בתמונה?

הביטוי שמיכאל מציע: $4 \cdot n + 4$

הביטוי שעידו מציע: $2 \cdot 4 + 2 \cdot n$

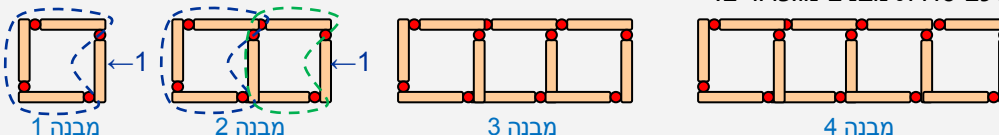
מי משניהם צודק? הסבירו. עידו



לפי הביטוי שהציע מיכאל בתמונה 1 צריכים להיות $4 \cdot 1 + 4 = 8$ אריחים כתומים. בפועל יש 10 אריחים. לכן ההצעה לא מתאימה.

עידו הסתכל על התמונות באופן המוצג לעיל. בשני הצדדים יש 4 אריחים בכל צד, לכן יש $2 \cdot 4$ אריחים. למעלה ולמטה נשארים n אריחים בכל צד (אחרי שמורידים את אריחי הצד), לכן $2 \cdot n$ אריחים. בהצעה של עידו, אם נציב במקום n את המספרים 1, 2, 3, 4 נקבל את המספר הנכון של אריחים כתומים.

75. לפניכם סדרת מבנים מגפרורים.



איזה מבין הביטויים הבאים מתאר את מספר הגפרורים במבנה n ? 2

1) $4 \cdot n - 1$

2) $3 \cdot n + 1$

3) $4 \cdot n$

אפשר לבדוק על ידי הצבת המספרים 1, 2, 3, 4. אפשר לראות את המבנה באופן הבא: כל פעם יש 3 גפרורים נוספים, וגפרור נוסף ש"סוגר" את הריבוע.